ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

Η
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

ΑΘΗΝΑΙ 1968

Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

Ἐμὲ δ᾽ ἐξαίρετον
κάρυκα σοφῶν ἐπέων
Μοῖσ᾽ ἀνέστασ᾽ Ἑλλάδι καλλιχόρῳ
εὐχόμενον βρισαρμάτοις... Θήβαις...

ΠΙΝΔΑΡΟΣ

(Διθύραμβοι ΙΙ, ἀπόσπ. 70 b)

('Εμὲ δὲ ἐξαίρετον κήρυκα σοφῶν
λόγων ἐκάλεσεν ἡ Μοῦσα νὰ εὐχηθῶ
διὰ τὴν καλλίχορον Ἑλλάδα καὶ τὰς
μὲ τὰ βαρειὰ ἅρματα... Θήβας...)

ΠΙΝΔΑΡΟΣ

ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

[E. S. Stamatis]

Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ

ΑΘΗΝΑΙ 1968

Π Ρ Ο Λ Ο Γ Ο Σ

Ἡ παροῦσα πραγματεία προέρχεται ἐκ τῆς ἀνατυπώσεως ἐπιφυλλίδων, αἱ ὁποῖαι ἐδημοσιεύθησαν εἰς ἀθηναϊκὰς ἡμερησίας ἐφημερίδας κατὰ τὰ ἔτη 1966 καὶ 1967, ἀποτελεῖ δὲ τὸ πρῶτον μέρος μεγαλυτέρας συγγραφῆς, εἰς τὴν ὁποίαν ἐκτὸς τῶν Μαθηματικῶν ἐξετάζεται ἡ Ἀστρονομία, ἡ Μηχανικὴ καὶ αἱ Φυσικαὶ Ἐπιστῆμαι. Σκοπὸς αὐτῆς εἶναι νὰ καταδείξῃ εἰς τὸ εὐρύτερον ἑλληνικὸν κοινόν, ὅτι ἡ θεμελίωσις τῶν ἐπιστημῶν εἶναι ἀποκλειστικὸν δημιούργημα τοῦ ἑλληνικοῦ πνεύματος.

Ἐν Ἀθήναις, Ἀπρίλιος 1968
ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗΣ

ΑΙ ΠΡΩΤΑΙ ΑΡΧΑΙ

1. Δὲν ὑπάρχει ὁμοφωνία μεταξὺ τῶν εἰδικῶν Ἀνθρωπολόγων καὶ τῶν Παλαιοντολόγων - Γεωγράφων διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς χρονολογίας τῆς ἐμφανίσεως τοῦ ἀνθρώπου ἐπὶ τῆς γῆς. Μερικοὶ διατυπώνουν τὴν γνώμην, ὅτι ὁ ἄνθρωπος ἐνεφανίσθη ἐπὶ τῆς γῆς 500 χιλ. ἔτη π.Χ., ἐνῷ ἄλλοι τοποθετοῦν τὴν ἐμφάνισιν τοῦ ἀνθρώπου περὶ τὰ 300 χιλ. ἔτη π.Χ. Αἱ διάφοροι ἐγχάρακτοι ἀπεικονίσεις εἰς σπήλαια καὶ τὰ ἐκ τῶν ἀνασκαφῶν προερχόμενα εὑρήματα, δὲν παρέχουν πολλὰς ἐνδείξεις διὰ τὴν ὑποστήριξιν τῆς μιᾶς ἢ τῆς ἄλλης γνώμης. Ἀρκοῦνται λοιπὸν ἐπὶ τοῦ παρόντος οἱ εἰδικοὶ ἐπιστήμονες εἰς τὴν διατύπωσιν γενικῶν θεωριῶν ἐν ἀναμονῇ πειστικωτέρων ἀρχαιολογικῶν εὑρημάτων.

Θεωρεῖται ἀπὸ ὅλους τοὺς εἰδικοὺς βέβαιον, ὅτι οἱ πρῶτοι ἄνθρωποι ἔζων ὅπως καὶ τὰ ζῶα. Ἡ ἀνάγκη ὡδήγησεν αὐτούς, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, εἰς τὴν δημιουργίαν τῶν πρώτων στοιχείων τοῦ πολιτισμοῦ. Εἶναι εὐνόητον, ὅτι τὰ στοιχεῖα αὐτὰ πρέπει νὰ ἦσαν : ἡ βελτίωσις τῶν ὅρων τῆς διατροφῆς, τῆς διαμονῆς καὶ τῆς ἀσφαλείας των. Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα, πόσος χρόνος ἐχρειάσθη διὰ νὰ δημιουργηθοῦν τὰ πρῶτα αὐτὰ στοιχεῖα τοῦ πολιτισμοῦ καὶ ἂν κατὰ τὸν χρόνον αὐτὸν ἐδημιουργήθησαν καὶ γλωσσικά τινα στοιχεῖα διὰ τὴν μεταξὺ τῶν πρώτων ἀνθρώπων συνεννόησιν. Εἰς τὰ ἐρωτήματα αὐτὰ πάλιν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δοθῇ ἱκανοποιητικὴ ἀπάντησις, ἐὰν μάλιστα ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὅτι καὶ σήμερον ἀκόμη ἡ προσπάθεια βελτιώσεως τῶν ὅρων τῆς ζωῆς συνεχίζεται ἀκαταπαύστως καὶ ὅτι τὰ γλωσσικὰ μέσα ἐκφράσεως εἰς ὅλους τοὺς πολιτισμένους λαοὺς ὑφίστανται μίαν βραδεῖαν μὲν ἀλλὰ συνεχῆ φυσιολογικὴν ἐξέλιξιν. Ὅθεν ἀντιλαμβάνεται κανεὶς πόσον ἐνδιαφέρον παρουσιάζουν αἱ ἡρωϊκαὶ πράγματι προσπάθειαι τῶν ἀρχαιολόγων, ὅπως καθορίσουν τὸν χρόνον τῆς δημιουγίας τῶν πρώτων στοιχείων τοῦ πολιτισμοῦ.

Κατὰ τὰς ἀνασκαφὰς τῶν τελευταίων ἐτῶν, τὰς γενομένας ὑπὸ τοῦ ἐν Ἀθήναις Γερμανικοῦ Ἀρχαιολογικοῦ Ἰνστιτούτου εἰς τὴν Θεσσαλίαν, εὑρέθησαν οἰκισμοί, παρὰ τὴν Λάρισαν, οἱ ὁποῖοι χρονολογοῦνται 100 χιλ. ἔτη π. Χ. Εἰς ἄλλην περιοχὴν τῆς Θεσσαλίας εὑρέθησαν οἰκισμοὶ χρονολογούμενοι 50 χιλ. ἔτη π.Χ. Κατὰ τὸ ἔτος 1966 ἀνεκαλύφθησαν εἰς σπήλαιον τῆς Μακρυνίτσας τοῦ Πηλίου, πλακίδια μὲ ἐγχαράκτους παραστάσεις τοῦ 20οῦ χιλιοστοῦ ἔτους π.Χ., ἐκ τῶν ὁποίων ἀποδεικνύεται, κατὰ τὸν Ἔφορον Ἀρχαιοτήτων Θεσσαλίας, κ. Δημ. Θεοχάρην, ὅτι τὸ ἑλληνικὸν Ἔθνος ἀριθμεῖ ζωὴν τοὐλάχιστον 30 χιλ. ἐτῶν» («Καθημερινή» 20.3.1966, σελ. 11,Μ. Παρασκευαΐδης).

Πληροφορίας σχετικὰ μὲ τοὺς παλαιοὺς κατοίκους τῆς Ἑλλάδος, παρέχει ὁ Θουκυδίδης εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον τῶν Ἱστοριῶν του, ὅπου ἀναφέρεται ὅτι εἰς τὴν Ἑλλάδα ἔγιναν παλαιότατα μεταναστεύσεις λαῶν, ἰδίως εἰς τὰς πεδινὰς καὶ εὐφόρους περιοχὰς τῆς Θεσσαλίας, τῆς Βοιωτίας καὶ τῆς Πελοποννήσου, πλὴν Ἀρκαδίας. Εἰς τὴν Ἀττικὴν οὐδέποτε ἐπῆλθον ξένοι λαοί, διότι εἶχε πτωχὸν ἔδαφος, ἦτο λεπτόγεως, καὶ κατῴκουν αὐτὴν τῆς αὐτῆς φυλῆς ἄνθρωποι ἀνέκαθεν (Τὴν γοῦν Ἀττικὴν ἐκ τοῦ ἐπὶ πλεῖστον διὰ τὸ λεπτόγεων ἀστασίαστον ᾤκουν οἱ αὐτοὶ αἰεί).

Πολὺ ἐνδιαφέρον παρουσιάζουν μερικαὶ πληροφορίαι τοῦ Διογένους τοῦ Λαερτίου, περιεχόμεναι εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ προλόγου τοῦ πρώτου βιβλίου του «Περὶ βίου τῶν φιλοσόφων» (1—2), ὅπου μεταξὺ ἄλλων ἀναφέρεται ὅτι, κατὰ τοὺς Αἰγυπτίους, ὁ πρῶτος ἀσχοληθεὶς μὲ τὴν φιλοσοφίαν εἶναι ὁ Ἥφαιστος, ὅστις εἶναι παιδὶ τοῦ Νείλου. Ἀπὸ τοῦ Ἡφαίστου δὲ μέχρι τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου ἔχουν παρέλθει 4.863 ἔτη, ἐντὸς τῶν ὁποίων ἔγιναν 373 ἐκλείψεις ἡλίου καὶ 832 ἐκλείψεις σελήνης. Ἐν συνεχείᾳ, προσθέτει ὁ Λαέρτιος, κατὰ τὸν Πλατωνικὸν Ἑρμόδωρον, ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ ἀρχηγοῦ τῶν Μάγων Ζωροάστρου μέχρι τῆς ἁλώσεως τῆς Τροίας παρῆλθον 5000 ἔτη, ἐνῷ, κατὰ τὸν Ξάνθον τὸν Λυδόν, ἀπὸ τοῦ Ζωροάστρου μέχρι τοῦ χρόνου καθ' ὃν διέβη ὁ Ξέρξης τὸν Ἑλλήσποντον παρῆλθον 6000 ἔτη.

Ἐὰν ἀφήσωμεν κατὰ μέρος τὸν θρῦλον ὅτι ὁ Ἥφαιστος ἦτο παιδὶ τοῦ Νείλου καὶ ἐξετάσωμεν τὴν ἀκρίβειαν τῶν ὑπὸ τοῦ Λαερτίου παρεχομένων ἀριθμῶν, θὰ ἴδωμεν ἂν ὑπάρχῃ πιθανότης ὅτι οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ εἶναι ἀληθεῖς καὶ κατὰ συνέπειαν ἂν θὰ ἔχωμεν πρὸ ἡμῶν ἓν μεγάλο χρονικὸν διάστημα πολιτισμοῦ 50 χιλ. ἐτῶν.

Ἡ σύγχρονος Ἀστρονομία εἶναι εἰς θέσιν ἐπὶ τῇ βάσει ἀριθμοῦ τινος ἐκλείψεων τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης νὰ καθορίσῃ μὲ ἀκρίβειαν τὸ χρονικὸν διάστημα, εἰς τὸ ὁποῖον συνέβησαν αἱ ἐκλείψεις αὐταί. Ἔχει ὑπολογισθῆ ὅτι ἐντὸς ἑνὸς ἔτους εἶναι δυνατὸν νὰ γίνουν τὸ πολὺ 7 ἐκλείψεις ἡλίου καὶ σελήνης ὁλικαὶ καὶ μερικαὶ μαζί, ἐκ τῶν ὁποίων 5 εἶναι τοῦ ἡλίου καὶ 2 τῆς σελήνης ἢ 4 τοῦ ἡλίου καὶ 3 τῆς σελήνης. (Κανὼν τῶν ἐκλείψεων ὑπὸ T. R. Oppolzer Βιέννη 1887 καὶ Δημητρίου Ν. Κατσῆ, Θεωρία τῶν ἐκλείψεων, Ἀθῆναι, 1961). Ὑποτίθεται ὅτι ὁ Λαέρτιος θὰ ὁμιλῇ περὶ ὁλικῶν ἐκλείψεων τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης, καὶ ὄχι μερικῶν, ὁπότε φυσικὰ αἱ κατ' ἔτος γενόμεναι ἐκλείψεις εἶναι πολὺ ὀλιγώτεραι τῶν ὑπὸ τοῦ Ὀππόλτσερ σημειουμένων. Ὑποτίθεται ἀκόμη ὅτι αἱ ἀστρονομικαὶ παρατηρήσεις τῶν Αἰγυπτίων, αἱ ἀφορῶσαι εἰς τὰς ἐκλείψεις, θὰ ἐκτείνωνται εἰς ἓν μικρὸν γεωγραφικὸν πλάτος καὶ ὄχι εἰς 180 μοίρας, ὄχι δηλαδὴ εἰς τὸ πλάτος ἑνὸς μεσημβρινοῦ, ὅπως τοῦτο παρατηρεῖται εἰς τὸν Κανόνα τοῦ Ὀπόλτσερ. Ἀπὸ πολλοὺς ὑπολογισμούς, τοὺς ὁποίους ἐκάμαμεν, φαίνεται ὅτι οἱ ἀριθμοί, τοὺς ὁποίους παρέχει ὁ Λαέρτιος, δὲν ἀντιστοιχοῦν εἰς χρονικὸν διάστημα 50 χιλ. ἐτῶν. Κατὰ συνέπειαν τὸ μόνον συμπέρασμα, τὸ ὁποῖον εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξαχθῇ ἐκ τῆς πληροφορίας ταύτης τοῦ Λαερτίου, εἶναι ὅτι οἱ Αἰγύπτιοι ἔκαμαν ἐπὶ μακρότατον χρονικὸν διάστημα ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις καὶ κατέγραφον τὰς ἐτησίως λαμβανούσας χώραν ἐκλείψεις τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης.

Ἀπὸ ἑλληνικῆς πλευρᾶς ἐκτὸς τῶν εἰς τὸ σπήλαιον τοῦ Πηλίου εὑρημάτων τῆς παλαιολιθικῆς ἐποχῆς, ἡ ὁποία παρουσιάζει πολιτισμὸν εἰς τὸν ἑλληνικὸν χῶρον περὶ τὰ 20 - 30 χιλ. ἔτη π. Χ., τὰ εὑρήματα τῆς Κρήτης, τῆς Τίρυνθος, τῶν Μυκηνῶν καὶ τοῦ Ὀρχομενοῦ τοποθετοῦν τὴν ἑλληνικὴν ἱστορικὴν ἐποχὴν περὶ τὸ 1500 — 1700 π.Χ. Ὡς πρὸς τὰ ἑλληνικὰ γράμματα, ἡ παράδοσις φέρει ὡς ἀρχαιότερον ἐκπρόσωπον τούτων τὸν Λίνον τὸν Θηβαῖον, ὁ ὁποῖος ὑπῆρξε διδάσκαλος τοῦ ἀπὸ τὰ Λείβηθρα τῆς Θράκης καταγομένου Ὀρφέως. Τοποθετεῖται δὲ ἡ ἀκμὴ τοῦ Ὀρφέως κατὰ τὸν Σουΐδαν περὶ τὸ 1450 π.Χ. Διότι, λέγεται, ὅτι ἤκμασεν 11 γενεὰς πρὸ τῶν Τρωικῶν, δηλαδὴ 275 ἔτη πρὸ τῆς ἁλώσεως τῆς Τροίας, ἥτις ἔλαβε χώραν, κατὰ τὸν Πορφύριον, περὶ τὸ 1184 π. Χ.

Τὸ σπουδαῖον γραπτὸν στοιχεῖον, ἐκτὸς τῶν ἀρχαιολογικῶν εὑρημάτων, ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἀφορμώμενοι δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν κάποιαν γνώμην περὶ ἀκμάζοντος ἑλληνικοῦ πολιτισμοῦ, εἶναι ἡ γλῶσσα τοῦ Ὁμήρου. Ἡ δημιουργία τῆς γλώσσης αὐτῆς εἶναι ἀδύνατον νὰ ἔγινε ἐντὸς μερικῶν ἑκατοντάδων ἐτῶν. Πολλοὶ θεωροῦν λογικὸν τὸ συμπέρασμα ὅτι θὰ ἐχρειάσθησαν πρὸς τοῦτο μερικαὶ χιλιάδες ἐτῶν. Εἶναι ἐπίσης λογικὸν τὸ συμπέρασμα, ὅτι οἱ λαοὶ τῶν περιοχῶν Ἑλλάδος — Μ. Ἀσίας — Μεσοποταμίας χώρας - Αἰγύπτου, ὑπέστησαν ἀμοιβαίαν ἐπίδρασιν κατὰ τὴν δημιουργίαν τοῦ πολιτισμοῦ τῆς παλαιᾶς ἐκείνης ἐποχῆς, ἰδίως μάλιστα ἀπὸ τῆς ἐποχῆς, ἀπὸ τῆς ὁποίας ἀνεκαλύφθη ὁ τροχὸς διὰ τὴν κατὰ ξηρὰν ἐπικοινωνίαν καὶ ἡ λέμβος διὰ τὴν κατὰ θάλασσαν. Πότε ὅμως ἔγιναν αἱ σπουδαῖαι αὐταὶ ἀνακαλύψεις δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ μὲ κάποιαν ἀκρίβειαν. Ὑποθέτουν πολλοὶ ὅτι τοῦτο ἔγινε 5—10 χιλ. ἔτη π.Χ.

***

Ἀπὸ τὰ σωζόμενα κείμενα φαίνεται ὅτι οἱ κάτοικοι τοῦ σημερινοῦ ἑλληνικοῦ χώρου ἤρχοντο εἰς ζωηρὰν ἐπικοινωνίαν κατὰ τὴν παλαιὰν ἐποχὴν μὲ τὴν Αἴγυπτον, ἐνῷ ἡ ἐπικοινωνία μὲ τὴν Μ. Ἀσίαν καὶ τὴν Μεσοποταμίαν χώραν, φαίνεται ὄχι καὶ τόσον πυκνή. Παρὰ ταῦτα ὅμως, μερικαὶ παμπάλαιαι ὀνομασίαι μουσικῶν ὅρων, ὅπως ὁ τόνος ἢ φθόγγος τῆς μουσικῆς : λύδιος, φρύγιος, μιξολύδιος, ὑπερφρύγιος, ὑποδηλώνουν ὅτι μεταξὺ τῶν κατοίκων τοῦ σημερινοῦ ἑλληνικοῦ χώρου καὶ τῆς Μικρᾶς Ἀσίας, ὅπου αἱ ἐπαρχίαι Λυδία, Φρυγία κλπ. κατὰ τὴν παλαιὰν ἐποχήν, ἀκόμη πρὸ τῶν τρωϊκῶν χρόνων, ὑπῆρξε πυκνὴ ἐπικοινωνία καὶ πολιτιστικὴ ἀλληλεπίδρασις. Περὶ τῆς ἐπιστήμης ὅμως τῶν γειτονικῶν λαῶν τῶν Ἑλλήνων ὑπὸ τὴν ἀρχαίαν ἑλληνικὴν τῶν κλασσικῶν χρόνων ἔννοιαν τοῦ ὅρου τούτου, τὴν ἰσχύουσαν καὶ σήμερον, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ λόγος. Κατὰ τὸν ἕβδομον αἰῶνα π.Χ. οὔτε καὶ οἱ Ἕλληνες εἶχον ἐπιστήμην ὑπὸ τὴν ἔννοιαν αὐτήν.

Ἡ κατασκευὴ τῶν πυραμίδων εἰς τὴν Αἴγυπτον καί τὰ ἐρείπια μεγάλων ἔργων ἢ τειχῶν, ὅπως τὰ κυκλώπεια ἢ τῆς Τίρυνθος, φανερώνουν ὅτι ἡ ἀριθμητική, ἡ γεωμετρία καὶ ἡ μηχανικὴ εἶχον ἀρκετὰ ἀναπτυχθῆ κατὰ τὴν παλαιὰν αὐτὴν ἐποχήν. Αἱ γνώσεις ὅμως αἱ περιεχόμεναι εἰς τὰς περιοχὰς αὐτὰς τῆς ἀνθρωπίνης δραστηριότητος καὶ ἐρεύνης, προήρχοντο ἐκ μακραίωνος πείρας, ἦσαν δηλαδὴ ἐμπειρικαὶ καὶ ὄχι ἐπιστημονικαί, κατὰ τὴν κλασσικὴν καὶ τὴν σημερινὴν ἔννοιαν τοῦ ὅρου ἐπιστήμη.

Τὰ ἀρχαιότερα γραπτὰ μνημεῖα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα πληροφορούμεθα διὰ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις τῶν Αἰγυπτίων, εἶναι μερικοὶ πάπυροι. Δύο εἶναι οἱ σημαντικώτεροι ἐξ αὐτῶν. Ὁ εἷς ὀνομάζεται πάπυρος τοῦ Ρὴντ καὶ εὑρίσκεται εἰς τὸ Μουσεῖον τοῦ Λονδίνου καὶ ὁ ἄλλος ὀνομάζεται πάπυρος τῆς Μόσχας καὶ φυλάσσεται εἰς τὸ Μουσεῖον τῆς Μόσχας. Ὑπολογίζεται ὅτι οἱ πάπυροι αὐτοὶ ἐγράφησαν περὶ τὸ 1700 π.Χ. Ὁ πάπυρος τοῦ Ρὴντ ἔχει γραφῆ παρὰ τοῦ Αἰγυπτίου μαθηματικοῦ Ἄμες. Ὁ συγγραφεὺς τοῦ παπύρου τῆς Μόσχας δὲν εἶναι γνωστός.

Ἐκτὸς τῶν αἰγυπτιακῶν παπύρων εὑρέθησαν πρὸ δεκαετηρίδων τινῶν εἰς τὴν Μεσοποταμίαν χώραν, κατόπιν ἀνασκαφῶν, περὶ τὰς 2000 ἐνεπίγραφοι πινακίδες, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὑπάρχουν περίπου τετρακόσιαι μαθηματικοῦ περιεχομένου. Πολλαὶ ἐκ τῶν τελευταίων αὐτῶν εἶναι ἡμιεφθαρμέναι, ἐνῷ μερικαὶ δὲν ἔχουν ἀκόμη τελείως ἑρμηνευθῆ.

2. Πολλαὶ βαβυλωνιακαὶ πινακίδες μαθηματικοῦ περιεχομένου, εἶναι ἡμικατεστραμμέναι. Μερικοὶ ἐρευνηταί, ἰδίως τοῦ Κέντρου Ἐρευνῶν τοῦ Πρίνσετον τῆς Ἀμερικῆς, συμπληρώνουν τὰ ἐλλείποντα μέρη κατόπιν διαφόρων ὑπολογισμῶν καὶ διατυπώνουν τὴν γνώμην, ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι, οἱ ὁποῖοι ἦσαν σημιτικῆς καταγωγῆς, ἐγνώριζον ἤδη περὶ τὸ 2000 π.Χ. τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα. Ἐπὶ πλέον δὲ ἰσχυρίζονται, ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἐγνώριζον σπουδαῖα στοιχεῖα τοῦ ἀλγεβρικοῦ λογισμοῦ, τὰ ὁποῖα δὲν ἐγνώριζον οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες. Αἱ παράδοξοι αὐταὶ θεωρίαι, καίτοι δὲν στηρίζονται εἰς τὰ πράγματα, ἐν τούτοις κατέκλυσαν τὴν συναφῆ Διεθνῆ Βιβλιογραφίαν. Τοιούτου εἴδους ὑπερβολαὶ δὲν ἐπικρατοῦν ἐπὶ πολὺν χρόνον. Ἤδη ἀπὸ τοῦ 1959 ὁ καθηγητὴς τῆς Ἱστορίας τῶν μαθηματικῶν τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Μονάχου Κοὺρτ Φόγκελ, εἰς τὸ δίτομον ἔργον του Προελληνικὰ μαθηματικὰ (Μέρος ΙΙ, σελ. 13) ση-

μειώνει ὅτι τὸ πλεῖστον τῶν βαβυλωνιακῶν πινακίδων, μαθηματικοῦ περιεχομένου, προέρχεται ἐξ ἀρχαιοκαπηλείας καὶ ὡς ἐκ τούτου οὔτε ὁ τόπος τῆς προελεύσεώς των εἶναι δυνατὸν νὰ καθορισθῇ, οὔτε τὸ ἀρχαιολογικὸν στρῶμα, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ πινακίδες αὐταὶ εὑρέθησαν, καὶ κατὰ συνέπειαν εἶναι ἀδύνατον νὰ καθορισθῇ ἡ χρονολογία τῆς γραφῆς των (Kurt Vogel, Vorgriechische Mathematik, Teil II, ἔκδ. Schroedel - Schöningh, 1959).

Μία σύγκρισις τῶν ἀλγεβρικῶν γνώσεων, τὰς ὁποίας ἀπαντῶμεν εἰς τὸν Ἥρωνα καὶ τὸν Διόφαντον, ὁδηγεῖ εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι αἱ ἀλγεβρικαὶ γνώσεις τῶν Βαβυλωνίων εἶναι γνώσεις ἑλληνικαί, αἱ ὁποῖαι μετεφέρθησαν εἰς τὴν Μεσοποταμίαν χώραν μετὰ τὴν κατάληψιν αὐτῆς ὑπὸ τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου.

Μέχρι τοῦ ἑβδόμου αἰῶνος π.Χ., αἱ μαθηματικαὶ γνώσεις τῶν περὶ τὴν Μεσόγειον θάλασσαν καὶ τὴν Ἐγγὺς Ἀνατολὴν πολιτισμένων λαῶν, παρουσιάζουν πολλὰ κοινὰ χαρακτηριστικά, χωρὶς ὅμως νὰ παύσουν νὰ διατηροῦν καὶ τὴν εἰς ἕκαστον τῶν λαῶν αὐτῶν συνᾴδουσαν ἰδιομορφίαν. Οἱ Βαβυλώνιοι π.χ. ἔχουν τὸ ἑξηκονταδικὸν σύστημα ἀριθμήσεως, τὸ ὁποῖον δὲν ἔχουν οἱ Ἕλληνες καὶ οἱ Αἰγύπτιοι. Ἐξ ἄλλου ὅμως, ἀπὸ τὰ πενιχρῶς σωζόμενα στοιχεῖα, φαίνεται ὅτι οἱ Ἕλληνες, οἱ Ἑβραῖοι καὶ οἱ Βαβυλώνιοι ἐθεώρουν ὅτι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας ἑνὸς κύκλου εἶναι μόνον τρεῖς φορὰς μεγαλύτερον τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου. Εἰς τὸ σημεῖον λοιπὸν αὐτὸ τὸ σχετικὸν πρὸς τὸν κύκλον καὶ οἱ τρεῖς αὐτοὶ πολιτισμένοι λαοὶ εἶχον τὴν αὐτὴν ἀντίληψιν.

Κατὰ τὸ τέλος τοῦ ἑβδόμου αἰῶνος π.Χ. ἐπῆλθεν ἡ μεγάλη στροφὴ εἰς τὴν ἐξέλιξιν τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος, ἡ ὁποία ἔδωσε περιεχόμενον εἰς τὴν ἔννοιαν τοῦ ὅρου ἐπιστήμη. Ἡ στροφὴ αὕτη ὀφείλεται εἰς τὴν ἐπινόησιν ἑνὸς ἀνθρώπου τοῦ ὁποίου τὸ ὄνομα δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστόν. Ὅλαι ὅμως αἱ ἐνδείξεις πείθουν ὅτι ὁ ἄνθρωπος αὐτὸς εἶναι ὁ ἐκ τῶν ἑπτὰ σοφῶν τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος Θαλῆς ὁ Μιλήσιος, εἰς τὸν ὁποῖον ἀποδίδεται ἡ ἐπινόησις τῆς ἀποδείξεως εἰς τὰ μαθηματικά. Ἀποτελεῖ δὲ ἡ ἐπινόησις τῆς ἀποδείξεως τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας θεμελιοῦται ἡ ἵδρυσις τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Ἰδοὺ πῶς ἐκφράζεται σχετικῶς ὁ περίφημος Γερμανὸς φιλόσοφος Ἐμμανουὴλ Κάντιος (1724 — 1804) εἰς τὸν πρόλογον τῆς πραγματείας του Κριτικὴ τοῦ Καθαροῦ Λόγου :

«Τὰ Μαθηματικὰ ἀπὸ τοὺς πρώτους ἀκόμη χρόνους, μέχρι τῶν ὁποίων φθάνει ἡ ἱστορία τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος, ἠκολούθησαν διὰ τοῦ ἀξιοθαυμάστου λαοῦ τῶν Ἑλλήνων τὸν ἀσφαλῆ δρόμον μιᾶς ἐπιστήμης. Ἀλλὰ δὲν πρέπει κανεὶς νὰ νομίσῃ ὅτι τὸ πρᾶγμα ἦτο εὔκολον δι' αὐτά, ὅπως τοῦτο συμβαίνει μὲ τὴν Λογικήν, ἡ ὁποία διὰ νὰ ἀκολουθήσῃ τὴν βασιλικὴν ἀτραπὸν τῆς ἐπιστήμης, εἶχε νὰ ἀσχοληθῇ μόνον μὲ τὸν ἑαυτόν της ἢ ἀκόμη περισσότερον ἔπρεπε μόνη της νὰ εὕρῃ τὴν τροχιάν της· πιστεύω, ὅτι ἐπὶ μακρὸν χρόνον (ἰδίως ἀκόμη μεταξὺ τῶν Αἰγυπτίων) παρέμειναν τὰ μαθηματικὰ στάσιμα καὶ ἡ μεταβολή, ἡ ὁποία ἐπῆλθεν εἰς αὐτά, δέον νὰ ἀποδοθῇ εἰς μίαν ἐπανάστασιν τὴν ὁποίαν προεκάλεσεν ἡ εὐτυχὴς ἐπινόησις ἑνὸς καὶ μόνον ἀνθρώπου, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιά, ἥτις ἐχαράχθη δι' αὐτά, δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ εἶναι ἐσφαλμένη καὶ διὰ τῆς ἐπινοήσεως αὐτῆς ἐπεσημάνθη ὁ ἀσφαλὴς δρόμος μιᾶς ἐπιστήμης δι' ὅλους τοὺς χρόνους καὶ εἰς ἀπεριόριστον ἔκτασιν. Ἡ ἱστορία τῆς ἐπαναστάσεως αὐτῆς τοῦ σκέπτεσθαι, ἡ ὁποία ἦτο πολὺ σπουδαιοτέρα ἢ ἡ ἀνακάλυψις τοῦ δρόμου περὶ τὸ περίφημον ἀκρωτήριον (τῆς Καλῆς Ἐλπίδος) καὶ τοῦ εὐτυχοῦς, ὅστις τὴν ἐπραγματοποίησε, δὲν περιεσώθη μέχρις ἡμῶν. Ἐν τούτοις ἀποδεικνύει ἡ παράδοσις, τὴν ὁποίαν διέσωσε μέχρις ἡμῶν ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος, ὅστις ἐκ τῶν ἐλαχίστων καὶ ἐκ τῶν κατὰ τὴν κοινὴν λογικὴν μὴ ἐχόντων ἀνάγκην ἀποδείξεως στοιχείων τῶν γεωμετρικῶν προτάσεων κατονομάζει τὸν ἐπινοητὴν αὐτόν, ὅτι ἡ ἀνάμνησις τῆς μεταβολῆς αὐτῆς, ἡ ὁποία προεκλήθη διὰ τῶν πρώτων ἰχνῶν τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ νέου αὐτοῦ δρόμου, πρέπει νὰ ἐφάνη εἰς τοὺς μαθηματικοὺς ἐξόχως σπουδαία καὶ ὡς ἐκ τούτου ἔγινεν ἀλησμόνητος. Ὁ πρῶτος, ὅστις ἀπέδειξε τὰς ἰδιότητας τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου (εἴτε Θαλῆς ὠνομάζετο εἴτε ἄλλως πως) ἔσχε μίαν ἀναλαμπήν» Ἐμμανουὴλ Κάντιος, Κριτικὴ τοῦ καθαροῦ λόγου I, Vorrede σελ. 15, ἔκδ. Felix Gross, Βερολῖνον).

Κατὰ τὸν Πρόκλον (410 — 485 μ. Χ.) διατελέσαντα Διευθυντὴν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, ὁ Θαλῆς ἀπέδειξεν ὅτι αἱ παρὰ τὴν βάσιν ἰσοσκελοῦς τριγώνου γωνίαι εἶναι ἴσαι καὶ ὅτι αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι εἶναι ἴσαι. Εἰς τὰ θεωρήματα ὅμως αὐτά, χρησιμοποιοῦνται μερικαὶ προτάσεις, ὅπως π.χ. «ἐὰν εἰς ἴσα προσθέσωμεν ἢ ἀφαιρέσωμεν ἴσα τὰ ἐξαγόμενα εἶναι ἴσα», ἐκ τῶν ὁποίων συνάγεται ὅτι κατὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην ἦσαν γνωσταὶ πολλαὶ προτάσεις τῆς Λογικῆς. Καίτοι ἡ διαμόρφωσις τῆς Λογικῆς ὡς ἐπιστήμης ἔγινε πολὺ βραδύτερον ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους, ἐν τούτοις θεωρεῖται αὐτονόητον ὅτι πρὶν ἀκόμη ὁ Θαλῆς ἐπινοήσῃ τὴν ἀπόδειξιν εἰς τὰ μαθηματικά, πολλοὶ κανόνες τῆς Λογικῆς εὑρίσκοντο ἤδη ἐν χρήσει διατυπωθέντες κατόπιν τῆς κτηθείσης πείρας.

Ἡ ἔννοια τοῦ ὅρου «ἀπόδειξις» δὲν εἶναι καὶ τόσον ἁπλῆ, ὅσον ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται. Προϋποθέτει ὁλόκληρον σύστημα ἐννοιῶν. Διὰ νὰ χρησιμοποιηθῇ ὁ ὅρος «ἀπόδειξις» πρέπει πρῶτον νὰ ἔχουν καθορισθῇ τὰ ἀντικείμενα ἐπὶ τῶν ὁποίων θὰ χρησιμοποιηθῇ καὶ δεύτερον νὰ ἔχουν καθορισθῇ ἁπλαῖ τινες ἔννοιαι μὴ ἀντιφατικαὶ πρὸς ἀλλήλας, αἱ ὁποῖαι ὀνομάζονται ἀξιώματα. Ἡ ἀλήθεια τῶν ἀξιωμάτων, κατὰ τὴν κοινὴν ἔννοιαν τοῦ ὅρου «ἀλήθεια» εἶναι ἀφ' ἑαυτῆς φανερά. Τοῦτο σημαίνει ἀκόμη ὅτι δὲν δύναμαι νὰ χρησιμοποιήσω ἓν ἀξίωμα διὰ νὰ ἀποδείξω τὴν ἀλήθειαν ἄλλου ἀξιώματος. Διὰ τῶν ἀξιωμάτων μᾶς ἐπιτρέπεται νὰ προχωρήσωμεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τῶν μαθηματικῶν προτάσεων. Τὰ ἀντικείμενα τῶν μαθηματικῶν, τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ ἔχουν καθορισθῇ διὰ νὰ χρησιμοποιηθῇ ἡ διαδικασία τῆς ἀποδείξεως, εἶναι οἱ ἀριθμοὶ διὰ τὴν ἀριθμητικὴν καὶ τὰ σχήματα διὰ τὴν γεωμετρίαν. Ἀφοῦ ὁρισθοῦν αὐτὰ τότε ὁρίζονται τὰ ἀξιώματα, τὰ ὁποῖα, ὡς ἐτονίσθη προηγουμένως, δὲν πρέπει νὰ ἀλληλοσυγκρούωνται. Ἐὰν ἔχωμεν καθορίσει τὰ ἀντικείμενα, τὰ ὁποῖα θέλομεν νὰ ἐξετάσωμεν καὶ ἔχωμεν ἱδρύσει συναφὲς σύστημα ἀξιωμάτων, τότε εἴμεθα ἕτοιμοι νὰ ἀρχίσωμεν τὴν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν, τότε κάνομεν ἐπιστήμην. Ἐρευνῶμεν δηλαδὴ διὰ νὰ ἀνακαλύψωμεν τοὺς κρυφοὺς καὶ ἀοράτους νόμους, τοὺς ὁποίους ἔχει θέσει ὁ θεῖος Δημιουργὸς διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ κόσμου. Διότι αὐτὸ εἶναι τὸ βαθύτερον νόημα τῆς ἐρεύνης τῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν σχημάτων καὶ γενικώτερον πάσης ἐπιστημονικῆς ἐρεύνης. Καὶ μόνον ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Θαλῆ ἀρχίζει αὐτὴ ἡ ἔρευνα, ἡ ὁποία ἔκτοτε συνεχίζεται ἀκατάπαυστα μὲ θαυμάσια πρακτικὰ ἀποτελέσματα.

Ἐὰν ἀναπολήσωμεν τὰ προηγουμένως λεχθέντα διὰ τὴν ἵδρυσιν τῆς ἐπιστήμης τῶν μαθηματικῶν, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ πρότυπον καὶ τῶν ἄλλων κλάδων τῶν λεγομένων θετικῶν ἐπιστημῶν, θὰ διαπιστώσωμεν ὅτι ἡ ἀφετηρία τῆς ἐπιστημονικῆς ἐρεύνης εἶναι ὁ καθορισμὸς τῶν ἀντικειμένων τῆς ἐρεύνης καὶ ἡ ἵδρυσις συναφῶν ἀξιωμάτων. Ἀναχωροῦμεν δηλαδὴ ἀπὸ μερικὰς ὑποθέσεις, ἄνευ τῶν ὁποίων, ὁ ὅρος ἐπιστήμη δὲν ἔχει νόημα. Μόνον ἡ ἐπιστήμη τῆς φιλοσοφίας δὲν δεσμεύεται ἀπὸ ὑποθέσεις καὶ ἐπιχειρεῖ τὴν ἔρευναν τῶν τοῦ κόσμου πραγμάτων χωρὶς κανένα περιορισμόν, χωρὶς καμμίαν ὑπόθεσιν. Εἶναι ἐπομένως ἡ φιλοσοφία ἡ γενικωτάτη τῶν ἐπιστημῶν, ἡ ὁποία ὅμως θεωρεῖ ἀναγκαῖον ὅπως ἐπικουρῆται εἰς τὰς ἐρεύνας της ὑπὸ τῆς ἐπιστήμης τῶν μαθηματικῶν.

Καίτοι ὁ Θαλῆς θεωρεῖται ὁ θεμελιωτὴς τῶν ἐπιστημῶν διὰ τῆς ἐπινοήσεως τῆς ἀποδείξεως διὰ τὴν ἀλήθειαν μαθηματικῶν προτάσεων, παρὰ τοῦτο ὁ ὅρος «ἐπιστήμη» ἐδημιουργήθη πολὺ βραδύτερον. Ἐδημιουργήθη ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος, ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖ αὐτὸν εἰς τὴν Πολιτείαν (533 Δ καὶ ἑξῆς) καὶ εἰς τὸν διάλογον αὐτοῦ Θεαίτητος, ὁ ὁποῖος φέρει ὡς ὑπότιτλον «ἢ περὶ ἐπιστήμης, πειραστικὸς» (ἢ διαλεκτική, περὶ ἐπιστήμης). Εἰς τὸν Θεαίτητον ἀναζητεῖται ὑπὸ τοῦ Σωκράτους ὁ καθορισμὸς τοῦ ὅρου ἐπιστήμη διὰ τῆς ἐρεύνης τῶν μαθηματικῶν ἐννοιῶν, αἱ ὁποῖαι, ὡς φαίνεται, θεωροῦνται προσφορώτεραι διὰ τὸν καθορισμὸν αὐτόν. Βραδύτερον, ὁ Ἀριστοτέλης, χρησιμοποιεῖ ἐπανειλημμένως εἰς τὰς πραγματείας του τὸν ὅρον ἐπιστήμη, τὸν ὁποῖον ἀναπτύσσει ἀναλυτικώτερον εἰς τὴν πραγματείαν «Μετὰ τὰ φυσικά». Ὁ ἴδιος ἠρεύνησε τὸ πρόβλημα, ποῖα εἶναι τὰ συστατικὰ στοιχεῖα τὰ ἀπαιτούμενα διὰ νὰ ὑπάρξῃ οἱαδήποτε ἐπιστήμη. Ἔκτοτε ἔγιναν πολλαὶ προσπάθειαι διὰ τὸν καθορισμὸν τοῦ ὅρου ἐπιστήμη, ὡς καὶ διὰ τὴν διαίρεσιν καὶ τὴν σύνταξιν τῶν ἐπιστημῶν. Εὔστοχος, ἐν προκειμένῳ, θεωρεῖται ἡ παρατήρησις τοῦ Γερμανοῦ φιλοσόφου Χοῦσσερλ (1859 — 1938), καθ' ἣν ἄλλαι μὲν ἐπιστῆμαι εἶναι ἀξιωματικαί, ὅπως τὰ μαθηματικά, καὶ ἄλλαι ὄχι. Τὰ ἱστορικὰ π.χ. καὶ τὰ οἰκονομικὰ φαινόμενα, ὡς ἐπίσης τὰ κοινωνικὰ καὶ τὰ ψυχολογικὰ φαινόμενα πολλῶν ἀνθρώπων, θεωρουμένων ὡς συνόλων ἢ ὑποσυνόλων, κατὰ τοὺς προσφιλεῖς εἰς πολλοὺς ὅρους αὐτούς, δηλαδὴ τὰ ψυχολογικὰ φαινόμενα τῶν μαζῶν, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐρευνηθοῦν διὰ τῆς ἱδρύσεως ἀξιωμάτων, ὅπως ἐρευνῶνται τὰ προβλήματα καὶ τὰ θεωρήματα τῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς γεωμεμετρίας.

Η ΣΧΟΛΗ ΤΗΣ ΜΙΛΗΤΟΥ

Ἡ ἵδρυσις τῆς Σχολῆς τῆς Μιλήτου χρονολογεῖται περὶ τὸ 600 π.Χ. Θεωρεῖται ἡ Σχολὴ αὐτὴ ὡς τὸ πρῶτον Πανεπιστήμιον τοῦ κόσμου. Δὲν πρέπει νὰ φαντασθῇ κανεὶς ὅτι εἶχε Πρύτανιν, κοσμήτορας, πολλοὺς καθηγητὰς καὶ χιλιάδας φοιτητῶν. Ὁ μοναδικὸς καθηγητὴς καὶ Διευθυντὴς καὶ Πρύτανις ἦτο ὁ Θαλῆς, ὁ ὁποῖος ἐδίδασκε μερικὰς δεκάδας φοιτητῶν. Δὲν εἶναι γνωστὸν ποίας προπαιδείας εἶχον τύχει οἱ σπουδασταὶ πρὶν ἐγγραφοῦν εἰς τὸ Πανεπιστήμιον αὐτό, οὔτε ἂν ἔπρεπε νὰ ὑποστοῦν εἰσιτηρίους ἐξετάσεις.

Μερικαὶ πληροφορίαι διὰ τὸ ἔργον τῆς Σχολῆς σώζονται ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη, ὁ ὁποῖος ἔγραψε διακόσια πενῆντα περίπου ἔτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Θάλητος. Ὁ Ἀριστοτέλης ὅμως ἀσχολεῖται μόνον μὲ τὰς φιλοσοφικὰς θεωρίας τῆς Σχολῆς καὶ δὲν μᾶς παρέχει εἰκόνα περὶ τῆς διδασκαλίας ἄλλων μαθημάτων. Ἀπὸ μεταγενεστέρους ἀκόμη συγγραφεῖς διεσώθησαν μερικαὶ πληροφορίαι, αἱ ὁποῖαι μᾶς βοηθοῦν νὰ σχηματίσωμεν κάποιαν εἰκόνα διὰ τὸ ἔργον τῆς Σχολῆς.

Ἐν πρώτοις ὁ Θαλῆς ἐπεδόθη εἰς τὴν ἀπόδειξιν γεωμετρικῶν προτάσεων, τῶν ὁποίων ἡ ἀλήθεια εἶχε διαπιστωθῆ ἐμπειρικῶς. Μεταξὺ τῶν ἄλλων ἀναφέρονται ἀποδείξεις θεωρημάτων περὶ ὁμοιότητος καὶ ἡ κατασκευὴ ἁπλοῦ τινος ὀργάνου, διὰ τοῦ ὁποίου ἠδύνατο νὰ ὑπολογίζῃ ἀπὸ τῆς παραλίας τὴν ἀπόστασιν ἑνὸς προσπλέοντος πλοίου. Λέγεται, ὅτι διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς εἶχεν ἀποδείξει τὸ ἀναγκαῖον πρὸς τοῦτο θεώρημα ὅτι «ἂν δύο τρίγωνα ἔχουν μίαν πλευρὰν ἴσην καὶ τὰς εἰς αὐτὴν προσκειμένας γωνίας ἴσας εἶναι ἴσα». (Τὴν γὰρ τῶν ἐν θαλάττῃ πλοίων ἀπόστασιν δι' οὗ τρόπου φασὶν αὐτὸν δεικνύναι, τούτῳ προσχρῆσθαί φησιν ἀναγκαῖον). Δὲν ὑπάρχουν πληροφορίαι ἂν ὁ Θαλῆς εἶχεν ἀσχοληθῆ μὲ τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν. Πολλαὶ ὅμως εἰδήσεις ἔφθασαν μέχρις ἡμῶν διὰ τὰς ἀστρονομικάς του ἐνασχολήσεις καὶ διὰ τὰς μετεωρολογικάς του ἐρεύνας. Θεωρεῖται ὁ πρῶτος μετεωρολόγος τοῦ κόσμου καὶ ὁ πρῶτος φυσικός, ἀφοῦ αὐτὸς ἀνεκάλυψε τὸν μαγνητισμὸν καὶ τὸν ἠλεκτρισμόν, ἀοράτους καὶ μεγάλας δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι συνυφασμέναι καὶ διέπουν τὴν ζωὴν τοῦ σύμπαντος κόσμου. Μνημειώδης ἔχει παραμείνει ἡ, πολλοὺς μῆνας πρὶν αὕτη λάβῃ χώραν, πρόβλεψις αὐτοῦ διὰ τὴν ἔκλειψιν τοῦ ἡλίου τῆς 28 Μαΐου τοῦ 585 π.Χ.

Ἀντάξιος τοῦ διδασκάλου μαθητὴς καὶ διάδοχος εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς

Σχολῆς ὑπῆρξεν ὁ Ἀναξίμανδρος. Θεωρεῖται ὅτι πρῶτος ἐπενόησε τὴν κατασκευὴν τῶν ἡλιακῶν ὡρολογίων, τὰ ὁποῖα ἔστησεν εἰς τὴν Λακεδαίμονα, ὡς πληροφορεῖ ἡμᾶς ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος γράφων : «εὗρε δὲ καὶ γνώμονα πρῶτος καὶ ἔστησεν ἐπὶ τῶν σκιοθήρων ἐν Λακεδαίμονι, καθά φησι Φαβωρῖνος ἐν Παντοδαπῇ ἱστορίᾳ τροπάς τε καὶ ἰσημερίας σημαίνοντα καὶ ὡροσκοπεῖα κατεσκεύασε» (Ἀνεκάλυψε δὲ πρῶτος τὸν γνώμονα καὶ ἔστησεν εἰς τὴν Λακεδαίμονα τὰς συσκευάς, διὰ τῶν ὁποίων δηλοῦνται διὰ τῆς σκιᾶς αἱ τροπαὶ καὶ ἰσημερίαι, ὡς λέγει καὶ ὁ Φαβωρῖνος εἰς τὴν πραγματείαν του, ἡ ὁποία φέρει τὸν τίτλον «Παντὸς εἴδους ἱστορίαι», κατεσκεύασε δὲ καὶ ἡλιακὰ ὡρολόγια).

Ἂς σημειωθῇ διὰ τὴν κατανόησιν τῆς προηγουμένης ἀνακαλύψεως τοῦ Ἀναξιμάνδρου, ὅτι ὁ γνώμων ἦτο ἓν στέλεχος (ἢ τετράεδρον μὲ μικρὰν βάσιν) ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου στηριζόμενον. Ἀπὸ τὴν παρακολούθησιν τῆς σκιᾶς τὴν ὁποίαν ἔρριπτον παρατηρούμενα ἄστρα, ἐγίνοντο παρατηρήσεις ἐπὶ τῶν κινήσεων τῶν οὐρανίων σωμάτων. Κατακόρυφος τοποθέτησις τοῦ ἐπιπέδου τοῦ γνώμονος παρεῖχε τὸ ἡλιακὸν ὡρολόγιον. Ὁ Ἀναξίμανδρος λοιπὸν ἐκλήθη εἰς τὴν Σπάρτην, ἰσχυροτάτην τῆς ἐποχῆς ἐκείνης Δύναμιν, καὶ ἐγκατέστησεν εἰς τὴν Λακεδαίμονα ἀστεροσκοπεῖα καὶ ἡλιακὰ ὡρολόγια, τὰ ὁποῖα εἶχον ὡς ὄργανα παρατηρήσεων τοὺς γνώμονας. Ὁ Κικέρων μάλιστα παρέχει τὴν πληροφορίαν, ὅτι τὸ ἀστεροσκοπεῖον εἰς τὴν Λακεδαίμονα ἐστήθη ὑπὸ τοῦ Ἀναξιμάνδρου εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ Ταϋγέτου (Cic. de div. I, 150 112).

Τόσον ὁ Θαλῆς ὅσον καὶ ὁ Ἀναξίμανδρος, ἐθεώρουν ὡς ἐπιστέγασμα τῶν ἐπινοήσεων καὶ τῶν ποικίλων θεωριῶν των καὶ παρατηρήσεων ἐπὶ τῶν τοῦ κόσμου πραγμάτων τὴν διατύπωσιν φιλοσοφικῶν δοξασιῶν πρὸς γενικωτέραν ἑρμηνείαν καὶ κατανόησιν τοῦ κόσμου. Αἱ βάσεις ὅμως ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐστηρίζοντο διὰ τὴν διατύπωσιν τῶν φιλοσοφικῶν αὐτῶν δοξασιῶν, ἦσαν αἱ ἔρευναι ἐπὶ τῶν φυσικῶν φαινομένων. Εἰς τὰς ἐρεύνας δὲ αὐτὰς φαίνεται ὅτι ὁ μαθητὴς ὑπερέβη τὸν διδάσκαλον. Ὅλα σχεδὸν τὰ πεδία τοῦ ἐπιστητοῦ τὰ σχέσιν ἔχοντα πρὸς τὰς θετικὰς ἐπιστήμας, ἐγένοντο ἀντικείμενα ἐρεύνης καὶ σπουδῆς ὑπὸ τοῦ Ἀναξιμάνδρου. Εἰς τὴν ἀστρονομίαν εἶναι ὁ πρῶτος ὁ ὁποῖος ἐσκέφθη νὰ χρησιμοποιήσῃ τὴν γεωμετρίαν διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἀποστάσεων καὶ τῶν μεγεθῶν τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης, προκαλῶν οὕτω τὸν θαυμασμὸν τῶν συγχρόνων καὶ τῶν μεταγενεστέρων διὰ τὸ ἐκπληκτικὸν διὰ τὴν ἐποχήν του ἐγχείρημα. Ἀπὸ τὰς μετρήσεις αὐτάς, αἱ ὁποῖαι δυστυχῶς δὲν ἐσώθησαν ἀλλὰ λαμβάνομεν γνῶσιν τῶν ἀποτελεσμάτων ἐκ μεταγενεστέρων συγγραφέων, συνήγαγε τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ τροχιὰ τῆς κυκλικῆς περιφερείας τοῦ ἡλίου (καθ' ἡμᾶς σήμερον τὸ μῆκος τῆς ἐκλειπτικῆς) εἶναι 720 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς τροχιᾶς τῆς κυκλικῆς περιφορᾶς τῆς σελήνης. Πολὺ ὀρθῶς τονίζεται ὑπὸ τῶν συγχρόνων ἐπιστημόνων, ὅτι δὲν ἔχει σημασίαν ἂν οἱ ἀριθμοὶ αὐτοὶ τοῦ Ἀναξιμάνδρου δὲν πλησιάζουν πρὸς τοὺς σήμερον ὑπὸ τῶν ἀστρονόμων ὑπολογιζομένους. Σημασίαν ἔχει ὅτι ἐγένοντο συναφεῖς μετρήσεις καὶ μάλιστα μὲ ἀτελέστατα καὶ πρωτόγονα ἔργανα μετρήσεων, διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ἱστορίαν τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος (ἀπόσπ. 95. Spengler, Diels Fr. Vorsoc. I, σελ. 86, 12[2]).

Κατάπληξιν προξενεῖ εἰς τοὺς συγχρόνους ἡ θεωρία τοῦ Ἀναξιμάνδρου ὅτι τὸ πᾶν ἦτο διάπυρον ἄλλοτέ ποτε καὶ ἑνιαῖον καὶ ἐξ αὐτοῦ ἀπεκρίθησαν οἱ ἄλλοι κόσμοι. Ἡ σημερινὴ ἐπιστήμη δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ προσθέσῃ τίποτε περισσότερον εἰς τὴν θεωρίαν αὐτήν.

Ὁ Ἀναξίμανδρος εἶχε γράψει πολλὰς πραγματείας δι' ὅλους σχεδὸν τοὺς κλάδους τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν, αἱ ὁποῖαι ἀπωλέσθησαν. Αἱ περισωθεῖσαι πενιχραὶ πληροφορίαι περὶ τοῦ περιεχομένου τῶν πραγματειῶν αὐτῶν προέρχονται ἀπὸ συγγραφεῖς, οἵτινες ἤκμασαν τοὐλάχιστον πεντακόσια ἔτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Μιλησίου φιλοσόφου, μεταξὺ τῶν ὁποίων καταλέγονται ὁ Ἀέτιος, ὁ Πλούταρχος, ὁ Ἱππόλυτος, ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος καὶ ἄλλοι. Κατὰ τὸν Ἱππόλυτον ὁ Ἀναξίμανδρος πρεσβεύει ὅτι ἡ γῆ εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον τοῦ κόσμου, ἀλλὰ δὲν στηρίζεται πουθενά, αἰωρεῖται δὲ ἕνεκα τῆς ἕλξεως τῶν περὶ αὐτὴν οὐρανίων σωμάτων (Τὴν γῆν εἶναι μετέωρον ὑπὸ μηδενὸς κρατουμένην, μένουσαν δὲ διὰ τὴν ὁμοίαν πάντων ἀπόστασιν). Ὁ Θέων ὅμως ὁ Σμυρναῖος παρέχει τὴν πληροφορίαν ὅτι κατὰ τὸν Ἀναξίμανδρον ἡ γῆ εἶναι μετέωρος καὶ κινεῖται περὶ τὸ τοῦ κόσμου μέσον) (Ἀναξίμανδρος δὲ ὅτι ἡ γῆ μετέωρος· καὶ κινεῖται περὶ τὸ τοῦ κόσμου μέσον) (Ἔκδοσις Hiller, σελ. 198, 18, Λειψία 1878). Ὅπως βλέπομεν, ἑκατὸν περίπου ἔτη πρὸ τῶν Πυθαγορείων Ἱκέτα καὶ Ἐκφάντου, τοὺς ὁποίους ὁ Κοπέρνικος εἰς ἐπιστολήν του πρὸς τὸν Πάππαν ἀναγνωρίζει ὡς διατυπώσαντας τὴν θεωρίαν τοῦ ἡλιοκεντρικοῦ συστήματος, ὁ Ἀναξίμανδρος πρῶτος ὁμολογεῖται ὅτι ἔχει διατυπώσει τὴν θεωρίαν αὐτήν.

Ἡ ψῦξις τῆς γῆς, ὁ σχηματισμὸς τῶν θαλασσῶν, ἡ δημιουργία τῶν ἀνέμων, αἱ ἀστραπαὶ καὶ αἱ βρονταί, αἱ ἐκλείψεις ἡλίου καὶ σελήνης, ἡ θέσις τῶν πλανητῶν καὶ ἀπλανῶν ἀστέρων ἔχουν ἐπισύρει τὴν προσοχὴν τοῦ Ἀναξιμάνδρου, ὅστις ἐπιχειρεῖ καὶ δίδει διαφόρους ἑρμηνείας διὰ τὴν κατανόησιν τῶν φυσικῶν αὐτῶν φανομένων. Ὁ σπόρος, τὸν ὁποῖον ἔσπειρεν ὁ Θαλῆς ἔλαβε διὰ τοῦ Ἀναξιμάνδρου ἀπίστευτον ἀνάπτυξιν. Εἶναι ὁ πρῶτος, ὅστις κατεσκεύασε γεωγραφικὸν χάρτην τῆς οἰκουμένης τότε γῆς.. «Πρῶτος ἐτόλμησε τὴν οἰκουμένην ἐν πίνακι γράψαι». Ἡ παράστασις ὅμως σφαιρικῆς (ἢ κυλινδροειδοῦς ἐπιφανείας) εἰς τὸ ἐπίπεδον, ἡ κατασκευὴ δηλαδὴ τοῦ χάρτου τῆς γῆς, σημαίνει ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος ἐχρησιμοποίησε γνώσεις προβολικῆς γεωμετρίας, τὰς ὁποίας ἀνεκάλυψε, φαίνεται, ὁ ἴδιος.

Εἶναι ὁ πρῶτος, ὅστις συνέγραψε πραγματείαν Φυσικῆς ἱστορίας, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἐπροξένησεν ἐπίσης μεγάλην ἐντύπωσιν. Ὁ Θεμίστιος (317 - 388) τονίζει τοῦτο ἰδιαιτέρως λέγων «Ἀναξίμανδρος ἐθάρρησε πρῶτος ὧν ἴσμεν Ἑλλήνων λόγον ἐξενεγκεῖν περὶ φύσεως συγγεγραμμένον. (Ὁ Ἀναξίμανδρος ἐτόλμησε πρῶτος ἐκ τῶν Ἑλλήνων, ἐξ ὅσων γνωρίζομεν, νὰ γράψῃ βιβλίον περὶ φύσεως) (Diels Fr. Vorsok. II σελ. 82, 12[2].

Κατάπληξιν προξενεῖ ἡ πληροφορία τὴν ὁποίαν παρέχει ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος καὶ ὁ Λατῖνος συγγραφεὺς Πλίνιος, ὅτι ὁ Ἀναξίμανδρος εἶχε κατασκευάσει σφαῖραν. Πρόκειται περὶ τῆς κατασκευῆς τοῦ πρώτου πλανηταρίου τοῦ κόσμου, ὅπου ἐδηλοῦντο αἱ κινήσεις τοῦ ἡλίου καὶ τῶν πλανητῶν (Διογένης Λ. II (1 - 2), Πλίνιος (Naturalis Historia II 31). Τὸ πρῶτον βιβλίον γεωμετρίας τοῦ κόσμου ἐγράφη ἀπὸ τὸν Ἀναξίμανδρον. Εἰς αὐτό, τὸ ὁποῖον δὲν ἐσώθη, θὰ περιείχοντο βέβαια αἱ προτάσεις, τὰς ὁποίας εἶχον ἀποδείξει ὁ Θαλῆς καὶ ὁ Ἀναξίμανδρος. Ἐπίσης, τὸ πρῶτον βιβλίον Γεωγραφίας ὀφείλεται εἰς τὸν Ἀναξίμανδρον.

Θαυμασμὸν ἀπέραντον προκαλεῖ τέλος ἡ βιολογικὴ θεωρία τοῦ Ἀναξιμάνδρου περὶ προελεύσεως τοῦ ἀνθρώπου ἐκ τῶν ἰχθύων, ἡ ποία ἐνέπνευσε τὸν Δαρβῖνον καὶ τοὺς μεταγενεστέρους βιολόγους (Πλουτάρχου Στρωματεῖς 2, Dox. 579).

***

Ὁ τρίτος καὶ τελευταῖος, ὡς φαίνεται, διευθυντὴς τῆς Σχολῆς τῆς Μιλήτου ὑπῆρξεν ὁ Ἀναξιμένης, ὁ ὁποῖος ἐπωνομάζετο φυσικός, διότι συνέχισε μὲ ζῆλον τὰς ἐρεύνας τοῦ διδασκάλου του Ἀναξιμάνδρου ἐπὶ τῶν φυσικῶν φαινομένων. Ἐλάχισται πληροφορίαι ἔχουν περισωθῆ περὶ τοῦ ἔργου τοῦ Ἀναξιμένους, διαπιστοῦται ὅμως ἐξ αὐτῶν ὅτι οὗτος ἐβάδισε πλήρως ἐπὶ τῶν ἰχνῶν, ἅτινα ἐχάραξεν ὁ μέγας αὐτοῦ διδάσκαλος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν, ὁ Ἀναξίμανδρος.

Η ΣΧΟΛΗ ΤΗΣ ΚΡΟΤΩΝΟΣ

1. Ἱδρυτὴς καὶ διευθυντὴς τῆς Σχολῆς τῆς Κρότωνος (λέγεται καὶ τοῦ Κρότωνος), πόλεως τῆς Μεγάλης Ἑλλάδος, ἀποικίας τῶν Σπαρτιατῶν καὶ Ἀχαιῶν, ὑπῆρξεν ὁ μέγας φιλόσοφος Πυθαγόρας ὁ Σάμιος. Ὁ Πλάτων εἰς τὴν Πολιτείαν (Χ 600 Α) σημειώνει ὅτι, ὅπως ὁ Ὅμηρος, ὅταν ἀκόμη ἔζη, λέγεται ὅτι ἦτο ἡγεμὼν παιδείας (δηλ. καθοδηγητὴς εἰς τὴν ἐκπαίδευσιν τῶν Ἑλλήνων) καὶ οἱ μαθηταί του παρέδοσαν εἰς τοὺς μεταγενεστέρους τρόπον τινὰ παιδείας Ὁμηρικόν, οὕτω πως καὶ ὁ Πυθαγόρας καὶ αὐτὸς πολὺ ἠγαπήθη, καὶ οἱ μετ' αὐτὸν ἀλλὰ καὶ οἱ σύγχρονοι τοῦ Πλάτωνος ὀπαδοὶ τοῦ Πυθαγόρου ἀποκαλοῦντες τὸν τρόπον τοῦ βίου των Πυθαγόρειον διακρίνονται μεταξὺ τῶν ἄλλων (ἀλλὰ δὴ εἰ μὴ δημοσίᾳ, ἰδίᾳ τισὶν ἡγεμὼν παιδείας αὐτὸς ζῶν λέγεται Ὅμηρον γενέσθαι, οἳ ἐκεῖνον ἠγάπων, ἐπὶ συνουσίᾳ καὶ τοῖς ὑστέροις ὁδόν τινα παρέδοσαν βίου Ὁμηρικήν, ὥσπερ Πυθαγόρας αὐτός τε διαφερόντως ἐπὶ τούτῳ ἠγαπήθη, καὶ οἱ ὕστεροι ἔτι καὶ νῦν Πυθαγόρειον τρόπον ἐπονομάζοντες τοῦ βίου διαφανεῖς πη δοκοῦσιν εἶναι ἐν τοῖς ἄλλοις ;).

Παρ' ὅλον ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἔφηβος ὢν ἐφοίτησεν εἰς τὴν Σχολὴν τῆς Μιλήτου καὶ ἤκουσε μαθήματα ἀπὸ τὸν ἴδιον τὸν Θαλῆν, ἐν τούτοις ἡ διδασκαλία καὶ ὁ τρόπος ἐργασίας εἰς τὴν Σχολὴν τῆς Κρότωνος διέφερον οὐσιωδῶς τῶν τῆς Σχολῆς τῆς Μιλήτου. Ὁ κύριος στόχος, πρὸς τὸν ὁποῖον ἀπέβλεπον καὶ αἱ δύο Σχολαί, ἦτο ἡ ἔρευνα τοῦ ὀντολογικοῦ προβλήματος. Ὁ τρόπος ὅμως τῆς ἐρεύνης ἦτο διάφορος. Ὁ Θαλῆς εἶχε ρίψει τὸ κύριον βάρος τῶν προσπαθειῶν του εἰς τὴν ἔρευναν καὶ τὴν σπουδὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων, ἐνῷ ὁ Πυθαγόρας εἶχε συγκεντρώσει τὰς προσπαθείας του εἰς τὴν ἔρευναν καὶ τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν καὶ εἰς τὴν ἠθικὴν διδασκαλίαν. Ἡ θεωρία τῶν ἀριθμῶν, ἡ γεωμετρία, ἡ γεωμετρικὴ ἄλγεβρα καὶ ἡ μαθηματικὴ θεωρία τῆς μουσικῆς, τὴν ὁποίαν ἐθεώρουν ἀδελφὴν τῆς ἀστρονομίας, ἔλαβον εἰς τὴν Πυθαγόρειον Σχολὴν τῆς Κρότωνος μεγάλην ἀνάπτυξιν.

Εἰς τὴν δημοσιότητα δὲν ἔφθασε ποτὲ ἐν λεπτομερείᾳ τὸ ἔργον καὶ τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἐπιστημονικῶν ἐρευνῶν, ἰδίᾳ τῶν μαθηματικῶν, τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν μαθητῶν καὶ ὀπαδῶν του, τῶν Πυθαγορείων. Ὅ,τι ἐγνώσθη περὶ τῆς διδασκαλίας καὶ τῶν ἐρευνῶν τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν Πυθαγορείων κατὰ τὰ πρῶτα ἑκατὸν ἔτη ἀπὸ τῆς ἱδρύσεως τῆς Σχολῆς ὀφείλεται κατ' ἀρχὴν εἰς τὸν

Πυθαγόρειον Φιλόλαον, ὅστις ἤκμασε περὶ τὸ 400 π.Χ., ἐνῷ ὁ Πυθαγόρας εἶχεν ἀποθάνει περὶ τὸ 500 π.Χ.

Μερικὰ ἐπιτεύγματα τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν, τὰ ὁποῖα περιέχονται εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου, θεωροῦνται ἀποτελέσματα τῶν ἐπιστημονικῶν ἐρευνῶν τῆς Σχολῆς τῆς Κρότωνος. Πολλοὶ μάλιστα μελετηταὶ τῶν ἑλληνικῶν μαθηματικῶν ἀποδίδουν καὶ τὰ τρία ἀριθμητικὰ βιβλία τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου (7—8—9) εἰς τοὺς Πυθαγορείους. Προσωπικῶς εἰς τὸν Πυθαγόραν ἀποδίδεται ἡ ἀνακάλυψις τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος καὶ ἡ περίφημος ἐπινόησις τῆς μεθόδου κατὰ τὴν ὁποίαν εὑρίσκονται οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοί, οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα. Τὸ θεώρημα αὐτὸ εἰς τὴν γεωμετρίαν λέγει, ὡς γνωστόν, ὅτι τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτεινούσης ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν δύο ἄλλων πλευρῶν τοῦ τριγώνου. Εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ὁ Πυθαγόρας ἀνεκάλυψε τριάδας ἀκεραίων ἀριθμῶν,οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ θεώρημα. Αἱ πρῶται τρεῖς τριάδες εὑρέθησαν ὅτι εἶναι (3—4—5), (5—12—13), (7—24—25).

Εἰς ἑκάστην τριάδα ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς παριστᾷ τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ἑνὸς ὀρθογωνίου τριγώνου, ἐνῷ οἱ ἄλλοι δύο ἀριθμοὶ παριστοῦν τὰ μήκη τῶν καθέτων πλευρῶν τοῦ τριγώνου. Πράγματι δὲ αὐτοὶ οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ ἐπαληθεύουν τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα, διότι εἶναι : 1) (3 X 3 + 4 X 4 = 5 X 5) ἢ 9 + 16 = 25, 2) (5 X 5 + 12 X 12 =13 X 13) ἢ 25 + 144= 169, 3) (7 X 7 + 24 X 24 = 25 X 25) ἢ 49 + 576 = 625. Ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι πολλαὶ τριάδες ἀκεραίων ἀριθμῶν, οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα. Οἱ ἀριθμοὶ ὅμως τῶν τριάδων αὐτῶν εὑρέθησαν μεταγενεστέρως, κατὰ πᾶσαν πιθανότητα εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος.

Οἱ μικρότεροι ἀκέραιοι ἀριθμοί, οἱ ἐπαληθεύοντες τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα εἶναι οἱ ἀριθμοὶ 3—4—5. Τὸ τρίγωνον τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ ἔχουν μῆκος 3, 4, 5 μέτρα π.χ., ὠνομάσθη ἱερὸν τρίγωνον. Οἱ Πυθαγόρειοι ἐθεώρουν κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη, τὰ στοχεῖα τῶν ἀριθμῶν ὡς στοιχεῖα τῶν ὄντων, ἀπέδιδον δηλ. εἰς τοὺς ἀριθμοὺς ἰδιότητας ἰδεατὰς καὶ ὑλικὰς (Μ.τ.Φ. 985 b), πιθανὸν δέ ἐκ τῶν Πυθαγορείων νὰ ἐνεπνεύσθη ὁ Πλάτων, ὅταν ὁμιλῇ περὶ τῶν ἀποκληθέντων εἰδητικῶν ἀριθμῶν. Ὑπῆρχον δὲ πολλαὶ ἀφορμαὶ καὶ πολλαὶ περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ Πυθαγόρειοι, ἐδικαιολογοῦντο εἰς τὸ νὰ ἀποδώσουν διαφόρους ἑρμηνείας εἰς ἰδιότητάς τινας τῶν ἀριθμῶν. Μία τοιαύτη περίπτωσις εἶναι ἡ ἰδιότης τῶν φίλων καλουμένων ἀριθμῶν, ἰδιότης δηλ. τῶν ἀριθμῶν, οἵτινες θεωροῦνται φίλοι μεταξύ των. Ἐκ πρώτης ὄψεως θεωρεῖται πολὺ περίεργον νὰ ὑπάρχουν ἀριθμοί, οἱ ὁποῖοι νὰ θεωροῦνται φίλοι μεταξύ των. Ὁ Ἰάμβλιχος, εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς (**Pistelli**, σελ. 35) παρέχει τὴν ἑρμηνείαν τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν γράφων τὰ ἀκόλουθα: διότι μερικοὺς ἄλλους ἀριθμοὺς τοὺς καλοῦν φίλους μεταξὺ των, ὅταν ἀποδίδουν εἰς αὐτοὺς τὰς ἀρετὰς καὶ ἀστείας συμπτώσεις τῶν ἀριθμῶν, ὅπως π.χ. τὸν ἀριθμὸν 284 καὶ τὸν 220· διότι τὰ μέρη ἑκάστου ἐξ αὐτῶν γεννοῦν αὐτοὺς σύμφωνα μὲ τὸν ὁρισμὸν τῆς φιλίας, τὸν ὁποῖον εἶχε δώσει ὁ Πυθαγόρας· διότι, ὅταν κάποιος τὸν ἠρώτησε «τί εἶναι φίλος» εἶπεν· «ἄλλος ἐγώ», πρᾶγμα τὸ ὁποῖον φαίνεται εἰς τοὺς ἀριθμοὺς (ἄλλους γάρ τινας ἄντικρυς φ ί λ ο υ ς ἀ ρ ι θ μ ο ὺ ς καλοῦσιν ἐν τῷ προσοικειοῦν τάς τε ἀρετὰς καὶ τὰς ἀστείας ἕξεις τοῖς ἀριθμοῖς, οἷον τὸν σπδ´ καὶ τὸν σκ´· γεννητικὰ γὰρ ἀλλήλων τὰ ἑκατέρου αὐτῶν μέρη κατὰ τὸν τῆς φιλίας λόγον, ὡς Πυθαγόρας ἀπεφήνατο· ἐρομένου γάρ τινος 'τί ἐστι φίλος' εἶπεν· 'ἕτερος ἐγώ', — ὅπερ ἐπὶ τούτων τῶν ἀριθμῶν δείκνυται).

Εἶναι πράγματι χαριτωμένη αὐτὴ ἡ ἰδιότης τῶν φίλων ἀριθμῶν. Ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὸν προηγούμενον ὁρισμὸν δύο ἀριθμοὶ εἶναι φίλοι, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν δυνατῶν πηλίκων ἑκάστου ἀριθμοῦ δίδῃ τὸν ἄλλον ἀριθμόν. Τὰ δυνατὰ πηλίκα τοῦ ἀριθμοῦ 220 εἶναι: $220 : 220 = 1$, $220 : 110 = 2$, $220 : 55 = 4$, $220 : 44 = 5$, $220 : 22 = 10$, $220 : 11 = 20$, $220 : 10 = 22$, $220 : 2 = 110$. Τὸ ἄθροισμα δὲ ὅλων τῶν εὑρεθέντων πηλίκων ἰσοῦται μὲ τὸν ἄλλον ἀριθμὸν 284, ἤτοι εἶναι :

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284.$$

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει μὲ τὰ δυνατὰ πηλίκα τοῦ ἀριθμοῦ 284, διότι εἶναι: $284 : 284 = 1$, $284 : 142 = 2$, $284 : 71 = 4$, $284 : 4 = 71$, $284 : 2 = 142$. Τὸ ἄθροισμα δὲ ὅλων τῶν εὑρεθέντων πηλίκων ἰσοῦται μὲ τὸν ἄλλον ἀριθμὸν 220, ἤτοι εἶναι: $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$.

Ἡ χαριτωμένη αὐτὴ ἰδιότης καὶ ἀστεία κατὰ τὸν Ἰάμβλιχον σύμπτωσις τῶν φίλων ἀριθμῶν ὡδήγησε πολλοὺς ἐξέχοντας μαθηματικοὺς τῶν νεωτέρων χρόνων εἰς ἐρεύνας διὰ τὴν εὕρεσιν ἑνὸς μαθηματικοῦ τύπου, διὰ τοῦ ὁποίου νὰ εὑρίσκωνται τὰ ζεύγη τῶν φίλων ἀριθμῶν, χωρὶς ὅμως νὰ ἐπιτύχουν τὴν εὕρεσιν αὐτήν. Ὁ Καρτέσιος (1596—1650) εὗρε μόνον τρία ζεύγη φίλων ἀριθμῶν, ἐνῷ ὁ Ὄϊλερ (1707—1783) εὗρε 61 ζεύγη φίλων ἀριθμῶν. Τὸ πρόβλημα ὅμως τῆς εὑρέσεως μαθηματικοῦ τύπου, ὅστις νὰ παρέχῃ ὅλα τὰ ζεύγη τῶν φίλων ἀριθμῶν, παραμένει ἀκόμη ἄλυτον.

Τὰ μαθηματικὰ ἐπιτεύγματα τῶν Πυθαγορείων θεωροῦνται ἐξόχως σπουδαῖα. Δὲν εἶναι ὑπερβολή, ἐὰν λεχθῇ ὅτι οἱ Πυθαγόρειοι ἀνεκάλυψαν τὰ σπουδαιότερα θεωρήματα τῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς γεωμετρίας καὶ ἔθεσαν τὰς βάσεις τοῦ μαθηματικοῦ οἰκοδομήματος τῆς ἀνθρωπότητος, βάσεις αἱ ὁποῖαι διὰ τῶν ἐργασιῶν τοῦ Πλάτωνος καὶ τοῦ Ἀριστοτέλους ἀπέκτησαν τοιαύτην στερεότητα, ὥστε νὰ παραμένουν ἀναλλοίωτοι.

Εἰς τὸν Πυθαγόραν ὀφείλεται κατὰ τὸν Πρόκλον ἡ ἀνακάλυψις τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν. Τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν τὴν ἀνήγαγεν ὁ Πυθαγόρας εἰς ἀπολύτως ἀδέσμευτον ἔρευναν, ἐξετάζων τὰς ἀρχὰς αὐτῶν ἀΰλως καὶ νοερῶς, ἀσχέτως δηλ. πρὸς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν καὶ τὴν κατασκευὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων, δηλ. τοῦ κύβου, τοῦ τετραέδρου, τοῦ ὀκταέδρου, τοῦ εἰκοσαέδρου, τοῦ δωδεκαέδρου ('Επὶ δὲ τούτοις Πυθαγόρας τὴν περὶ αὐτὴν φιλοσοφίαν (σημ. ἐννοεῖ, τὴν περὶ τὴν γεωμετρίαν) εἰς σχῆμα παιδείας ἐλευθέρου μετέστησεν, ἄνωθεν τὰς ἀρχὰς αὐτῆς ἐπισκοπούμενος καὶ ἀΰλως καὶ νοερῶς τὰ θεωρήματα διερευνώμενος, ὃς δὴ καὶ τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν ἀνεῦρεν) (Πρόκλου εἰς α' Εὐκλείδου σελ. 65, ἔκδ. Friedlein Λειψία 1873).

Ἡ πραγματεία περὶ τῶν ἀλόγων εἶναι πράγματι ἡ περὶ τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν, κατὰ τὴν σημερινὴν ἔκφρασιν. Μερικοὶ ἐκ τῶν Εὐρωπαίων μελετητῶν, ἐφαρμόζοντες τὴν προσφιλῆ εἰς αὐτοὺς μέθοδον τοῦ Ἡροστράτου, ὁ ὁποῖος διὰ νὰ ἀπαθανατίσῃ τὸ ὄνομά του ἔκαυσε τὸν ἐν Ἐφέσῳ ναὸν τῆς Ἀρτέμιδος, κατακρίνουν τὰ μαθηματικὰ τῶν Ἑλλήνων. Μεταξὺ αὐτῶν συγκαταλέγεται καὶ ὁ Γερμανὸς κοινωνιολόγος Spengler ὁ ὁποῖος εἰς τὸ βιβλίον του, «Ἡ καταστροφὴ τῆς Δύσεως (Der Untergang des Abendlandes, Μόναχον 1923) ἰσχυρίζεται, ὅτι οἱ Ἕλληνες δὲν κατενόησαν τοὺς ἀσυμμέτρους ἀριθμοὺς καὶ προσθέτει μὲ κάποιαν κακίαν εἰς τὴν σελίδα 118 ὅτι : «μέχρι τοῦ 18ου αἰῶνος λαϊκαὶ — Εὐκλείδειοι προλήψεις (!!) ἐπεσκότισαν τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπειροστικοῦ ἀξιώματος». Σημειωτέον ὅτι εἰς τὰ Μαθηματικὰ ἀπειροστικὸν ἀξίωμα δὲν ὑπάρχει. ("Ιδε ἀνασκευὴν τούτων εἰς τὸ βιβλίον «Ἡ Κρίσις τῶν ἀρχῶν τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης», ὑπὸ H. Hasse — H. Scholz μετάφρασις εἰς τὴν ἑλληνικὴν ἐκ τοῦ γερμανικοῦ ὑπὸ Φίλωνος Βασιλείου καὶ Χρίστου Καπνουκάγια, 1934, εἰς Δελτίον Ἑλλην. Μαθηματικῆς Ἑταιρείας, τόμ. ΙΔ' α', β', ΙΕ' α').

Τὸ ἀνωτέρω βιβλίον τοῦ Spengler μεταφρασθὲν εἰς τὴν ἀγγλικὴν ἐτυπώθη πρὸ ὀλίγων ἐτῶν εἰς τὴν Ἀμερικήν. Εἶναι εὐνόητον ὅτι μὲ τὴν κακὴν διάθεσιν καὶ τὴν διαστρέβλωσιν τῆς ἀληθείας δὲν λύονται τὰ ἐπιστημονικὰ ζητήματα. Διότι εἶναι ἀναμφισβήτητον ὅτι οἱ Πυθαγόρειοι καὶ γενικώτερον οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες μαθηματικοὶ εἶχον ἀνακαλύψει τὰ περὶ τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν, ἡ δὲ ἔννοια μέγεθος εἶναι πολὺ εὐρυτέρα τῆς ἐννοίας ἀριθμός.

2. Μεγάλην ἀνάπτυξιν ἔλαβεν ἡ ἀλγεβρικὴ θεωρία τῶν ὑπὸ τῶν μεταγενεστέρων καλουμένων διοφαντικῶν ἐξισώσεων διὰ τοῦ μεγάλου μαθηματικοῦ τῆς ἀρχαιότητος τοῦ ἐκ τῆς νήσου Πάρου καταγομένου Θυμαρίδα. Ὁ Θυμαρίδας διετέλεσε μαθητὴς τοῦ Πυθαγόρου καὶ ἔγινε γνωστὸς εἰς ἡμᾶς διὰ τοῦ Ἰαμβλίχου, ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει τὸν Θυμαρίδαν εἰς τὸν κατάλογον τῶν πρώτων Πυθαγορείων μαθητῶν, τὸν παρατιθέμενον εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου (36, 267, B.G. Teubner, Λειψία 1937). Εἰς τοὺς ἐκ Πάρου μαθητὰς τοῦ Πυθαγόρου περιλαμβάνονται οἱ ἑξῆς : Αἰήτιος, Φαινεκλῆς, Δεξίθεος, Ἀλκίμαχος, Δείναρχος, Μέτων, Τίμαιος, Τιμησιάναξ, Εὔμοιρος, Θυμαρίδας. Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν μεταξὺ τῶν Παρίων τούτων Πυθαγο-

ρείων ὑπῆρχον καὶ ἄλλοι διακεκριμένοι μαθηματικοί, ἐκτὸς τοῦ Θυμαρίδα.

Εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς, ὁ Ἰάμβλιχος χρησιμοποιεῖ τοὺς ὅρους «ἔφοδος τοῦ Θυμαριδείου ἐπανθήματος» (σελ. 62, 65), ἐπάνθημα (σελ. 63), ἐπανθήματα (σελ. 68). (Ἔκδ. Pistelli B. A. Teubner, Λειψία 1894). Πρόκειται περὶ μεθόδου ἐπιλύσεως ἀλγεβρικῶν ἐξισώσεων, αἱ ὁποῖαι σήμερον ὀνομάζονται διοφαντικαὶ ἐξισώσεις ἢ ἐξισώσεις ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως. Ἡ εὕρεσις τῶν τριάδων ἀκεραίων ἀριθμῶν οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα καὶ εὑρέθησαν τὸ πρῶτον ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου, ἀποτελεῖ σπουδαίαν συμβολὴν εἰς τὴν θεωρίαν τῶν διοφαντικῶν ἐξισώσεων. Φαίνεται, ὅτι τῇ ὑποδείξει τοῦ διδασκάλου ὁ Θυμαρίδας εἶχεν ειδικευθῆ εἰς τὸν μαθηματικὸν αὐτὸν κλάδον τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν.

Ἡ λέξις ἐπάνθημα δὲν ἔχει ἰδιαιτέραν τινὰ σχέσιν πρὸς τὰ μαθηματικά, οὔτε ἐσώθη ἑρμηνεία τις σχετίζουσα αὐτὴν πρὸς τὴν ἐπιστήμην τῶν μαθηματικῶν. Εἶναι πιθανὸν ὅτι ἡ συναφὴς ἐπινόησις τοῦ Θυμαρίδα διὰ τὴν ἐπίλυσιν διοφαντικῶν ἐξισώσεων ἔκαμε τὴν ἐποχὴν ἐκείνην μεγάλην ἐντύπωσιν καὶ παρωμοιάσθη πρὸς ἄνθος, πρὸς ἀπαύγασμα μιᾶς πνευματικῆς προσπαθείας. Ὁ Θυμαρίδας χρησιμοποιεῖ εἰς τὴν μέθοδόν του πρὸς λύσιν ἁπλοῦ τύπου διοφαντικῆς ἐξισώσεως πορίσματα τῆς θεωρίας τῶν πολυγώνων ἀριθμῶν.

*
**

Ἡ θεωρητικὴ ἔρευνα τῶν νόμων τῆς ἀριθμητικῆς, ἐπειδὴ πρόκειται περὶ ἐντελῶς ἀφῃρημένης ἐπιστήμης, παρουσίαζε κατὰ τὰ πρῶτα στάδια τῆς δημιουργίας καὶ ἀναπτύξεως τῶν μαθηματικῶν μεγάλας δυσκολίας. Εὐκολωτέρα κάπως παρουσιάζετο ἡ γεωμετρικὴ ἔρευνα, ἡ ὁποία διηυκολύνετο ἐκ τῆς διὰ τῶν γεωμετρικῶν σχημάτων δημιουργουμένης ἐποπτείας. Τὰ γεωμετρικὰ σχήματα ἐχρησιμοποιήθησαν κατ' ἀρχὰς διὰ τὴν σπουδὴν τῶν νόμων τῆς ἀριθμητικῆς καὶ τῆς ἀλγέβρας. Γεωμετρικὴ ἄλγεβρα, τὴν ὁποίαν ἀνέπτυξαν πολὺ οἱ Πυθαγόρειοι, σημαίνει σπουδὴν τῆς ἀλγέβρας διὰ τῶν σχημάτων καὶ τῶν μεθόδων τῆς γεωμετρίας. Ὁ ὅρος γεωμετρικὴ ἀριθμητικὴ εἶναι ἀσυνήθης. Χρησιμοποιεῖται ὅμως ἡ γεωμετρικὴ μέθοδος εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις ἐρεύνης τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν, ὅπως π.χ. εἶναι ἡ ἔρευνα τῶν πολυγώνων καλουμένων ἀριθμῶν, διὰ τῶν ὁποίων γίνεται ἡ σπουδὴ τῶν ἀριθμητικῶν προόδων.

Ἐὰν λάβῃ κανεὶς ὑπ' ὄψιν ὅτι ἡ σύγχρονος μαθηματικὴ ὁρολογία καὶ ὁ σύγχρονος μαθηματικὸς συμβολισμὸς (ἐκτὸς τοῦ τῆς θεωρίας τῶν συνόλων) εὐκολύνουν πολὺ τὴν μαθηματικὴν ἔρευναν καὶ ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες δὲν εἶχον εἰς τὴν διάθεσίν των τὸν συμβολισμὸν αὐτόν, ὅστις ἐχρειάσθη χιλιάδας ἔτη διὰ νὰ διαμορφωθῇ, θὰ κατανοήσῃ τὰς δυσκολίας ἐναντίον τῶν ὁποίων ἐπάλαιον οἱ Ἕλληνες μαθηματικοὶ κατὰ τὰ πρῶτα στάδια τῆς ὑπ᾿ αὐτῶν δημιουργίας τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

⁂

Τὰ ἁπλούστερα γεωμετρικὰ σχήματα εἶναι τὰ λεγόμενα κανονικά, τὰ ἔχοντα δηλαδὴ τὰς πλευρὰς καὶ τὰς γωνίας ἴσας, ὅπως εἶναι π.χ. τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, τὸ τετράγωνον, τὸ κανονικὸν πεντάγωνον, ἑξάγωνον κλπ. Οἱ ἀριθμοί, οἱ προκύπτοντες ἐκ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν προηγουμένων σχημάτων ἀντιστοίχως, ὀνομάζονται τρίγωνοι, τετράγωνοι, πεντάγωνοι... πολύγωνοι. Τὴν θεωρίαν τῶν πολυγώνων ἀριθμῶν ἐχρησιμοποίησε κατ᾿ ἀρχὴν ὁ Θυμαρίδας διὰ τὴν ἐπίλυσιν διοφαντικῶν ἐξισώσεων. Ὁ Ἰάμβλιχος ἀναφέρων ἓν παράδειγμα ἐπιλύσεως τοιαύτης ἐξισώσεως ὑπὸ τοῦ Θυμαρίδα ὀνομάζει τὴν μέθοδον αὐτοῦ γλαφυρωτάτην καὶ ἀναφέρει τὸ ἑξῆς πρόβλημα τοῦ ὁποίου παραθέτει καὶ τὴν λύσιν :

Νὰ εὑρεθοῦν τέσσαρες ἀριθμοὶ τοιοῦτοι, ὥστε τὸ ἄθροισμα τοῦ πρώτου μετὰ τοῦ δευτέρου νὰ εἶναι τὸ διπλάσιον τοῦ ἀθροίσματος τοῦ τρίτου μετὰ τοῦ τετάρτου καὶ πάλιν τὸ ἄθροισμα τοῦ πρώτου μετὰ τοῦ τρίτου νὰ εἶναι τριπλάσιον τοῦ ἀθροίσματος τοῦ δευτέρου μετὰ τοῦ τετάρτου, καὶ ὁμοίως τὸ ἄθροισμα τοῦ πρώτου μετὰ τοῦ τετάρτου νὰ εἶναι τετραπλάσιον τοῦ ἀθροίσματος τοῦ δευτέρου μετὰ τοῦ τρίτου, τὸ ἄθροισμα δὲ καὶ τῶν τεσσάρων ἀριθμῶν νὰ εἶναι πενταπλάσιον τοῦ ἀθροίσματος τοῦ δευτέρου μετὰ τοῦ τρίτου (σημ. Οἱ ζητούμενοι ἀριθμοὶ εἶναι κατὰ σειρὰν οἱ 73, 7, 17, 23 ἡ δὲ λύσις τοῦ προβλήματος ἐκτίθεται εἰς τὸ Περιοδικὸν Πλάτων, τεῦχος Α΄, 1952 καὶ τὴν Ἐπετηρίδα Κυκλαδικῶν Μελετῶν, τόμ. Α΄, 1961). Τὸ πρόβλημα λύεται χωρὶς κανένα συμβολισμόν, μὲ καταπλήσσουσαν ὅμως μαθηματικὴν σκέψιν, ἡ ὁποία παριστᾷ ἀνάγλυφον τὴν μεγάλην ἀνάπτυξιν τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων καὶ ἰδιαίτατα ἐν προκειμένῳ τὴν μεγάλην ἀξίαν τοῦ Θυμαρίδα ὡς μαθηματικοῦ.

Εἰς τὴν αὐτὴν πραγματείαν του ὁ Ἰάμβλιχος πληροφορεῖ ἡμᾶς ὅτι οἱ Πυθαγόρειοι εἶχον σπουδάσει λεπτομερῶς τὰς τρεῖς θεμελιώδεις ἀναλογίας, δηλαδὴ τὴν ἀριθμητικήν, τὴν γεωμετρικὴν καὶ τὴν ἁρμονικὴν ἢ μουσικήν. Εἰς τὴν τελευταίαν ἀναλογίαν στηριζόμενος ὁ Πυθαγόρας κατεσκεύασε τὴν μουσικὴν κλίμακα, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὸν θαυμασμὸν ὅλων τῶν ἐπιγενομένων. Καὶ πρὸ τῆς ἀνακαλύψεως τῆς μουσικῆς κλίμακος ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου, οἱ πολιτισμένοι λαοὶ εἶχον μουσικὴν ἐμπειρικὴν καὶ μάλιστα σπουδαίαν μουσικήν. Διὰ τὴν μουσικὴν τῶν Ἑλλήνων π.χ. ἀρκεῖ νὰ ἐνθυμηθῶμεν τὴν παράδοσιν ὅτι τοιαύτη ἦτο ἡ ψυχολογικὴ ἐπίδρασις ἐκ τῆς λύρας τοῦ Ἀμφίωνος, ὥστε οἱ λίθοι μετεκινοῦντο μόνοι των διὰ τὴν κτίσιν τῶν τειχῶν τῶν Θηβῶν.

⁂

Τὸ μέγα ἐπίτευγμα τοῦ Πυθαγόρου ἔγκειται εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τῶν μαθηματικῶν νόμων διὰ τὴν κατασκευὴν τῆς μουσικῆς κλίμακος. Δὲν ὑπάρχουν ἀποδείξεις κατὰ τὰς ὁποίας ὁ θρησκευτικὸς φανατισμὸς συνετέλεσεν, ὥστε νὰ ἐξαφανισθῇ ἀπὸ προσώπου τῆς γῆς ἡ μουσικὴ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Τὸ μόνον τὸ ὁποῖον ἀπέμεινε εἶναι στοιχεῖά τινα τῆς θεωρίας τῆς μουσικῆς, ἀποδιδόμενα εἰς τὸν Ἀριστόξενον καὶ τὸν Εὐκλείδην. Κατωτέρω παραθέτομεν τὴν ἰταλικὴν ὀνομασίαν τῶν ὀκτὼ φθόγγων τῆς μουσικῆς κλίμακος, τὴν ὁποίαν χρησιμοποιοῦμεν σήμερον εἰς τὴν Ἑλλάδα, τὴν ἀντίστοιχον βυζαντινὴν ὀνομασίαν καὶ τὴν ἀντίστοιχον ἀρχαίαν ὀνομασίαν, καίτοι περὶ αὐτῆς δὲν εἴμεθα ἀπολύτως βέβαιοι :

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
πα	βου	γα	δη	κε	ζω	νη	πα
τη	τα	τε	τω	τη	τα	τω	τη

Ὅτι ἡ βυζαντινὴ μουσικὴ κλῖμαξ ἔχει προέλθει, ὡς πρὸς τὴν ὀνομασίαν της τοὐλάχιστον, ἐκ τῆς Πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος, φαίνεται ἐκ μιᾶς συγκρίσεως. Οἱ τέσσαρες θεμελιώδεις φθόγγοι τῆς Πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος, ἤτοι ἐκ τῶν ὀκτὼ φθόγγων αὐτῆς ὁ πρῶτος, ὁ τέταρτος, ὁ πέμπτος καὶ ὁ ὄγδοος ὀνομάζονται εἰς τὴν μουσικὴν ἀναλογίαν : ὑ-πάτη, μέση, πα-ραμέση, νή-τη. Αἱ συλλαβαὶ πα καὶ νη ἀπαντῶνται εἰς τὴν ὀνομασίαν τοῦ πρώτου, τοῦ ἑβδόμου καὶ τοῦ ὀγδόου φθόγγου τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς κλίμακος, ἡ δὲ ὀνομασία τοῦ ἕκτου φθόγγου αὐτῆς, τοῦ ζω, φαίνεται ὅτι ἔχει προέλθει ἐκ τῆς ὀνομασίας τοῦ ἀντιστοίχου ἑβδόμου φθόγγου τῆς Πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος τοῦ τω.

⁂

Ἐξέχουσαν θέσιν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀναλογιῶν ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων καταλαμβάνει ἡ μελέτη περὶ τὴν τομὴν εὐθείας γραμμῆς εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον. Ἀπὸ τῆς Ἀναγεννήσεως καὶ ἐντεῦθεν, ἡ τομὴ αὐτη ὀνομάζεται χρυσῆ τομὴ εὐθείας. Πρόκειται περὶ τῆς τομῆς μιᾶς εὐθείας εἰς δύο μέρη ἄνισα τοιαῦτα, ὥστε τὸ μεγαλύτερον μέρος πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸν ἑαυτόν του νὰ δίδῃ γινόμενον ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τὸ προκῦπτον ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὁλοκλήρου τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ μικρότερον ἐκ τῆς τομῆς προερχόμενον μέρος. Αἱ διαγώνιοι τοῦ κανονικοῦ πενταγώνου τέμνονται μεταξύ των κατὰ τὴν χρυσῆν τομήν. Σημειωτέον ὅτι καὶ τὸ πεντάγραμμον τοῦ μουσικοῦ συμβολισμοῦ προέρχεται ἐκ τῶν Πυθαγορείων.

Ὁ περίφημος Γερμανὸς ψυχολόγος Γουσταῦος Φέχνερ (1801 — 1887) ἑλκυσθεὶς ἐκ τῆς μαγείας, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ πράγματι ὁ θρῦλος τῆς χρυσῆς τομῆς τῶν Πυθαγορείων, προέβη εἰς σωρείαν ψυχολογικῶν ἐρευνῶν σχετικῶς πρὸς τὸ συναίσθημα, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ εἰς τὸν ἄνθρωπον ἡ τομὴ αὕτη καὶ κατέληξεν εἰς τὸ συμπέρασμα (κατὰ τὸ 1876), ὅτι ἐκεῖνα τὰ ὀρθογώνια σχήματα προκαλοῦν εὐάρεστον συναίσθημα εἰς τὸν ἄνθρωπον, ὅταν τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος αὐτῶν προέρχωνται ἐκ τῆς χρυσῆς τομῆς μιᾶς εὐθείας. Ἐὰν δηλαδὴ ἔχωμεν τυχοῦσαν εὐθεῖαν καὶ τάμωμεν αὐτὴν κατὰ τὸν κανόνα τῆς χρυσῆς τομῆς, κατασκευάσωμεν δὲ ἐκ τῶν δύο ἀνίσων τμημάτων ἓν ὀρθογώνιον, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος ἰσοῦται μὲ τὸ ἐκ τῆς τομῆς προελθὸν μεγαλύτερον μέρος τῆς εὐθείας τὸ δὲ πλάτος ἰσοῦται μὲ τὸ μικρότερον μέρος, θὰ προκαλῆται εἰς ἡμᾶς ἐκ τῆς ὄψεως τοῦ ὀρθογωνίου αὐτοῦ εὐάρεστον συναίσθημα. Τοῦτο σημαίνει ὅτι αἱ θύραι καὶ τὰ παράθυρα παντὸς οἰκοδομήματος τότε μόνον προκαλοῦν εὐάρεστον συναίσθημα, ὅταν τὸ ἄθροισμα τοῦ μήκους καὶ τοῦ πλάτους αὐτῶν ἀποτελοῦν εὐθεῖαν, ἡ ὁποία ἔχει τμηθῆ κατὰ τὸν κανόνα τῆς χρυσῆς τομῆς ἤ, κατὰ τὴν ὁρολογίαν τῶν Πυθαγορείων, ὅταν ἔχῃ τμηθῆ ἡ εὐθεῖα εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον.

Κατὰ τὸ 1893 ὁ Γερμανὸς Adalbert Goeringer κατεσκεύασε διαβήτην διὰ τοῦ ὁποίου λαμβάνονται τὰ δύο τμήματα εὐθείας τμηθείσης εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον. Ἀναφέρομεν μερικὰ ζεύγη ἐκ τῶν τομῶν αὐτῶν. Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν ἑκάστου ζεύγους ἀποτελεῖ τὸ μῆκος ἑκάστης εὐθείας κατὰ προσέγγισιν (1 : 0,6), (2 : 1,2), (3 : 1,9). (4 : 2.5). (5 : 3.1.

*
**

Εἰς μερικὰ μέρη τοῦ Παρθενῶνος παρατηρεῖται ἐφαρμογὴ τῆς τομῆς εὐθείας εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον. Τὸ μῆκος τῶν κιόνων ἀποτελεῖ τὸ μεγάλο τμῆμα καὶ τὸ μῆκος ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῶν κιόνων μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ Παρθενῶνος ἀποτελεῖ τὸ μικρὸν τμῆμα εὐθείας τμηθείσης εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον. Ἀλλὰ καὶ εἰς τὰ ζῶα καὶ τὰ φυτὰ παρατηρεῖται ἐφαρμογὴ τῆς χρυσῆς τομῆς, ὅπως π.χ. εἰς τὸ θαλάσσιον ζῶον ἀστερίας ὁ ἐρυθρός, εἰς τὰ φύλλα τοῦ κισσοῦ κλπ. Καὶ εἰς τὰ ἀνόργανα ἀκόμη σώματα, εἰς τοὺς κρυστάλλους π.χ. τῆς χιόνος,παρατηρεῖται τὸ φαινόμενον τῆς χρυσῆς τομῆς.

Καὶ εἰς πολλὰς διαστάσεις μερῶν τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος παρατηρεῖται τὸ αὐτὸ φαινόμενον. Τὸ ἀνάστημα π.χ. τοῦ ἀνθρώπου διαιρεῖται διὰ τοῦ ὀμφαλοῦ εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τῆς βάσεως τῶν ποδῶν μέχρι τοῦ ὀμφαλοῦ εἶναι 1,04 μέτρα, ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ὀμφαλοῦ μέχρι τῆς κορυφῆς τῆς κεφαλῆς θὰ εἶναι 0,64 (κατὰ προσέγγισιν) μέτρα, ἐνῷ τὸ ἀνάστημα τοῦ ἀνθρώπου θὰ εἶναι 1,68 μέτρα. Ὅθεν ἀντιλαμβάνεται κανεὶς τὴν ἔλλαμψιν, τὴν ὁποίαν ἔσχον πράγματι οἱ Πυθαγόρειοι, τὴν θείαν δηλαδὴ φώτισιν, κατὰ τὴν ἀνακάλυψιν τοῦ εἰς τὴν φύσιν πολλαχῶς ἀπαντωμένου γεωμετρικοῦ νόμου τῆς χρυσῆς τομῆς.

Η ΣΧΟΛΗ ΤΩΝ ΑΘΗΝΩΝ

1. Προκαλεῖ μεγάλην ἐντύπωσιν ὅτι ὡς πρῶτον Πανεπιστήμιον τοῦ κόσμου μνημονεύεται ἡ Σχολή, τὴν ὁποίαν ἵδρυσεν ὁ Θαλῆς εἰς τὴν Μίλητον (περὶ τὸ 600 π.Χ.), ἥτις ἦτο ἀποικία τῶν Ἀθηναίων. Εἶναι λογικὸν νὰ σκεφθῇ κανεὶς ὅτι ἡ ἀποικία πρέπει νὰ ἔλαβε τὰ φῶτα ἀπὸ τὴν μητρόπολιν. Καὶ φαίνεται ὅτι πράγματι ἡ μητρόπολις κατὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην εἶχεν ἀναπτύξει μεγάλην δραστηριότητα. Ὄχι μόνον αἱ Ἀθῆναι ἀλλὰ καὶ ἄλλαι ἑλληνικαὶ πόλεις, ὅπως ἡ Σπάρτη, ἡ Κόρινθος, ἡ Λίνδος τῆς Ρόδου, ἡ Μυτιλήνη κλπ. εἶχον μεγάλην πνευματικὴν ἄνθησιν, ἂν κρίνωμεν ἀπὸ τὰς πόλεις καταγωγῆς τῶν ἑπτὰ σοφῶν τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ἡ παράδοσις μάλιστα λέγει ὅτι ὑπῆρχον τὴν ἐποχὴν αὐτὴν δέκα ἑπτὰ σοφοὶ καὶ ὄχι μόνον ἑπτά. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὐρύνεται κατὰ πολὺ ὁ ἀριθμὸς τῶν πνευματικῶν κέντρων τῆς Ἑλλάδος.

Τὸ περιστατικὸν ὅτι αἱ Ἀθῆναι ἀνέλαβον τὴν πρωτοβουλίαν νὰ ἀνακηρύξουν τοὺς ἑπτὰ σοφοὺς τῆς ἀρχαίας Ἑλλάδος κατὰ τὸ 582 π.Χ. ἐπὶ ἄρχοντος Δαμασίου, μαρτυρεῖ ὅτι πράγματι τὸ κατὰ τὸν Πίνδαρον δαιμόνιον πτολίεθρον (Διθύραμβοι Fr. 76), τὴν ἐποχὴν αὐτὴν εὑρίσκετο εἰς τὴν πρώτην γραμμὴν τῆς πνευματικῆς δημιουργίας τοῦ ἑλληνικοῦ κόσμου. Ἡ τοποθέτησις τῆς Σχολῆς τῆς Μιλήτου ὡς τοῦ πρώτου Πανεπιστημίου τοῦ κόσμου γίνεται μόνον τώρα κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη, ἐκ τοῦ περιστατικοῦ ὅτι εἰς τὸν Θαλῆν ἀποδίδεται ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀποδείξεως εἰς τὰ Μαθηματικά.

⁂

Ὅτι ἀπὸ τοῦ 1500 π.Χ. καὶ ἐντεῦθεν, ἀπὸ τῆς ἐποχῆς δηλαδὴ τοῦ Λίνου καὶ τοῦ μαθητοῦ αὐτοῦ Ὀρφέως, θὰ ὑπῆρχον εἰς τὴν Ἑλλάδα Σχολαὶ παντὸς τύπου θεωρεῖται βέβαιον. Οὐδεμία ὅμως πληροφορία ἔχει διασωθῇ περὶ τοῦ τύπου λειτουργίας τῶν Σχολῶν αὐτῶν. Διὰ τὰς Ἀθήνας εἰδικώτερον, δὲν σώζονται πληροφορίαι σχετικαὶ μὲ τὴν λειτουργίαν Σχολῶν, αἱ ὁποῖαι μνημονεύονται τὸ πρῶτον κατὰ τὸν πέμπτον π.Χ. αἰῶνα. Ἡ αἴγλη τὴν ὁποίαν ἀπέκτησεν ἡ πόλις ἐκ τῶν νικῶν τοῦ Μαραθῶνος, τῆς Σαλαμῖνος καὶ τῶν Πλαταιῶν (490, 480, 479 π.Χ.), εἶχεν ἐπισκιάσει, φαίνεται, τὴν ἰδιαιτέραν διαμνημόνευσιν τῶν πολιτιστικῶν ἐκδηλώσεων αὐτῆς. Ἔκ τινος χωρίου ὅμως τῆς διογραφίας τοῦ Ἀριστείδου ὑπὸ τοῦ Πλουτάρχου, εἰκάζομεν μετὰ μεγάλης πιθανότητος ὅτι εἰς τὰς Ἀθήνας τοῦ ἕκτου αἰῶνος π.Χ. ὑπῆρχε μεγάλη ἀνάπτυξις τῶν μαθηματικῶν καὶ τῆς μηχανικῆς.

Σημειώνει, λοιπόν, ὁ Πλούταρχος ὅτι κατὰ τὴν μάχην τῶν Πλαταιῶν, οἱ Ἀθηναῖοι τῶν ὁποίων ἡγεῖτο ὁ Ἀριστείδης, ἐνῷ ἔτρεψαν εἰς φυγὴν τοὺς ἀπέναντι αὐτῶν Ἕλληνας, συμμάχους τῶν Περσῶν, ἔλαβον δι' ἀγγέλου τοῦ Παυσανίου τὴν πληροφορίαν ὅτι οἱ Πέρσαι ἐκλείσθησαν εἰς τὸ ξύλινον φρούριον, τὸ ὁποῖον εἶχον προετοιμάσει προηγουμένως, καὶ ἐπολιορκοῦντο. Κατόπιν τούτου διέκοψαν τὴν καταδίωξιν τῶν πρὸ αὐτῶν ἀντιπάλων των Ἑλλήνων, οἱ ὁποῖοι οὕτω πως ἐσώθησαν, καὶ ἔσπευσαν εἰς βοήθειαν τῶν πολιορκούντων τοὺς Πέρσας Λακεδαιμονίων, οἵτινες δὲν εἶχον πολιορκητικὰς μηχανὰς καὶ ἦσαν ἄπειροι εἰς τοιούτου εἴδους πόλεμον, καὶ ἐκυρίευσαν τὸ φρούριον, φονευθέντων πολλῶν ἐχθρῶν (Γενομένης γὰρ τῆς τροπῆς ἧκεν αὐτοῖς ἄγγελος πολιορκεῖσθαι τὸ βαρβαρικὸν εἰς τὰ τείχη κατακεκλεισμένον. Οὕτω δὴ σώζεσθαι τοὺς Ἕλληνας ἐάσαντες ἐβοήθουν πρὸς τὰ τείχη, καὶ τοῖς Λακεδαιμονίοις παντάπασιν ἀργῶς πρὸς τειχομαχίαν καὶ ἀπείρως ἔχουσιν ἐπιφανέντες αἱροῦσι τὸ στρατόπεδον φόνῳ πολλῷ τῶν πολεμίων (Ἀριστείδης 19d).

Ἡ εἰδικότης τῶν Ἀθηναίων περὶ τὴν ἅλωσιν πολιορκουμένων πόλεων ἀποδίδεται εἰς τὴν ὑπ' αὐτῶν κατοχὴν πολιορκητικῶν μηχανῶν, ἡ κατασκευὴ τῶν ὁποίων, ὡς καὶ ἡ στρατηγικὴ τῆς πολιορκίας, προϋποθέτουν μεγάλην πνευματικὴν ἄνθησιν καὶ ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν καὶ τῆς μηχανικῆς. Ἄλλη σπουδαία πληροφορία διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν εἰς τὰς Ἀθήνας κατὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην (ἰδίως 500 - 450 π.Χ.) παρέχεται ὑπὸ τοῦ Ρωμαίου ἀρχιτέκτονος Βιτρουβίου, ἀκμάσαντος κατὰ τὸ τέλος τοῦ πρώτου αἰῶνος π.Χ.

Ὁ Βιτρούβιος ἔχει γράψει πραγματείαν «Περὶ ἀρχιτεκτονικῆς» εἰς δέκα βιβλία, εἰς τὴν ὁποίαν περιλαμβάνει σπουδαίας πληροφορίας διὰ τὴν Τεχνικὴν τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ ἑβδόμου βιβλίου τονίζει ὁ Βιτρούβιος ὅτι ὡς πρότυπον διὰ τὴν συγγραφὴν τοῦ βιβλίου του ἔχει τὰς παρομοίας ἐργασίας τῶν πρὸ αὐτοῦ Ἑλλήνων. Μεταξὺ αὐτῶν ἀναφέρει τὸν περίφημον Σάμιον ζωγράφον Ἀγάθαρχον, ὅστις κατεσκεύασε περίφημον διακόσμησιν τοῦ θεάτρου, ὅταν ἐπρόκειτο νὰ παιχθῇ μία τραγῳδία τοῦ Αἰσχύλου, καὶ συνέγραψε πραγματείαν διὰ τὰ σκηνικὰ αὐτὰ ὅπου ἐχρησιμοποιοῦντο νόμοι τῆς προοπτικῆς, οἵτινες προϋποθέτουν καὶ ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν, ἐκτὸς τῆς ἀναπτύξεως τῆς αἰσθητικῆς. Ἰδοὺ τί ἀκριβῶς ἀναφέρει ὁ Βιτρούβιος: «Ἐπειδὴ παρετήρησα ὅτι παρόμοιαι ἐργασίαι (τῶν Ἑλλήνων) ἦσαν χρήσιμοι διὰ τὸ σχεδιαζόμενον σύγγραμμά μου, ἤντλησα ἀπὸ αὐτὰς καὶ ἤρχισα νὰ συγγράφω. Ἐν πρώτοις ὁ Ἀγάθαρχος εἰς τὰς Ἀθήνας, ὅταν ἐπρόκειτο νὰ παιχθῇ μία τραγῳδία τοῦ Αἰσχύλου, ἔκαμε τὴν κατάλληλον διακόσμησιν καὶ ἔγραψε περὶ αὐτῆς συναφῆ πραγματείαν. Ἐξ αὐτῆς βραδύτερον παρορμηθέντες ὁ Δημόκριτος καὶ ὁ Ἀναξαγόρας ἔγραψαν παρομοίαν πραγματείαν, πῶς δηλαδή, ἐὰν ἔχουν σχεδιασθῆ εἰκόνες εἰς τὴν σκηνήν, θὰ παρουσιάζωνται εἰς τὸν παρατηρητὴν μὲ βάθος οἰκοδομήματα κατὰ τοὺς φυσικοὺς νόμους...».

Ἄλλαι πληροφορίαι, ἐκτὸς τοῦ Βιτρουβίου, διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν εἰς τὰς Ἀθήνας μετὰ τοὺς μηδικοὺς πολέμους δὲν ὑπάρχουν, πλὴν τῆς πληροφορίας τοῦ Πλουτάρχου ὅτι ὁ Ἀναξαγόρας εὑρισκόμενος ἐν τῇ φυλακῇ (περὶ τὸ 450 π.Χ.) ἠσχολεῖτο μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου. Plut. de exil. 17, 607). Κατὰ τὴν αὐτὴν ἐποχὴν περίπου εἶχεν ἀφιχθῆ εἰς τὰς Ἀθήνας ὁ Παρμενίδης, ὁ διευθυντὴς τῆς σχολῆς τῆς Ἐλέας τῆς μεγάλης Ἑλλάδος, μὲ τὸν μαθητὴν αὐτοῦ Ζήνωνα, ὁ ὁποῖος ἀνέπτυσσεν εἰς διαφόρους διαλέξεις τὰς θεωρίας τοῦ διδασκάλου του, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὅτι τὸ πᾶν εἶναι ἀδιαίρετον, ὅτι δὲν ὑπάρχει χῶρος καὶ δὲν ὑπάρχει κίνησις. Δὲν εἶναι γνωστὸν πῶς ὁ Ἀναξαγόρας ἐπεχείρει νὰ τετραγωνίσῃ τὸν κύκλον. Ὁ τετραγωνισμὸς τοῦ κύκλου, ὡς γνωστόν, σημαίνει νὰ εὑρεθῇ τετράγωνον τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου.

Προοίμιον τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου εἶναι ὁ μετασχηματισμὸς τῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν. Τὸ ὀρθογώνιον παραδείγματος χάριν, τὸ ὁποῖον ἔχει πλευρὰς 9 μέτρα καὶ 4 μέτρα δύναται νὰ μετασχηματισθῇ εἰς τετράγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ ἰσοῦται μὲ 6 μέτρα. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις τὸ ἐμβαδὸν ἑκάστου σχήματος εἶναι 36 μέτρα τετραγωνικά. Τὸ συναφὲς πρόβλημα τετραγωνισμοῦ ἐν προκειμένῳ εἶναι νὰ τετραγωνισθῇ ὀρθογώνιον ἔχον πλευρὰς 9 καὶ 4 μέτρα. Ἡ ἀπάντησις εἶναι : μάλιστα ὑπάρχει τετράγωνον πλευρὰς 6 μέτρων, τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὸ δοθὲν ὀρθογώνιον.

Παρόμοιον λοιπὸν πρόβλημα τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου εἶχε τεθῆ καὶ συνεζητεῖτο εἰς τὰς Ἀθήνας περὶ τὰ μέσα τοῦ 5ου αἰῶνος π.Χ. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου δὲν ἐκφράζεται δι' ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι εὔκολον νὰ τύχῃ ἐπεξεργασίας τοιαύτης, ὥστε νὰ εὑρεθῇ ἡ πλευρὰ τοῦ ἰσοδυνάμου πρὸς δοθέντα κύκλον τετραγώνου. Ἐκτὸς αὐτῆς τῆς δυσκολίας ὑπῆρχε καὶ μία ἄλλη δυσκολία ἀνυπέρβλητος διὰ τὸν τεραγωνισμὸν τοῦ κύκλου. Ἡ δυσκολία προήρχετο ἐκ τοῦ περιορισμοῦ ὅτι κατὰ τὴν γεωμετρικὴν λύσιν τοῦ προβλήματος ἔπρεπε νὰ χρησιμοποιηθοῦν μόνον εὐθεῖαι γραμμαὶ καὶ τόξα κύκλων, γραμμαὶ δηλαδή, αἱ ὁποῖαι σχεδιάζονται διὰ κανόνος καὶ διαβήτου.

Ὁ περιορισμὸς αὐτὸς δὲν ἔχει κανὲν νόημα μαθηματικόν. Ἔχει ὅμως νόημα θρησκευτικόν, ἀποδιδόμενον εἰς τὴν διδασκαλίαν τῶν Πυθαγορείων, οἱ ὁποῖοι, ὡς γνωστόν, εἶχον συνδυάσει τὴν μαθηματικὴν ἔρευναν πρὸς τὸ ὀντολογικὸν πρόβλημα. Ἀπὸ τοὺς ὁρισμοὺς τοῦ περιφήμου Ἕλληνος μαθηματικοῦ καὶ μηχανικοῦ Ἥρωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως, οἱ ὁποῖοι προέρχονται κατὰ πᾶσαν πιθανότητα ἐκ μαθητῶν τῆς Πυθαγορείου Σχολῆς, πληροφορούμεθα ὅτι:

Ὁ κύκλος εἶναι εἰκὼν τῆς νοερᾶς οὐσίας... καὶ κάθε ψυχὴ προέρχεται ἀπὸ τοῦ νοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς τὸν νοῦν καὶ μετέχει τοῦ νοῦ. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ψυχὴ εἶναι εἰς τὸ μέσον μεταξὺ τῶν νοητικῶν πραγμάτων καὶ τῶν αἰσθητῶν, καθ' ὅσον μὲν συνορεύει πρὸς τὴν νοητικὴν φύσιν ἐνεργεῖ κυκλικῶς, καθ' ὅσον δὲ ἐπιστατεῖ τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων πράττει τοῦτο κατὰ γραμμὴν εὐθεῖαν... Ὁ δημιουργικὸς νοῦς ἐκλέξας δύο ἀρχάς, τὸ εὐθύγραμμον καὶ τὸ κυκλικόν, παρήγαγεν ἀπὸ τὸν ἑαυτόν του δύο μονάδας, τὴν μίαν ἡ ὁποία ἐνεργεῖ κυκλικῶς καὶ παράγει τὰς νοερὰς οὐσίας, τὴν ἄλλην δὲ ἡ ὁποία ἐνεργεῖ εὐθυγράμμως καὶ παρέχει τὴν γένεσιν εἰς τὰ αἰσθητὰ πράγματα.

(Ὁ μὲν κύκλος εἰκὼν ἐστι τῆς νοερᾶς οὐσίας... καὶ πᾶσα ψυχὴ πρόεισιν ἀπὸ νοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς νοῦν καὶ μετέχει τοῦ νοῦ. Ἐπειδὴ δ' ἡ ψυχὴ μέση ἐστι τῶν νοερῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, καθ' ὅσον μὲν συνάπτει τῇ νοερᾷ φύσει, κατὰ τὸ εὐθὺ ποιεῖται τὴν πρόνοιαν. Δύο δὴ ταύτας ὁ δημιουργικὸς νοῦς ἐν ἑαυτῷ προστησάμενος ἀρχάς, τὸ εὐθὺ καὶ τὸ περιφερές, δύο μονάδας παρήγαγεν ἀφ' ἑαυτοῦ, τὴν μὲν κατὰ τὸ περιφερὲς ἐνεργοῦσαν καὶ τῶν νοερῶν οὐσιῶν τελεσιουργόν, τὴν δὲ κατὰ τὸ εὐθὺ καὶ τοῖς αἰσθητοῖς τὴν γένεσιν παρεχομένην) (Ἥρωνος Ὅροι τόμ. 4 Heiberg).

Κατ' ἄλλην Πυθαγόρειον παράδοσιν ὁ κύκλος ὡς μὴ ἔχων ἀρχὴν καὶ τέλος συμβολίζει τὸν Θεόν, ἡ δὲ εὐθεῖα γραμμὴ δυναμένη νὰ αὐξάνεται καὶ νὰ τέμνεται συμβολίζει τὴν γένεσιν καὶ τὴν φθοράν. Ἑπομένως κατὰ τοὺς Πυθαγορείους, συνάγεται τὸ συμπέρασμα, ἐκεῖνα τὰ γεωμετρικὰ προβλήματα εἶναι ἐπιτρεπτά, εἰς τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς λύσιν αὐτῶν κύκλοι καὶ εὐθεῖαι γραμμαὶ καὶ ὄχι ἄλλου εἴδους γραμμαί.

2. Ὁ Ζήνων ὁ Ἐλεάτης, κατὰ τὰς διαλέξεις του εἰς τὰς Ἀθήνας, ἠσχολήθη μεταξὺ τῶν ἄλλων μαθηματικῶν ἐννοιῶν καὶ μὲ τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπείρου. Τὰ ἐπιχειρήματά του, τὰ ὁποῖα ἐσχολιάζοντο ἀπὸ ἄλλους ἐρευνητὰς καὶ ἐχαρακτηρίζοντο ὡς σοφίσματα, εἶχον προκαλέσει μεγάλην ἀναταραχήν.

Ἡ ἔννοια τοῦ ἀπείρου ἔτυχε πολλῆς ἐξετάσεως ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων, ἡ δὲ σημερινὴ ἐπιστήμη ἔχει ἀποδεχθῆ τὴν ἔννοιαν αὐτὴν ὡς τὴν καθώρισεν ὁ Ἀριστοτέλης, εὐστόχως δὲ ὁ περίφημος Γερμανὸς ἱστορικὸς τῆς Μαθηματικῆς ἐπιστήμης Μόριτς Κάντορ λέγει ὅτι «οἱ σύγχρονοι ἐπιστήμονες χωρὶς νὰ τὸ ἀντιλαμβάνονται εἶναι πιστοὶ μαθηταὶ τοῦ Ἀριστοτέλους».

Τὸ ἄπειρον, κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη καὶ τὸν Πλάτωνα, δὲν ἔχει οὔτε ἀρχὴν οὔτε μέσον οὔτε τέλος, οὔτε ὑπάρχει αὐτὸ καθ' ἑαυτό, ἀλλὰ γίγνεται» (Φυσικὰ III, 7). Παραδείγματος χάριν, ὅταν μετρῶμεν 1, 2, 3, 4, 5 . . . κλπ. λέγομεν συνήθως ὅτι δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν ἕως τὸ ἄπειρον. Ἡ ἔκφρασις ὅμως αὐτὴ δὲν εἶναι ὀρθή, διότι τὸ ἄπειρον δὲν εἶναι κάτι τὸ συγκεκριμένον, ἁπλῶς θέλομεν νὰ τὸ ἐννοοῦμεν ὅτι ὑπάρχει.

Καὶ μὲ μίαν ἄλλην σπουδαίαν ἔννοιαν τῶν μαθηματικῶν ἠσχολήθη ὁ Ζήνων, μὲ τὴν ἔννοιαν τῆς συνεχείας, ἡ ὁποία θεωρεῖται οὐσιώδης εἰς τὰ σύγχρονα ἀνώτερα μαθηματικά, καὶ πολλὰς φορὰς γίνεται ἡ αἰτία νὰ ἀπορρίπτωνται οἱ φοιτηταὶ κατὰ τὰς ἐξετάσεις των.

Τὴν λεπτὴν αὐτὴν ἔννοιαν τῆς συνεχείας διετύπωσε κάπως μαθηματικώτερον ὁ Ἀναξαγόρας διὰ τῆς φράσεως : «Δὲν ὑπάρχει οὔτε τὸ μικρότατον πρᾶγμα οὔτε τὸ μέγιστον, ἀλλὰ τοῦ μικροῦ ὑπάρχει μικρότερον καὶ τοῦ μεγάλου ὑπάρχει μεγαλύτερον».

Κατὰ τὴν αὐτὴν ἐποχήν, σπουδαίαν συμβολὴν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν συμπεραίνομεν ὅτι εἶχε προσφέρει ὁ Δημόκριτος, ἀπὸ τοὺς τίτλους τῶν πολυπληθῶν καὶ ποικίλων μαθηματικῶν συγγραμμάτων του, τὰ ὁποῖα ἐξηφανίσθησαν ὅλα.

Ὁ Ἀρχιμήδης ἐκφράζεται μὲ θαυμασμὸν διὰ τὸν Δημόκριτον, λέγων ὅτι πρέπει νὰ ἀπονείμῃ κανεὶς εἰς αὐτὸν μεγάλον ἔπαινον διὰ τὴν ἐκφώνησιν τοῦ θεωρήματος, κατὰ τὸ ὁποῖον ὑπολογίζεται ὁ ὄγκος τοῦ κώνου (Opera II, σελ. 430, Heiber).

Ἄλλοι σπουδαῖοι μαθηματικοὶ τῶν χρόνων ἐκείνων μνημονεύονται ὁ Οἰνοπίδης ὁ Χῖος καὶ ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος. Περὶ τοῦ Οἰνοπίδου μᾶς πληροφορεῖ ὁ Νεοπλατωνικὸς φιλόσοφος Πρόκλος, χωρὶς ὅμως νὰ μᾶς λέγῃ καὶ λεπτομερείας διὰ τὸ μαθηματικόν του ἔργον. Φαίνεται ὅτι ὁ Οἰνοπίδης ἦτο καὶ σπουδαῖος ἀστρονόμος.

Περίεργος εἶναι ὁ χαρακτηρισμὸς τοῦ Ἱπποκράτους τοῦ Χίου ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους, ὁ ὁποῖος γράφει περὶ αὐτοῦ τὰ ἑξῆς : «οἷον Ἱπποκράτης γεωμετρικὸς ὤν, ἀλλὰ περὶ τὰ ἄλλα δοκεῖ βλὰξ καὶ ἄφρων εἶναι, καὶ πολὺ χρυσίον πλέων ἀπώλεσεν ὑπὸ τῶν ἐν Βυζαντίῳ πεντηκοστολόγων δι' εὐήθειαν ὡς λέγουσιν». (Ὅπως ὁ Ἱπποκράτης γεωμετρικὸς ὤν, ἀλλὰ εἰς τὰ ἄλλα πράγματα, ἐκτὸς τῶν μαθηματικῶν, φαίνεται ὅτι εἶναι βλὰξ καὶ ἕνεκα τῆς βλακείας του ἔχασε ἐμπορευόμενος πολλὰ χρήματα ὑπὸ τῶν τελωνειακῶν τοῦ Βυζαντίου, ὅπως λέγουσιν) (Ἠθικὰ Εὐδήμεια 1247, 17). Εἰς τὴν πραγματείαν του ὅμως Μετεωρολογικὰ (Α6) ὁ Ἀριστοτέλης λέγει ὅτι ὁ Ἱπποκράτης ἦτο ἀρχηγὸς Σχολῆς ἐν Ἀθήναις καὶ εἶχε μαθητὴν αὐτοῦ τὸν Ἀστρονόμον Αἰσχύλον (ὄχι τὸν Τραγικὸν Ποιητήν), ἡ Σχολὴ δὲ αὕτη τοῦ Ἱπποκράτους εἶχε διατυπώσει καὶ ἰδίαν θεωρίαν περὶ τοῦ κομήτου. Ἐκ τῶν ὀλίγων πληροφοριῶν, αἱ ὁποῖαι ἔχουν σωθῆ, συνάγομεν τὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἦτο σπουδαῖος μαθηματικὸς καὶ Ἀστρονόμος, ἀσκῶν ἐπὶ πλέον καὶ τὸ ἐπάγγελμα τοῦ ἐφοπλιστοῦ. Τὸ περιστατικὸν ὅτι οἱ τελωνειακοὶ τοῦ Βυζαντίου τὸν ἐξηπάτησαν καὶ ἔχασε τὰ πλοῖα του εἰς τὴν περιοχὴν αὐτήν, συνδυαζόμενον μὲ τὴν κατωτέρω παρατιθεμένην πληροφορίαν τοῦ Φιλοπόνου, μᾶς παρέχει τὸ ἐνδόσιμον ὅτι ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἔχασε τὰ ἐμπορικά του πλοῖα εἰς τὰ ὕδατα τοῦ Βυζαντίου κατὰ τὸν Σαμιακὸν πόλεμον (434 π.Χ.), ὅτε οἱ Βυζάντιοι εἶχον ταχθῆ ἀντιμέτωποι τῶν Ἀθηναίων. Ὁ Φιλόπονος (600 μ.Χ.), εἰς σχόλιά του ἐπὶ τῶν Φυσικῶν τοῦ Ἀριστοτέλους, γράφει : κάποιος Χῖος Ἱπποκράτης, ἔμπορος, περιέπεσεν εἰς πειρατὰς καὶ ἀφοῦ τὰ ἔχασεν ὅλα ἦλθεν εἰς τὰς Ἀθήνας διὰ νὰ καταγγείλῃ τοὺς ληστὰς καὶ παραμένων ἐκεῖ ἐπὶ πολὺν χρόνον διὰ τὴν καταγγελίαν, ἐφοίτησεν εἰς τὰς φιλοσοφικὰς σχολὰς καὶ τόσον πολὺ καλὰ ἔμαθε γεωμετρίαν, ὥστε νὰ ἐπιχειρήσῃ νὰ εὕρῃ τὸν τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου (Ἱπποκράτης Χῖος τις ὢν ἔμπορος, ληστρικῇ νηὶ περιπεσὼν καὶ πάντα ἀπολέσας, ἦλθεν Ἀθήναζε γραψόμενος τοὺς ληστάς, καὶ πολὺ παραμένων ἐν Ἀθήναις διὰ τὴν γραφὴν χρόνον, ἐφοίτησεν εἰς φιλοσόφους καὶ εἰς τοσοῦτον ἕξεως γεωμετρικῆς ἦλθεν, ὡς ἐπιχειρῆσαι εὑρεῖν τὸν κύκλου τετραγωνισμόν) (Φιλοπόνου εἰς Φυσικὰ Ι, 2).

Ὁ Ἱπποκράτης, κατὰ τὰς πρώτας ἐρεύνας του διὰ τὸν τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου, ἐπέτυχε νὰ τετραγωνίσῃ δύο μηνίσκους (δύο δηλαδὴ ἐπιπέδους ἐπιφανείας, αἱ ὁποῖαι περιβάλλονται ὑπὸ καμπύλων γραμμῶν, ἑκάστης ἐπιφανείας ὁμοίας πρὸς τὸ σχῆμα νέας σελήνης). Ἐν συνεχείᾳ ὁ Ἱπποκράτης ἀπέδειξεν ἄλλα σπουδαῖα γεωμετρικὰ θεωρήματα, χωρὶς βέβαια νὰ ἐπιτύχῃ τὸν τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου διὰ κανόνος καὶ διαβήτου.

*
**

Ἄλλο σπουδαῖον μαθηματικὸν ἐπίτευγμα τοῦ Ἱπποκράτους εἶναι, ὅτι κατώρθωσε νὰ λύσῃ τὸ περίφημον πρόβλημα τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου, τὸ λεγόμενον καὶ δήλιον πρόβλημα. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον θεωρεῖται μεγάλη ἐπινόησις τοῦ Ἱπποκράτους εἶναι ὁ τρόπος ἀποδείξεως τοῦ τετραγωνισμοῦ τῶν μηνίσκων, ὁ ὁποῖος βραδύτερον ἐχρησιμοποιήθη λίαν ἐπωφελῶς διὰ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην ὑπὸ τῶν μεγάλων μαθηματικῶν Εὐδόξου καὶ Ἀρχιμήδους, ἀκολούθως δὲ ὡδήγησε τὸν Λάϊμπνιτς καὶ τὸν Νεύτωνα εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ Διαφορικοῦ καὶ Ὁλοκληρωτικοῦ Λογισμοῦ.

Σύγχρονος τοῦ Ἱπποκράτους τοῦ Χίου, τοῦ ὁποίου ἡ παρουσία εἰς τὰς Ἀθήνας χρονολογεῖται περὶ τὸ 430 π.Χ., εἶναι ὁ περίφημος σοφιστὴς Ἱππίας, ὁ καταγόμενος ἐκ τῆς Ἠλείας, ὁ ἐπιλεγόμενος ὑπὸ τῶν μεταγενεστέρων Ἱππίας ὁ Ἠλεῖος. Ὁ Ἱππίας φαίνεται ὅτι ἔμαθε τὰ πρῶτα γράμματα εἰς τὴν Ἠλείαν, ἀκολούθως δὲ εἰς τὰς Ἀθήνας, ὅπου ἀπέκτησε μεγάλην φήμην καὶ διετέλεσε διδάσκαλος τῆς ἀριστοκρατίας τῶν Ἀθηνῶν.

Ὁ Πλάτων ἔχει ἀφιερώσει δύο διαλόγους του εἰς τὸν Ἱππίαν. Ὁ εἷς φέρει τὸν τίτλον Ἱππίας Μείζων καὶ ὁ ἄλλος Ἱππίας Ἐλάττων. Διὰ νὰ γίνῃ καταφανὴς ἡ προσωπικότης τοῦ Ἱππίου, ἀναφέρομεν τί ἀπαντᾷ ὁ ἴδιος ὁ Ἱππίας ἐρωτώμενος ὑπὸ τοῦ Σωκράτους, ὁ ὁποῖος τοῦ λέγει : «Εἶσαι ὁ Ἱππίας ὁ καλὸς καὶ σοφὸς νομίζω· ἔχεις πολὺν καιρὸ εἰς τὰς Ἀθήνας ;» «Ὄχι καὶ πολὺν καιρό, Σωκράτη. Ὅταν ἡ Ἠλεία θέλῃ νὰ ἔλθῃ εἰς διαπραγματεύσεις μὲ κάποιαν πόλιν, μὲ ἐκλέγει πάντοτε πρεσβευτὴν νομίζουσα ὅτι εἶμαι καὶ δικαστὴς καὶ πρεσβευτὴς καὶ ρήτωρ ἱκανώτατος» (Ἱππίας Μείζων, 281 α).

Εἰς τὸν διάλογον Ἱππίας Ἐλάττων, λέγει ὁ Σωκράτης πρὸς τὸν Ἱππίαν : «Μοῦ φαίνεται ὅτι κάπου σὲ ἤκουσα νὰ καυχᾶσαι ὅτι εἶσαι σοφώτατος ἐκ τῶν ἀνθρώπων. Ὅταν κάποτε ἔφθασες εἰς τὴν Ὀλυμπίαν διὰ νὰ παρακολουθήσῃς τοὺς Ὀλυμπιακοὺς ἀγῶνας, ἔλεγες ὅτι ὅσα φορεῖς εἰς τὸ σῶμα σου εἶναι ἔργα τῶν χειρῶν σου ὅλα· πρῶτα μὲν τὸ δαχτυλίδι — διότι ἀπὸ ἐκεῖ ἄρχισες — τὸ ὁποῖον εἶχες εἰς τὸν δάκτυλόν σου ἔλεγες ὅτι εἶναι ἔργον σου, διότι ἐγνώριζες νὰ φτιάνῃς δακτυλίδια, καὶ μίαν σφραγῖδα ποὺ εἶχες ἔλεγες ὅτι εἶναι ἔργον σου καὶ μίαν στλεγγίδα (σημ. ξύστρα τοῦ σώματος τῶν ἀθλητῶν) καὶ λύκηθον (φιάλην) ἔλεγες ὅτι ὅλα αὐτὰ εἶναι ἔργα τῶν χειρῶν σου· ἔπειτα τὰ ἴδια ἔλεγες διὰ τὰ ὑποδήματά σου καὶ διὰ τὰ ροῦχα σου... Ἐκτὸς δὲ αὐτῶν ἔλεγες ὅτι εἶχες φτιάξει ὡραῖα ποιήματα καὶ ἔπη καὶ τραγωδίας καὶ διθυράμβους... Προσέτι δὲ καὶ μουσικὰ κομμάτια καὶ παρ' ὀλίγον νὰ λησμονήσω τὴν μνημονικήν σου ἱκανότητα (σημ. Ὁ Ἱππίας ἔλεγε, πέστε μου πενῆντα ὀνόματα νὰ σᾶς τὰ πῶ ἀπ' ἔξω) (Ἱππίας Ἐλάττων 386).

Καὶ μόνον τὸ γεγονὸς ὅτι ὁ Πλάτων ἀφιέρωσε δύο διαλόγους του εἰς τὸν Ἱππίαν, σημαίνει ὅτι οὗτος ἦτο ἐκ τῶν ἐξοχωτέρων πνευμάτων τῆς ἐποχῆς του. Ἦτο βαθύτατα κάτοχος πλείστων ἐπιστημονικῶν γνώσεων καὶ δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ μένῃ ἀμέτοχος ὅλων τῶν πνευματικῶν ροπῶν καὶ ἀναζητήσεων τῆς ἐποχῆς ἐκείνης. Μεταξὺ τῶν ἀναζητήσεων αὐτῶν κατελέγοντο καὶ τὰ τρία μεγάλα μαθηματικὰ προβλήματα : τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου, τῆς τριχοτομήσεως ὀξείας γωνίας καὶ τὸ δήλιον πρόβλημα. Ὁ Ἱππίας ὁ Ἠλεῖος ἐπενόησε μίαν θαυμασίαν καμπύλην, διὰ τῆς ὁποίας λύονται τὰ δύο πρῶτα ἐκ τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων. Ἡ καμπύλη αὐτὴ ὠνομάσθη ὑπὸ τῶν μεταγενεστέρων τετραγωνίζουσα καμπύλη τοῦ Ἱππίου ἐξ Ἠλείας.

Ὁ ἐκ τῆς Ἠλείας Ἱππίας εἶναι ὁ πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἔλυσε τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου καὶ τῆς τριχοτομήσεως ὀξείας γωνίας, διὰ τῆς ὁμωνύμου καμπύλης, ὄχι ὅμως μὲ τὴν χρῆσιν κανόνος καὶ διαβήτου.

Ἀπὸ τῆς ἀρχαίας ἐποχῆς μέχρι σήμερον δὲν ἔλειψαν αἱ προσπάθειαι τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου διὰ κανόνος καὶ διαβήτου. Ἐκ τῶν προσπαθειῶν αὐτῶν προκύπτουν διαρκῶς νέα ἐνδιαφέροντα γεωμετρικὰ θεωρήματα. Ὁ Ἀρχιμήδης ἔλυσε τὸ πρόβλημα διὰ τῆς φερούσης τὸ ὄνομά του ἑλικοειδοῦς γραμμῆς, ἀφοῦ προηγουμένως ἀπέδειξεν ὅτι τὸ ἐμβαδὸν παντὸς κύκλου ἰσοῦται μὲ τὸ ἐμβαδὸν ὀρθογωνίου τριγώνου, τοῦ ὁποίου ἡ μία κάθετος ἰσοῦται μὲ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου, ἡ δὲ ἄλλη κάθετος ἰσοῦται μὲ τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ. Ἡ δυσκολία ἐν προκειμένῳ ἦτο πῶς ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου θὰ γίνῃ ἴση μὲ εὐθεῖαν γραμμήν. Αὐτὸ τὸ ἀπέδειξεν ὁ Ἀρχιμήδης, ὅτι πράγματι γίνεται, εἰς τὸ δέκατον ὄγδοον θεώρημα τῆς πραγματείας αὐτοῦ Περὶ ἑλίκων.

3. Ἐκτὸς τοῦ Ἀναξαγόρου μνημονεύονται ὡς ἀσχοληθέντες μὲ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου διὰ κανόνος καὶ διαβήτου οἱ Σοφισταὶ Ἀντιφῶν καὶ Βρύσων. Ἐκ τούτων ὁ πρῶτος ἐνέγραψεν εἰς τὸν κύκλον τετράγωνα τῶν ὁποίων ὁ ἀριθμὸς τῶν πλευρῶν ἑκάστην φορὰν ἐδιπλασιάζετο. Ἔλεγε δὲ ὅτι ἂν συνεχίσῃ τὴν ἐγγραφὴν αὐτὴν ἐπ' ἄπειρον, θὰ ἔλθῃ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον θὰ συμπέσῃ μὲ τὴν περιφέρειαν τοῦ Κύκλου. Ἦτο προφανὲς ὅμως ὅτι αὐτὴ ἡ ἄπειρος ἐγγραφὴ δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ ἔχῃ συγκεκριμένον τέλος. Ὁ Βρύσων ἐνέγραφεν καὶ περιέγραφεν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνα καὶ ἔλεγεν ὅτι ἀφοῦ ἐγγράψῃ καὶ περιγράψῃ ἀρκετὰ ἐξ αὐτῶν καὶ ὑπολογίσῃ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τελευταίως ἐγγραφέντος καὶ τοῦ τελευταίως περιγραφέντος πολυγώνου, λάβῃ δὲ τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο αὐτῶν ἐμβαδῶν θὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ μετατρέψῃ αὐτὸν εἰς τετράγωνον.

Αἱ προσπάθειαι καὶ τῶν δύο αὐτῶν Σοφιστῶν δὲν ἔφεραν μὲν τὸ ποθούμενον ἀποτέλεσμα, ἔδοσαν ὅμως ἀφορμὴν εἰς ἀνακάλυψιν σπουδαίων γεωμετρικῶν θεωρημάτων.

Ὅτι τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου συνεζητεῖτο εἰς τὰς Ἀθήνας ὑπὸ τοῦ Ἀθηναϊκοῦ λαοῦ τοῦ τέλους τοῦ 5ου αἰῶνος, συνάγεται καὶ ἀπὸ τοὺς Ὄρνιθας τοῦ Ἀριστοφάνους, ὅπου ὁ Μέτων λέγει:

Ὀρθῷ μετρήσω κανόνι προστιθεὶς ἵνα
ὁ κύκλος γένηταί σοι τετράγωνος...

(1004 — 1005)

(Θὰ μετρήσω μὲ ὀρθογώνιον κανόνα καὶ θὰ προσθέσω τὰ μικρὰ τμήματα, διὰ νὰ τετραγωνίσω πρὸς χάριν σου τὸν κύκλον).

Ἀπὸ τὴν αὐτὴν κωμωδίαν τοῦ Ἀριστοφάνους πληροφορούμεθα ὅτι οἱ Ἀθηναῖοι τῆς ἐποχῆς ἐκείνης εἶχον πολὺ ἀνεπτυγμένην τὴν μηχανικὴν καὶ ἐγνώριζον τὴν κατασκευὴν πολιορκητικῶν μηχανῶν. Εἰς τὸν στίχον 363 διαβάζομεν «ὑπερακοντίζεις σύ γ' ἤδη Νικίαν ταῖς μηχαναῖς» (ἐσὺ ξεπερνᾷς πιὰ εἰς τὴν κατασκευὴν τῶν μηχανῶν καὶ τὸν Νικίαν).

⁂

Τὸ τρίτον πρόβλημα, τὸ ὁποῖον ἦτο ἄλυτον διὰ κανόνος καὶ διαβήτου, ἦτο ὁ διπλασιασμὸς τοῦ κύβου ἢ τὸ λεγόμενον δήλιον πρόβλημα περὶ τοῦ ὁποίου γίνεται μνεία εἰς τὸ κεφάλαιον «Ἐρατοσθένης».

Δὲν εἶναι ἄσκοπον νὰ προστεθῇ ἐδῶ ὅτι οἱ μαθηματικοί, οἱ ὁποῖοι δὲν ἀνῆκον εἰς τὴν Πυθαγόρειον Σχολήν, εἶχον κατατάξει τὰ γεωμετρικὰ προβλήματα εἰς τρεῖς κατηγορίας ἀσχέτως πρὸς τὰς θρησκευτικὰς πεποιθήσεις τῶν Πυθαγορείων. Εἰς αὐτοὺς καταλέγεται καὶ ὁ περίφημος Ἀλεξανδρινὸς μαθηματικὸς Πάππος, ὁ ὁποῖος λέγει ὅτι τὰ προβλήματα τῆς γεωμετρίας διαιροῦνται εἰς τρεῖς κατηγορίας. Πρῶτον τὰ ἐπίπεδα προβλήματα, δηλαδὴ ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα λύονται διὰ κανόνος καὶ διαβήτου, δεύτερον τὰ στερεά, δηλαδὴ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα λύονται διὰ τῶν κωνικῶν λεγομένων τομῶν καὶ τρίτον τὰ γραμμικά, δηλαδὴ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα λύονται ἐκτὸς τῶν κωνικῶν τομῶν καὶ δι' ἄλλων καμπύλων, ὄχι ὅμως διὰ κανόνος καὶ διαβήτου. (Πάππου Συναγωγή, VII 662, 10).

Ἡ ἀνακάλυψις τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν καὶ ἡ ραγδαία πρόοοδος εἰς τὴν γεωμετρίαν καὶ τὴν μαθηματικὴν μουσικὴν εἶχεν ὁδηγήσει τοὺς ἀρχιτέκτονας τῆς ἐποχῆς ἐκείνης εἰς τὴν χρησιμοποίησιν σχέσεων μαθηματικῶν καὶ ἰδίως ποικίλων ἀναλογιῶν κατὰ τὴν σύνταξιν τῶν σχεδίων των. Εἰς τὰ οἰκοδομήματα παραδείγματος χάριν τῆς Ἀκροπόλεως συναντῶμεν ἐφαρμογὴν τῆς μουσικῆς κλίμακος καὶ τῆς τομῆς εὐθείας εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον.

Ἐνδιαφέρουσαν πραγματείαν περὶ τούτου ἔχει δημοσιεύσει εἰς 48 ἐν ὅλῳ ἀντίτυπα μεγάλου σχήματος ὁ ἀείμνηστος νομομηχανικὸς Ἀθηνῶν Ἀθανάσιος Γεωργιάδης, ὁ ὁποῖος, ὅπως λέγει, ἔχει κάμει τὰς μετρήσεις καὶ εἰς τὸν Παρθενῶνα καὶ εἰς τὸ Ἐρέχθειον μόνος του. Ἐπίσης καὶ ὁ διακεκριμένος Γάλλος ἀρχαιολόγος Ἰωάννης Μπουσκιέ, καθηγητὴς εἰς τὸ Γαλλικὸν Πανεπιστήμιον τῆς πόλεως Rennes εἰς τὰς πραγματείας του, Ἀνασκαφαὶ τῶν Δελφῶν(Fouilles de Delphes, Jean Bousquet), ἀναφέρει πολλὰς περιπτώσεις, εἰς τὰς ὁποίας εἰς κτίσματα τῶν Δελφῶν παρατηροῦνται ἐκφράσεις τετραγωνικῶν ριζῶν ἀριθμῶν ἢ διάφοροι ἀναλογίαι. Ἐπίσης εἰς ἐννέα ἑλληνικὰ θέατρα τῆς ἀρχαιότητος ὁ Γερμανὸς Ε. Φίχτερ ἔχει κάμει θαυμασίας παρατηρήσεις καὶ ἔχει ἀνακαλύψει νόμους γεωμετρικοὺς ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων ἔχουν κατασκευασθῆ τὰ θέατρα. Κατ' ἀρχὴν χρησιμοποιεῖται κύκλος καὶ ἐντὸς αὐτοῦ τετράγωνον ἐγγεγραμμένον συνδυαζόμενον μὲ ἰσόπλευρα ἢ ἰσοσκελῆ τρίγωνα. Ἐπίσης παρατηρεῖται εἰς τὸ σχέδιον τῆς κατόψεως τῶν θεάτρων αὐτῶν ἐφαρμογὴ τῆς χρυσῆς τομῆς μιᾶς εὐθείας. Ἔχει γεννηθῆ μεγάλο πρόβλημα ἐὰν ἡ γεωμετρικὴ κατασκευὴ τῶν ἑλληνικῶν θεάτρων ἔχει γίνει μὲ τὸν σκοπὸν ἐνισχύσεως τῆς ἀκουστικῆς τῶν θεάτρων. Ἐξ ὅλων τῶν ἐνδείξεων φαίνεται ὅτι ἡ γεωμετρικὴ κατασκευὴ τῶν θεάτρων ἔχει σχέσιν μὲ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς ἀκουστικῆς των. Μέχρι σήμερον ὅμως δὲν ἔχει γίνει ἀκόμη ἔρευνα τῆς γεωμετρικῆς κατασκευῆς τῶν θεάτρων ἐν συνδυασμῷ μὲ τοὺς νόμους τῆς ἀκουστικῆς.

Ὁ Ρωμαῖος συγγραφεὺς Βιτρούβιος ἀναφέρει ὅτι ἡ ἐνίσχυσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου εἴς τινα ἑλληνικὰ θέατρα ἐγίνετο διὰ τῆς τοποθετήσεως παρὰ τοὺς πόδας τῶν καθημένων θεατῶν κοίλων δοχείων ἀνοικτῶν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, τὰ ὁποῖα ὠνομάζοντο ἠχεῖα.

Εἰς τὸ θέατρον τῆς Ἐπιδαύρου ἐντὸς τοῦ κύκλου τῆς κατόψεως ἔχει σχεδιασθῆ πεντάγωνον τὸ ὁποῖον συνδυάζεται μὲ τὴν κατασκευὴν τῆς ὀρχήστρας καὶ τῆς σκηνῆς. Ἐπὶ πλέον δὲ αἱ ἄκραι πτέρυγες τοῦ κοίλου τοῦ θεάτρου ἔχουν κατασκευασθῆ μὲ διάφορα κέντρα καμπυλότητος, τὰ ὁποῖα δὲν συμπίπτουν μὲ τὸ κέντρον τῆς ὀρχήστρας καὶ γενικῶς τοῦ μεγάλου κύκλου τοῦ θεάτρου.

Οἱ ἐκδόται τοῦ θεάτρου τῆς Ἐπιδαύρου Γερμανοὶ A. Gerkan καὶ W. Müller, Stuttgart1961, οὐδὲν ἀναφέρουν περὶ χρησιμοποιήσεως γεωμετρικῶν νόμων εἰς τὴν κατασκευὴν τοῦ θεάτρου, διότι λέγουν δὲν παρετήρησαν εἰς τὸ θέατρον τῆς Μιλήτου ἐν Μικρᾷ Ἀσίᾳ παρομοίαν χρησιμοποίησιν. Ἡ περίφημος ὅμως ἀκουστικὴ τοῦ θεάτρου τῆς Ἐπιδαύρου καὶ τῶν ἄλλων ἑλληνικῶν θεάτρων ὁδηγεῖ εἰς τὴν μεγάλην πιθανότητα ὅτι ὑπάρχει συνδυασμὸς τῆς γεωμετρικῆς κατασκευῆς καὶ τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου εἰς ὅλα τὰ ἑλληνικὰ θέατρα.

Π Λ Α Τ Ω Ν

1. Ὁ Πλάτων παρηκολούθησε τὴν διδασκαλίαν τοῦ Σωκράτους ἐπὶ 8 ὁλόκληρα ἔτη. Προηγουμένως ὅμως εἶχε διακεκριμένους διδασκάλους εἰς τὴν γυμναστικὴν καὶ τὴν μουσικήν. Εἰς τὰ μαθηματικὰ ἔλαβε πολλὰ μαθήματα ἰδιαιτέρως ὑπὸ τοῦ ἐξόχου μαθηματικοῦ Θεοδώρου τοῦ Κυρηναίου, ὁ ὁποῖος κατὰ τὸν Ἰάμβλιχον ἀνῆκεν εἰς τὴν Σχολὴν τῶν Πυθαγορείων.

Ἦτο γόνος ἀριστοκρατικῆς οἰκογενείας τῶν Ἀθηνῶν καὶ λέγεται ὅτι ὁ μὲν πατήρ του ἦτο ἀπόγονος τοῦ βασιλέως Κόδρου, ἡ δὲ μήτηρ του ἀπόγονος τοῦ Σόλωνος. Ὁ Πλάτων δὲν ἦτο μαθηματικός, ἦτο φιλόσοφος. Ἐπρέσβευεν ὅμως ὅτι διὰ νὰ γίνῃ κανεὶς φιλόσοφος πρέπει νὰ γνωρίζῃ μαθηματικά.

Ἐγεννήθη τὴν 22αν Μαΐου 427 π.Χ., κατὰ τὴν 7ην τοῦ μηνὸς Θαργηλιῶνος τοῦ ἔτους αὐτοῦ. Κατὰ τὸ ἔτος 387 π.Χ. ἵδρυσε τὴν Ἀκαδημίαν, ἡ ὁποία ἐπὶ χίλια περίπου ἔτη ὑπῆρξε τὸ πνευματικὸν κέντρον τῆς ἀνθρωπότητος, τὸ ὁποῖον ἕνεκα τοῦ θρησκευτικοῦ φανατισμοῦ ἔκλεισε τὸ 529 μ.Χ. Εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος ἐξεπαιδεύθησαν πολλοὶ Ρωμαῖοι ἡγήτορες, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὁ Κικέρων καὶ τὰ τέκνα του. Ὁ Πλούταρχος ἐξεπαιδεύθη ἐπίσης εἰς τὴν Ἀκαδημίαν αὐτὴν καὶ τὸ σπουδαιότατον, οἱ δύο μεγάλοι Ἱεράρχαι τοῦ Χριστιανισμοῦ, Βασίλειος ὁ Μέγας καὶ Γρηγόριος ὁ Θεολόγος, ἐφοίτησαν πολλὰ ἔτη εἰς τὴν αὐτὴν Ἀκαδημίαν.

Ὁ Βυζαντινὸς συγγραφεὺς Ἰωάννης Τζέτζης ἀναφέρει ὅτι εἰς τὸ ὑπέρθυρον τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος ὑπῆρχεν ἡ ἐπιγραφή: «Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην», δηλαδὴ οὐδεὶς ἐπιτρέπεται νὰ φοιτήσῃ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν, ἐὰν δὲν γνωρίζῃ γεωμετρίαν, τουτέστιν μαθηματικά. (Τζέτζης, Χιλιάδες VIII, 972). Ὁ Ξενοκράτης, ὁ ὁποῖος ὑπῆρξε μετὰ τὸν Πλάτωνα καὶ τὸν Σπεύσιππον διευθυντὴς τῆς Ἀκαδημίας, δὲν εἶχεν εἰσαγάγει τὸ Ἀκαδημαϊκὸν Ἀπολυτήριον διὰ τὴν εἰσδοχὴν τῶν μαθητῶν εἰς τὴν Ἀκαδημίαν, ἀλλὰ ἐζήτει γνώσεις μόνον γεωμετρίας. Λέγεται δὲ ὅτι, ὅταν νέος τις ἐξέφρασε τὴν ἐπιθυμίαν νὰ παρακολουθήσῃ μαθήματα εἰς τὴν Ἀκαδημίαν, τὸν ἠρώτησεν, ἐὰν γνωρίζῃ γεωμετρίαν. Εἰς ἀρνητικὴν ἀπάντησιν τοῦ εἶπε: «Πορεύου λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας», δηλαδὴ πήγαινε, δὲν ἔχεις τὰς ἀπαιτουμένας γνώσεις διὰ νὰ μάθῃς φιλοσοφίαν (Διογένης, Λ. IV, 10).

Ὅτι ὁ Πλάτων ἐπίστευε βαθύτατα ὅτι διὰ νὰ ἀσχοληθῇ κανεὶς μὲ τὴν φιλοσοφίαν πρέπει νὰ γνωρίζῃ πολλὰ μαθηματικὰ φαίνεται ἐκ τοῦ ὅτι εἰς τοὺς περισσοτέρους διαλόγους του ἔχει μνημονεύσει πολλὰς μαθητικὰς προτάσεις.

Ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος, συγγραφεὺς τοῦ 2ου αἰῶνος μ.Χ., εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν πραγματείας του ἑρμηνευτικῆς τῶν μαθηματικῶν τῶν πλατωνικῶν διαλόγων λέγει ὅτι δὲν εἶναι εὔκολον νὰ κατανοήσῃ κανεὶς καλῶς τοὺς διαλόγους τοῦ Πλάτωνος, ἐὰν δὲν ἔχῃ λάβει ἰδιαιτέραν πρὸς τοῦτο μαθηματικὴν προπαιδείαν.

Ἐκτὸς τούτου, προσθέτει ὁ Θέων, θὰ ἠδύνατο κανεὶς νὰ θεωρήσῃ τὴν φιλοσοφίαν ὡς μύησιν ἀληθοῦς τελετῆς καὶ παράδοσιν τῶν ὄντων (δηλαδὴ διδασκαλίαν περὶ τῶν ὄντων). Ἡ μύησις δὲ εἰς τὰ μυστήρια (τὰ Ἐλευσίνια καὶ τὰ Καβείρια) ἀπαρτίζεται ἀπὸ πέντε μέρη. Τὸ μὲν πρῶτον μέρος εἶναι ὁ καθαρμός· διότι δὲν ἐπιτρέπεται ἡ εἰσδοχὴ εἰς ὅλους ὅσοι ἐπιθυμοῦν νὰ μετάσχουν τῶν μυστηρίων, ἀλλ' ὑπάρχουν μερικοὶ εἰς τοὺς ὁποίους ἀπαγορεύεται ἡ συμμετοχή, λόγου χάριν εἰς τοὺς ἐγκληματίας καὶ τοὺς φλυάρους, ἀλλὰ καὶ αὐτοί, εἰς ὅσους ἐπιτρέπεται ἡ εἴσοδος, πρέπει προηγουμένως νὰ ὑποστοῦν ἕνα καθαρμόν. Μετὰ δὲ τὴν κάθαρσιν δεύτερος βαθμὸς εἶναι ἡ παράδοσις τῆς τελετῆς, δηλαδὴ ἡ ἑρμηνεία καὶ διδασκαλία τοῦ τελετουργικοῦ καὶ συμβολικοῦ μέρους τῶν Μυστηρίων. Τρίτος βαθμὸς εἶναι ὁ ἐπονομαζόμενος ἐποπτεία. Τέταρτος δέ, ὅστις ἀποτελεῖ τὸ ἐπισφράγισμα τῆς ἐποπτείας, εἶναι ἡ ἀνάδεσις στεφάνων καὶ ἐπίθεσις εἰς τὰς κεφαλὰς τῶν μυουμένων, ὥστε εἰς ὅ,τι ἐμυήθη κανείς, ἢ συνωδεύθη ἀπὸ λαμπάδας ἢ ἔτυχε κάποιας ἱεροφαντίας ἢ ἱερωσύνης, νὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ τὰ μεταδώσῃ καὶ εἰς ἄλλους. Πέμπτος δὲ βαθμὸς εἶναι ἡ ἐκ τῶν προηγουμένων τελειοποίησις καὶ εὐδαιμονία, ὡς εἶναι προσφιλὴς εἰς τοὺς θεοὺς καὶ παρατηρεῖται μόνον εἰς αὐτούς. (Καὶ γὰρ αὖ τὴν φιλοσοφίαν μύησιν φαίη τις ἂν ἀληθοῦς τελετῆς καὶ τῶν ὄντων ὡς ἀληθῶς μυστηρίων παράδοσιν. Μυήσεως δὲ μέρη πέντε. Τὸ μὲν προηγούμενον καθαρμός· οὔτε γὰρ ἅπασι τοῖς βουλομένοις μετουσία μυστηρίων ἐστίν, ἀλλ' εἰσὶν οὓς αὐτῶν εἴργεσθαι προαγορεύεται, οἷον τοὺς χεῖρας μὴ καθαρὰς καὶ φωνὴν ἀξύνετον ἔχοντας, καὶ αὐτοὺς δὲ τοὺς μὴ εἰργομένους ἀνάγκη καθαρμοῦ τινος πρότερον τυχεῖν. Μετὰ δὲ τὴν κάθαρσιν δευτέρα ἐστὶν ἡ τῆς τελεῆς παράδοσις· τρίτη δὲ ἡ ἐπονομαζομένη ἐποπτεία· τετάρτη δέ, ὃ δὴ καὶ τέλος τῆς ἐποπτείας, ἀνάδεσις καὶ στεμμάτων ἐπίθεσις, ὥστε καὶ ἑτέροις, ἅς τις παρέλαβε τελετάς, παραδοῦναι δύνασθαι, δαδουχίας τυχόντα ἢ ἱεροφαντίας ἢ τινος ἄλλης ἱερωσύνης· πέμπτη δὲ ἡ ἐξ αὐτῶν περιγενομένη κατὰ τὸ θεοφιλὲς καὶ θεοῖς συνδίαιτον εὐδαιμονία). (Θέων Σμυρναῖος, Περὶ τῶν κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν, Hiller σελ. 14).

Ἐν συνεχείᾳ προσθέτει ὁ Θέων, διὰ νὰ γίνῃ τις μέτοχος τῆς Πλατωνικῆς φιλοσοφίας πρέπει, ὡς εἰς τὰ μυστήρια, νὰ ὑποστῇ καθαρμόν. Ὁ δὲ Πλάτων ὁρίζει ὅτι ἡ κάθαρσις αὕτη συνίσταται εἰς τὴν διαπόνησιν εἰς πέντε μαθήματα, ἤτοι τὴν ἀριθμητικήν, τὴν γεωμετρίαν, τὴν στερεομετρίαν, τὴν μουσικὴν καὶ τὴν ἀστρονομίαν.

Δεύτερος βαθμὸς μυήσεως εἰς τὴν Πλατωνικὴν φιλοσοφίαν εἶναι ἡ παράδοσις, δηλαδὴ ἡ διδασκαλία τῶν φιλοσοφικῶν θεωρημάτων, ἤτοι τῶν λογικῶν καὶ πολιτικῶν καὶ φυσικῶν.

Ὀνομάζει δὲ ὁ Πλάτων τρίτον βαθμὸν μυήσεως εἰς τὴν φιλοσοφίαν του, προσθέτει ὁ Θέων, τὴν ἐποπτείαν, ἤτοι τὴν ἐνασχόλησιν μὲ τὰ νοητὰ ὄντως ὄντα καὶ τὰς ἰδέας.

Ἀνάδεσιν δὲ καὶ στέψιν πρέπει νὰ θεωρήσωμεν τὴν ἱκανότητα τοῦ μυηθέντος εἰς τὴν φιλοσοφίαν, νὰ διδάσκῃ καὶ εἰς ἄλλους αὐτά, τὰ ὁποῖα ἔμαθεν αὐτός.

Πέμπτον δὲ μέρος τῆς μυήσεως εἰς τὴν φιλοσοφίαν εἶναι ἡ τελειοποίησις τῆς ψυχῆς τοῦ ἀνθρώπου καὶ ἡ εὐδαιμονία αὐτοῦ, καὶ ἡ κατὰ τὸν Πλάτωνα, προσθέτει ὁ Θέων, ὁμοίωσις τοῦ ἀνθρώπου, εἰ δυνατὸν πρὸς τὸν Θεόν.

Ὅτι ὁ Πλάτων ἦτο μεμυημένος εἰς τὰ Ἐλευσίνια μυστήρια συμπεραίνεται ἀπὸ μερικὰς φράσεις τῶν διαλόγων του, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὡς ἑξῆς:

Ἐκ τοῦ μυεῖν καὶ ἐποπτεύειν (Ἐπιστολὴ Ζ', 333 Ε).

Εὐδαίμονα φάσματα μυούμενοί τε καὶ ἐποπτεύοντες (Φαῖδρος 250 C).

Ὅτι τὰ μεγάλα (δηλαδὴ μυστήρια) μεμύησαι πρὶν τὰ σμικρὰ (Γοργίας 497 C).

Μεμυημένος ἀληθῶς τε καὶ ὄντως (Ἐπινομὶς 986 D).

Ὥσπερ λέγεται κατὰ τῶν μεμυημένων (Φαίδων 81 Ε).

Ἐνταῦθα τοῖς μεμυημένοις ἔστι τις προεδρία (Ἀξίοχος 371 D).

*

Ὁ Πλάτων δὲν ὑπῆρξε καθαυτὸ μαθηματικός. Παρὰ τοῦτο ὅμως πολλαὶ μαθηματικαὶ ἀνακαλύψεις ἀποδίδονται εἰς αὐτόν. Μεταξὺ αὐτῶν ἀναφέρεται ἡ λύσις τοῦ δηλίου προβλήματος καὶ ἡ εὕρεσις τριάδων ἀκεραίων ἀριθμῶν, οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ πυθαγόρειον θεώρημα. Ἐπειδὴ δὲ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος ἐκαλλιεργοῦντο πολὺ τὰ μαθηματικὰ ὡς μέσον ἀγωγῆς εἰς τὴν φιλοσοφίαν, ἡ κατασκευὴ τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων, δηλαδὴ τοῦ τετραέδρου, τοῦ ὀκταέδρου, τοῦ εἰκοσαέδρου, τοῦ κύβου καὶ τοῦ δωδεκαέδρου, ἀποδίδεται ὑπὸ πολλῶν μεταγενεστέρων συγγραφέων εἰς τὸν Πλάτωνα. Ὠνομάζοντο δὲ τὰ πολύεδρα αὐτὰ Πλατωνικὰ σχήματα.

Τὰ πέντε κανονικὰ πολύεδρα καὶ ἡ ἐγγραφὴ αὐτῶν εἰς σφαῖραν ἠρευνήθησαν τὸ πρῶτον ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων, εἰς τοὺς ὁποίους ἀποδίδεται ἡ μελέτη τοῦ κύβου, τοῦ τετραέδρου καὶ τοῦ δωδεκαέδρου.

Εἰς τὸν μεγάλον μαθηματικὸν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, τὸν Θεαίτητον, ὀφείλεται ἡ κατασκευὴ τοῦ ὀκταέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου. Ὁ Θεαίτητος ἐτραυματίσθη εἰς τὴν Κόρινθον περὶ τὸ 394 π.Χ. κατὰ τὸν πόλεμον τῶν Ἀθηναίων πρὸς τοὺς Κορινθίους καὶ μεταφερθεὶς εἰς τὰς Ἀθήνας ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 21 ἐτῶν. Οἱ μεταγενέστεροι συγγραφεῖς ἀποδίδουν μεγάλας μαθηματικὰς ἀνακαλύψεις εἰς τὸν Θεαίτητον.

Εἰς τὴν ἀραβικὴν γλῶσσαν σώζεται σχόλιον τοῦ Ἄραβος μαθηματικοῦ Ἀμποὺ Ὀτμὰν (940—998) ἐπὶ τοῦ δεκάτου βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἔχον ὡς ἑξῆς : «Ὁ σκοπὸς τοῦ Χ βιβλίου τῶν Στοιχείων εἶναι ἡ ἔρευνα τῶν συμμέτρων καὶ ἀσυμμέτρων. Ἡ θεωρία αὕτη ἔχει τὴν ἀρχήν της εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ Πυθαγόρου καὶ ἀνεπτύχθη σπουδαίως ὑπὸ τοῦ Θεαιτήτου τοῦ Ἀθηναίου, ὁ ὁποῖος ἐπέδειξεν εἰς τὸν κλάδον τοῦτον, ὡς καὶ εἰς ἄλλους κλάδους τῶν μαθηματικῶν, τοιαύτην ὀξύνοιαν, ὥστε δικαίως νὰ προκαλῇ τὸν θαυμασμόν. Ἐξ ἄλλου οὗτος ὑπῆρξεν ἐξόχως πεπροικισμένη διάνοια καὶ ἀφωσιώθη μὲ εὐγενῆ ζῆλον εἰς τὴν ἔρευναν τῆς ἀληθείας τῆς περιεχομένης εἰς τὰς ἐπιστήμας, ὡς τοῦτο ἐπιμαρτυρεῖται ἐκ τοῦ ὁμωνύμου διαλόγου τοῦ Πλάτωνος. Ὅσον ἀφορᾷ δὲ τὰς ἀκριβεῖς διακρίσεις τῶν ρηθέντων ἀνωτέρω μεγεθῶν καὶ τὰς ἀνεξελέγκτους ἀποδείξεις τῶν θεωρημάτων τῆς θεωρίας αὐτῆς πιστεύω ὅτι αὗται κατὰ κύριον λόγον ὀφείλονται εἰς τὸν μαθηματικὸν τοῦτον».

Ὁ Πλάτων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς διδασκαλίας τοῦ Σωκράτους, ὁ ὁποῖος πάντοτε ἐζήτει σαφῆ καὶ ἀκριβῆ ὁρισμὸν διὰ κάθε ἔννοιαν, εἰσήγαγεν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν τὴν ἀκρίβειαν τῶν μαθηματικῶν ὁρισμῶν καὶ τῶν μαθηματικῶν προτάσεων, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον θεωρεῖται μεγάλη συμβολὴ εἰς τὴν ἔρευναν καὶ τὴν πρόοδον τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

Ὁ νεοπλατωνικὸς φιλόσοφος Πρόκλος, εἰς τὰ σχόλιά του ἐπὶ τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, ἀναφέρων τοὺς σπουδαιοτέρους μαθηματικοὺς ἀπὸ τοῦ Θαλῆ γράφει τὰ ἀκόλουθα διὰ τὸν Πλάτωνα: «Ὁ Πλάτων δὲ ἐλθὼν μετ᾽ αὐτοὺς συνέβαλεν εἰς τὴν μεγίστην ἀνάπτυξιν καὶ τῶν ἄλλων μαθημάτων καὶ τῆς γεωμετρίας, ἕνεκα τῶν ἐρευνῶν εἰς αὐτά, ὅπως εἶναι φανερὸν καὶ ἀπὸ τὰς μαθηματικὰς προτάσεις, τὰς ὁποίας ἔχει κατασπείρει εἰς τὰ συγγράμματά του, εἰς τὰ ὁποῖα παντοῦ διεγείρει διὰ τῶν μαθηματικῶν τὴν ἔφεσιν διὰ τὴν φιλοσοφικὴν θεώρησιν» (σελ. 66, Friedlein.)

2. Ὅτι τὰ μαθηματικὰ εἶναι μέσον πρὸς εἰσαγωγὴν εἰς τὴν φιλοσοφίαν, τῆς ὁποίας οὕτως εἰπεῖν εἶναι ταῦτα προπαιδεία, φαίνεται εἰς πολλοὺς Πλατωνικοὺς διαλόγους. Ἐνδεικτικῶς ἀναφέρομεν τὸν διάλογον Μένων, ὅπου ὁ Σωκράτης διὰ νὰ ἀποδείξῃ ὅτι πᾶσα μάθησις εἶναι ἀνάμνησις ἐπικαλεῖται τὴν βοήθειαν τῆς γεωμετρίας. Εἰς τὰς Ἀθήνας εὑρίσκετο κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ὁ Θεσσαλὸς στρατηγὸς Μένων. Ὁ διάλογος Σωκράτους καὶ Μένωνος λαμβάνει χώραν παρὰ τὴν ἀμμώδη ἀκτὴν τοῦ Ἰλισσοῦ παρὰ τὸ Στάδιον, εἰς τὴν ὁποίαν ὁ Σωκράτης χαράσσει διὰ τῆς ῥάβδου του γεωμετρικὰ σχήματα.

Τὸ πρόβλημα εἶναι ὅτι ἡ ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου εἶναι ἀθάνατος καὶ ὅτι προϋπάρχει, ὅτι μετέχει τοῦ θείου καὶ ἑπομένως γνωρίζει τὰ πάντα. Ὅταν ὅμως ἡ ψυχὴ εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος, χρειάζεται ὡρισμένην διέγερσιν, ὡρισμένας συνθήκας, διὰ νὰ εἴπῃ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα γνωρίζει. Ὁ Μένων ἀπορεῖ καὶ ἐξίσταται μὲ τὴν θεωρίαν αὐτὴν τοῦ Σωκράτους, ὁ ὁποῖος, πρὸς ἀπόδειξιν τοῦ ἰσχυρισμοῦ του, καλεῖ τὸν δεκαπενταετῆ ὑπηρέτην τοῦ Μένωνος, ὅστις εἶναι τελείως ἀγράμματος καὶ δὲν ἔχει ἰδέαν γεωμετρίας καὶ τὸν ὑποβάλλει εἰς ἐρωτήσεις μὲ τὴν προσφιλῆ εἰς αὐτὸν μαιευτικὴν μέθοδον.

Χαράσσει εἰς τὴν ἄμμον ἕνα τετράγωνον, πλευρᾶς δύο ποδῶν καὶ ἐρωτᾷ τὸν ὑπηρέτην: πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου αὐτοῦ; Διὰ καταλλήλων βοηθητικῶν ἐρωτήσεων ὁ ὑπηρέτης ἀπαντᾷ, ἀφοῦ βεβαίως ἔχει σχεδιασθῇ καταλλήλως τὸ σχῆμα, ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου εἶναι 4 τετραγωνικοὶ πόδες. Βλέπεις Μένων, πῶς τὰ καταφέρνει ὁ ὑπηρέτης ὑποβοηθούμενος καταλλήλως νὰ δίδῃ ὀρθὰς γεωμετρικὰς ἀπαντήσεις; Ἐν συνεχείᾳ λέγει ὁ Σωκράτης εἰς τὸν ὑπηρέτην, ἐὰν θέλω νὰ κατασκευάσω τετράγωνον τὸ ὁποῖον νὰ ἔχῃ διπλάσιον ἐμβαδόν, δηλαδὴ 8 τετραγωνικοὺς πόδας, πόσον πρέπει νὰ εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ διπλασίου τετραγώνου; Ὁ μικρὸς ἀπαντᾷ, ἁπλούστατα, Σωκράτη, πρέπει νὰ εἶναι διπλασία τῆς ἀρχικῆς, δηλαδὴ 4 πόδια.

Σχεδιάζει ὁ Σωκράτης εἰς τὴν ἄμμον καὶ βάζει τὸν μικρὸν νὰ μετρήσῃ τὰ σχεδιασθέντα τετράγωνα, τὰ ὁποῖα εἶναι 16 ἀντὶ ὀκτὼ ὅπου ἐζητήθησαν. Ὁ μικρὸς βλέπει τὸ λάθος του καὶ λέγει ἡ πλευρὰ τοῦ νέου τετραγώνου δὲν πρέπει νὰ εἶναι τέσσαρα πόδια, ἀλλὰ νὰ εἶναι τρία. Πάλιν σχεδιάζει ὁ Σωκράτης καὶ βάζει τὸν μικρὸν νὰ μετρήσῃ, ὁ ὁποῖος εὑρίσκει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου ἐννέα τετραγωνικὰ πόδια, πάλι δηλαδὴ δὲν εὑρίσκει τὸ ὀρθόν, τὸ ὁποῖον εἶναι ὀκτὼ τετραγωνικὰ πόδια. Ὁ μικρὸς ἀρχίζει νὰ ἀπελπίζεται, λέγει ὅμως εἰς τὸν Σωκράτην, βοήθησέ με λίγο καὶ ἐλπίζω νὰ τὰ καταφέρω.

Ὁ Σωκράτης ἀποτεινόμενος πρὸς τὸν Μένωνα τοῦ λέγει, βλέπεις Μένων, δὲν ἔχει ἰδέαν γεωμετρίας καὶ κοντεύει νὰ τὸ εὕρῃ. Χαράσσει ἀκολούθως ὁ Σωκράτης ἕνα τετράγωνον μὲ πλευρὰν τὴν διαγώνιον τοῦ ἀρχικοῦ τετραγώνου, τὸ ὁποῖον προηγουμένως εἶχε χαράξει εἰς τὴν ἄμμον. Κατόπιν χαράσσει τὰς ἀναγκαίας ὑποδιαιρέσεις εἰς τὸ σχῆμα καὶ ἐρωτᾷ τὸν μικρόν, πόσον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου; Ὁ ὑπηρέτης μετρεῖ τὰ προκύψαντα μικρὰ τετράγωνα καὶ ἀναφωνεῖ, εἶναι ὀκτώ, δηλαδὴ τὸ εὑρεθὲν ἐμβαδὸν εἶναι διπλάσιον τοῦ πρώτου ἐμβαδοῦ, τὸ ὁποῖον ἦτο 4 τετραγωνικὰ πόδια καὶ κατεσκευάσθη μὲ πλευρὰν τὴν διαγώνιον τοῦ ἀρχικοῦ τετραγώνου.

Θριαμβευτὴς ὁ Σωκράτης λέγει πρὸς τὸν Μένωνα, δὲν σοῦ εἶπα Μένων ὅτι αὐτὸς ὁ ἀγράμματος γνωρίζει γεωμετρίαν καὶ ὅτι χρειάζεται ὡρισμένην διέγερσιν διὰ νὰ τὴν ἐνθυμηθῇ; ὥστε πᾶσα μάθησις εἶναι ἀνάμνησις, διότι ἡ ψυχὴ ὡς μετέχουσα τοῦ θείου εἶναι ἀθάνατος καὶ τὰ γνωρίζει ὅλα πρὶν ἔλθῃ εἰς τὸ σῶμα τοῦ ἀνθρώπου.

Εἰς τὸν αὐτὸν διάλογον Μένων ὁ Σωκράτης συνεχίζων τὴν συζήτησιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἐξετάζεται ἐὰν ἡ ἀρετὴ εἶναι διδακτὸν πρᾶγμα ἢ ὄχι ἐπικαλεῖται πάλιν τὴν βοήθειαν τῆς γεωμετρίας καὶ λέγει τὰ ἑξῆς: Ἐννοῶ, Μένων, ὅτι διὰ νὰ προχωρήσωμεν εἰς τὴν συζήτησιν περὶ ἀρετῆς πρέπει νὰ κάμωμεν ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον κάμνουν οἱ γεωμέτραι. Ὅταν δηλαδὴ κανεὶς τοὺς ἐρωτήσῃ, ἔχω μίαν ἐπιφάνειαν ἐπίπεδον καὶ θέλω νὰ ἐγγράψω αὐτὴν ὡς τρίγωνον εἰς ἕνα κύκλον, αὐτοὶ θὰ ἀπαντήσουν ὅτι πρέπει νὰ ἐξετάσωμεν τὸ πρᾶγμα λεπτομερῶς, διὰ νὰ ἴδωμεν ἐὰν εἶναι τοῦτο δυνατὸν ἢ ὄχι. Οὕτω πως πρέπει νὰ ἐνεργήσωμεν ὅταν μᾶς θέτουν τὸ ἐρώτημα, ἐὰν ἡ ἀρετὴ εἶναι διδακτὸν πρᾶγμα ἢ ὄχι.

Δὲν πρέπει νὰ διαφεύγῃ τὴν προσοχήν μας ὅτι ὁ κύριος στόχος τῶν ἐρευνῶν τοῦ Πλάτωνος εἶναι τὸ ὀντολογικὸν πρόβλημα. Μέσον διὰ τὴν ἔρευναν αὐτὴν ἀπαραίτητον θεωρεῖ ὁ Πλάτων τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν. Κατὰ τὸν Ἀθηναῖον φιλόσοφον ὑπάρχουν δύο κόσμοι, ὁ αἰσθητὸς καὶ ὁ ἰδανικός. Εἰς τὸν αἰσθητὸν ζοῦν οἱ ἄνθρωποι, οἱ ὁποῖοι λαμβάνουν γνῶσιν τῶν διαφόρων μεταβλητῶν πραγμάτων. Τὰ πράγματα αὐτὰ δὲν εἶναι πραγματικά, ἀλλὰ ἀποτυπώματα ὡρισμένων προτύπων, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς τὸν ἰδανικὸν κόσμον καὶ ἀποτελοῦν τὰς ἰδέας. Ὅταν π.χ. ὁ γεωμέτρης χαράσσει εἰς τὴν ἄμμον ἕνα κύκλον ἢ ἄλλα γεωμετρικὰ σχήματα, ὁ νοῦς του δὲν ἔχει ὑπ' ὄψιν τὰ σχήματα, τὰ ὁποῖα βλέπει, ἀλλὰ τὰ ἰδανικὰ σχήματα χωρὶς τὴν ὕλην διὰ τῆς ὁποίας ἐκφράζονται εἰς τὴν ἄμμον ἢ εἰς τὸ χαρτὶ τὰ σχήματα αὐτά. Τὸ ὕψιστον ἔργον τοῦ ἀνθρώπου εἶναι ἡ φυγὴ ἀπὸ τὴν ὕλην καὶ ἡ στροφὴ πρὸς τὰς ἰδέας.

*

Κατὰ τὸν Πλάτωνα, ἡ διάνοια εἶναι κάτι τὸ ἐνδιάμεσον μεταξὺ ὕλης καὶ νοήσεως. Ἐδῶ γεννᾶται τὸ ἐρώτημα, ἐὰν τὰ μαθηματικὰ εἶναι αὐτόνομα ἢ αὐθύπαρκτα Ἐὰν δηλαδὴ πρὸς στιγμὴν νοήσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν ἄνθρωποι ἐπὶ τῆς γῆς, τὰ ἰδανικὰ γεωμετρικὰ σχήματα καὶ αἱ ἰδανικαὶ πράξεις τῆς ἀριθμητικῆς ὑπάρχουν ὡς ἰδέαι ἢ εἶναι δημιουργήματα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος; Εἰς τὴν ἀπορίαν αὐτὴν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δοθῇ ἱκανοποιητικὴ ἀπάντησις εἴτε ὑπὲρ τῆς μιᾶς ἐπόψεως εἴτε ὑπὲρ τῆς ἄλλης.

Ἀπὸ τοὺς Πλατωνικοὺς διαλόγους συμπεραίνεται ὅτι ὁ Πλάτων ἐπρέσβευεν ὅτι τὰ γεωμετρικὰ σχήματα προϋπάρχουν ὡς ἰδέαι καὶ δὲν εἶναι δημιουργήματα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος.

*

Ὁ Πλάτων δὲν εἶναι μόνον φιλόσοφος. Εἶναι καὶ μέγας παιδαγωγός. Πιστεύει ὅτι οἱ νέοι πρέπει νὰ κάμνουν τακτικὰ γυμναστικὴν καὶ νὰ διδάσκωνται μουσικὴν καὶ ἀναπτύσσει τὴν ὠφέλειαν, τὴν ὁποίαν θὰ ἔχουν ἐκ τῶν δύο αὐτῶν ἐνασχολήσεων. Πρὸ παντὸς ὅμως πρέπει νὰ διδάσκωνται μαθηματικά, διότι διὰ τῶν μαθηματικῶν διαπλάσσεται καὶ τελειοποιεῖται ἡ ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου. Τὰ μαθηματικὰ εἶναι δῶρον τῶν θεῶν πρὸς τοὺς ἀνθρώπους, λέγει εἰς τὸν Φίληβον (16 C).Εἰς δὲ τὴν Πολιτείαν τονίζει ὅτι τὰ μαθηματικὰ ὁδηγοῦν τὴν ψυχὴν τοῦ ἀνθρώπου πάρα πολὺ ὑψηλά, πρὸς τὸν θεόν. (Σφόδρα ἄνω ποι ἄγει (τὸ περὶ τοὺς λογισμοὺς μάθημα) τὴν ψυχὴν (525 D)

Εἰς τὰς οἰκονομικὰς καὶ πολιτικὰς ἐπιστήμας καὶ τὴν τεχνικὴν γενικῶς κανένα ἄλλο μάθημα δὲν ἔχει τόσον μεγάλην ἐπίδρασιν, ὅσην τὰ μαθηματικά. (Πρός τε γὰρ οἰκονομίαν καὶ πρὸς πολιτείαν καὶ πρὸς τὰς τέχνας πάσας ἓν οὐ-
παίδειον δὲν οὕτω δύναμιν ἔχει μάθημα ἢ ἡ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς διατριβή) (Νόμοι 747 B). Εἰς τὴν αὐτὴν πραγματείαν τῶν Νόμων φέρει ὡς παράδειγμα διὰ τοὺς Ἕλληνας, ὁ Πλάτων, τὴν ἀγωγὴν τῶν παιδιῶν τῆς Αἰγύπτου, εἰς τὰ ὁποῖα κατὰ τρόπον παιδιᾶς διδάσκονται πολλὰ μαθηματικά. Διὰ τοὺς Ἕλληνας δὲ εἶναι ἐντροπὴ νὰ μὴ διδάσκωνται τὰ παιδιά των τὰ περὶ τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν (Ζ΄ 819).

*

Διὰ νὰ καταστήσῃ ἐμφανῆ τὴν διάκρισιν μεταξὺ τοῦ αἰσθητοῦ καὶ τοῦ νοητοῦ κόσμου ὁ Πλάτων χρησιμοποιεῖ μίαν εὐθεῖαν. Ἔστω, λέγει ὁ Σωκράτης πρὸς τὸν συνομιλοῦντα Γλαῦκον (ἀδελφὸν τοῦ Πλάτωνος), ὅτι ἔχομεν μίαν εὐθεῖαν γραμμήν, τὴν ὁποίαν χωρίζομεν εἰς δύο ἄνισα μέρη. Τὸ ἓν ἐκ τῶν μερῶν τούτων ἂς ἀντιπροσωπεύῃ τὸν αἰσθητὸν κόσμον καὶ τὸ ἄλλο τὸν νοητόν. Τὸ τμῆμα τοῦ αἰσθητοῦ κόσμου ἂς τὸ χωρίσωμεν εἰς δύο μέρη. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν ἂς παριστᾷ τὰς σκιὰς τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων καὶ τὸ ἄλλο αὐτὰ ταῦτα τὰ αἰσθητὰ πράγματα, τὰ ζῶα, τὰ φυτὰ κλπ.

Ἂς χωρίσωμεν ὁμοίως τὸ μέρος, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸν νοητὸν κόσμον εἰς δύο μέρη. Διὰ νὰ κατανοήσῃ τὸ ἓν ἐκ τῶν μερῶν αὐτῶν ἡ ψυχὴ ἀναγκάζεται νὰ μεταχειρισθῇ εἰκόνας ἐκ τοῦ αἰσθητοῦ κόσμου, χρησιμοποιοῦσα ὑποθέσεις διὰ νὰ συναγάγῃ τὰ συμπεράσματά της, χωρὶς νὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ ἐλέγξῃ τὰς ὑποθέσεις αὐτάς. Εἰς τὰ μαθηματικὰ π.χ. ὁρίζομεν αὐθαιρέτως τί εἶναι ἀριθμὸς καὶ τί εἶναι σχῆμα καὶ κατόπιν ὁρίζομεν καὶ μερικὰ ἀξιώματα. Διὰ τὰ ἀξιώματα μάλιστα λέγομεν, ὅτι ἐκφράζουν ἀληθείας ἀφ᾽ ἑαυτῶν φανεράς. Εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐξετασθῇ βαθύτερον τὸ νόημα τῶν ἀξιωμάτων. Ἐπὶ τῇ βάσει λοιπὸν τῶν ὁρισμῶν καὶ τῶν ἀξιωμάτων γίνεται ἡ μαθηματικὴ ἔρευνα, γίνεται ἡ ἀπόδειξις τῶν μαθηματικῶν θεωρημάτων. Οἱ ἐρευνηταὶ βλέπουν τοὺς ὁρισμοὺς καὶ τὰ ἀξιώματα τῶν μαθηματικῶν διὰ τῆς διανοίας καὶ ὄχι διὰ τοῦ νοῦ, ἀφοῦ ταῦτα εἶναι μεταξὺ τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων καὶ τῶν νοητῶν.

Τὸ ἄλλο μέρος τοῦ νοητοῦ κόσμου εἶναι τὸ ἀνώτατον ὑπάρχον. Διὰ τὴν ἔρευναν αὐτοῦ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιήσωμεν ὑποθέσεις. Αὐτὸ εἶναι ἀνυπόθετον. Ἡ ἔρευνα τοῦ ἀνυποθέτου ἐμπίπτει εἰς τὴν ἁρμοδιότητα τῆς φιλοσοφίας. Ἡ σπουδὴ ὅμως τῶν μαθηματικῶν μᾶς βοηθεῖ νὰ ἀντικρύσωμεν εὐκολώτερον τὴν ἰδέαν τοῦ ἀγαθοῦ, δηλαδὴ τὸν Θεόν. (Τὸ δὲ πολὺ αὐτῆς (δηλαδὴ τῆς γεωμετρίας) τείνει πρὸς τὸ ποιεῖν κατιδεῖν ρᾷον τὴν τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέαν) (Πολιτεία 526 Ε).

3. Κατὰ τὸ δεύτερον ἥμισυ τοῦ 19ου ἰδίως ὅμως κατὰ τὸν διανυόμενον αἰῶνα, ἔγιναν ἐντατικαὶ προσπάθειαι πρὸς ἔρευναν τῶν ἀρχῶν τῆς γεωμετρίας. Ὅλοι οἱ μεγάλοι ἐρευνηταί, μεταξὺ τῶν ὁποίων ἀναφέρομεν τὸν Γάλλον Πουανκαρέ, τὸν Ἰταλὸν Πεάνο καὶ τοὺς Γερμανοὺς Ρῆμαν καὶ Χίλμπερτ, καταλήγουν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ γεωμετρία εἶναι ἐπιστήμη σχετικὴ καὶ δὲν ἔχει ἀπόλυτον ἀξίαν. Ἀφοῦ, λέγουν, εἶναι ἀδύνατον νὰ αἰτιολογήσωμεν τὰ γεωμετρικὰ ἀξιώματα, δὲν εἶναι δυνατὸν τὸ ἐξ αὐτῶν δημιουργούμενον γεωμετρικὸν οἰκοδόμημα νὰ ἔχῃ ἀπόλυτον ἀξίαν.

Τὴν γνώμην ὅμως τῶν νεωτέρων αὐτῶν σοφῶν τὴν ἔχει ἤδη διατυπώσει ὁ Πλάτων εἰς τὴν Πολιτείαν. Τὸ ἀντικείμενον τῆς γεωμετρίας εἶναι ἡ ἔρευνα τῶν ἰδιοτήτων τοῦ χώρου. Τί εἶναι ὅμως χῶρος δὲν γνωρίζομεν. Ἁπλῶς ἔχομεν ἐκ τῆς ἐμπειρίας ἐποπτείαν τοῦ χώρου. Οἱ Ἕλληνες γεωμέτραι διὰ νὰ ἐρευνήσουν τὸν χῶρον ἔπρεπε ἀπὸ κάπου νὰ ἀρχίσουν. Ὥρισαν λοιπὸν αὐθαιρέτως τὴν ἔννοιαν σημεῖον ὡς ἑξῆς: σημεῖον εἶναι κάτι τὸ νοητόν, τὸ ὁποῖον δὲν ἔχει μέρος. Κατόπιν τῆς αὐθαιρεσίας αὐτῆς εἶπαν ὅτι πολλὰ σημεῖα κάμνουν τὴν γραμμήν. Κατόπιν ἔδοσαν τὸν ὁρισμὸν τῆς εὐθείας γραμμῆς κατὰ τρόπον ὅμως, ὁ ὁποῖος μέχρι σήμερον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἑρμηνευθῇ ἱκανοποιητικῶς. Ἀκολούθως εἶπαν, ὅτι πολλαὶ εὐθεῖαι γραμμαὶ κάμνουν τὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν καὶ πολλαὶ ἐπίπεδοι ἐπιφάνειαι κάμνουν στερεὰ σώματα. Τὰ στερεὰ ὅμως σώματα κατέχουν χῶρον καὶ ἑπομένως διὰ νὰ σπουδάσωμεν τὸν χῶρον ἀρκεῖ νὰ σπουδάσωμεν τὰ ἐπίπεδα σχήματα καὶ τὰ στερεὰ σχήματα.

Τὸ περίλαμπρον λοιπὸν καὶ μεγαλειῶδες οἰκοδόμημα τῆς γεωμετρίας στηρίζεται εἰς μίαν αὐθαίρετον ἔννοιαν, τὴν ἔννοιαν σημεῖον, τὴν ὁποίαν εἶναι ἀδύνατον νὰ αἰτιολογήσωμεν ἐπαρκῶς. Εἰς τὴν ἀδικαιολόγητον ὅμως ἔννοιαν τοῦ σημείου στηρίζεται ἡ ἔννοια τοῦ χώρου, ἡ ὁποία κατὰ συνέπειαν δὲν εἶναι ἐπαρκῶς δικαιολογημένη. Ὥστε τὸ οἰκοδόμημα τῆς γεωμετρίας δὲν ἔχει ἀπόλυτον ἀξίαν, ἀλλὰ ἔχει σχετικήν. Ἐπιλέγει λοιπὸν πρῶτος ὁ Πλάτων ὅτι ἡ ἀξία τῆς γεωμετρίας εἶναι σχετική.

Διότι εἰς κάτι, τὸ ὁποῖον ἔχει ἀρχὴν μὲν τὴν ὁποίαν δὲν γνωρίζει (δηλ. τὴν ἔννοιαν σημεῖον) τὸ τέλος δὲ καὶ τὰ ἐνδιάμεσα αὐτοῦ παράγονται ἐξ ἐκείνου, τὸ ὁποῖον εἶναι ἄγνωστον, κατὰ ποίαν ἐπινόησιν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδώσωμεν τὸν χαρακτηρισμὸν ὅτι αὐτὸ εἶναι ἐπιστήμη; Κατὰ καμμίαν ἀπήντησεν ἐκεῖνος. (ᾧ γὰρ ἀρχὴ μὲν ὃ μὴ οἶδε, τελευτὴ δὲ καὶ τὰ μεταξὺ ἐξ οὗ μὴ οἶδε συμπέπλεκται, τίς μηχανὴ τὴν τοιαύτην ὁμολογίαν ποτὲ ἐπιστήμην γενέσθαι; Οὐδεμία ἦ δ' ὅς). (Πολιτεία (533 c).

Ἡ μόνη ἀληθὴς ἐπιστήμη εἶναι κατὰ τὸν Πλάτωνα ἡ διαλεκτική, ἡ ὁποία παραμερίζουσα τὰς παντὸς εἴδους ὑποθέσεις βαδίζει πρὸς ἔρευναν αὐτῆς ταύτης τῆς ἀρχῆς, δηλ. τοῦ ὄντος, χρησιμοποιοῦσα εἰς τὰς ἐρεύνας της τὴν γεωμετρίαν καὶ γενικῶς τὰ μαθηματικὰ ὡς μέσον βοηθητικόν.

Τὸ βοηθητικὸν ὅμως αὐτὸ μέσον εἶναι ἀπαραίτητον διὰ πᾶσαν φιλοσοφικὴν ἔρευναν. Τόσον μεγάλη εἶναι ἡ πίστις τοῦ Πλάτωνος διὰ τὴν ἀξίαν τῆς γεωμετρίας κατὰ τὴν ἔρευναν τοῦ ὄντος, ὥστε ἔλεγεν ὅτι «ὁ Θεὸς ἀεὶ γεωμετρεῖ». Πάντοτε δηλ. ὁ Θεός, ὅ,τι κάμνει τὸ κάμνει ἐπὶ τῇ βάσει τῆς γεωμετρίας.

Τὴν ρῆσιν αὐτὴν ἀναφέρει ὁ Πλούταρχος, ὁ ὁποῖος τονίζει, ναί μεν δὲν ἀπαντᾶται αὕτη σαφῶς εἰς τοὺς πλατωνικοὺς διαλόγους, εἶναι ὅμως σύμφωνος πρὸς τὴν ὅλην διδασκαλίαν τοῦ Πλάτωνος. (Συμποσιακὰ προβλήματα VIII B').

*

Εἰς τὴν αὐτὴν πραγματείαν τῶν Συμποσιακῶν προβλημάτων (VIII B') ὁ Πλούταρχος σημειώνει ὅτι ὁ Πλάτων ἐμέμφθη τὸν Εὔδοξον καὶ τοὺς μαθητάς του, ὡς ἐπίσης καὶ τὸν Ἀρχύταν καὶ τὸν Μέναιχμον, διότι οὗτοι ἐπιχειροῦν νὰ λύσουν τὸ πρόβλημα τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου (τὸ δήλιον πρόβλημα) χρησιμοποιοῦντες ὀργανικὰς καὶ μηχανικὰς κατασκευάς. Διὰ τῶν κατασκευῶν αὐτῶν χάνεται καὶ καταστρέφεται τὸ ἀγαθὸν τῆς γεωμετρίας, ἡ ὁποία κατὰ τὸν τρόπον αὐτὸν παλινδρομεῖ πρὸς τὰ αἰσθητὰ πράγματα καὶ δὲν φέρεται πρὸς τὰ ἐπάνω, (δηλ. πρὸς τὸν Θεὸν) οὐδὲ ἀντιλαμβάνεται τῶν ἀϊδίων καὶ ἀσωμάτων εἰκόνων, πρὸς τὰς ὁποίας ὢν ὁ Θεὸς εἶναι πάντοτε Θεός. (Πλάτων ἐμέμφετο τοὺς περὶ Εὔδοξον καὶ Ἀρχύταν καὶ Μέναιχμον εἰς ὀργανικὰς καὶ μηχανικὰς κατασκευὰς τὸν τοῦ στερεοῦ διπλασιασμὸν ἀπάγειν ἐπιχειροῦντας... Ἀπόλλυσθαι γὰρ οὕτω καὶ διαφθείρεσθαι τὸ τῆς γεωμετρίας ἀγαθὸν αὖθις ἐπὶ τὰ αἰσθητὰ παλινδρομούσης καὶ μὴ φερομένης ἄνω μηδ' ἀντιλαμβανομένης τῶν ἀϊδίων καὶ ἀσωμάτων εἰκόνων, πρὸς αἷσπερ ὢν ὁθεὸς ἀεὶ Θεός ἐστι).

Εἶναι ἀληθὲς ὅτι ὁ Πλάτων εἶναι ὁ κατ' ἐξοχὴν θεωρητικὸς ἄνθρωπος. Εἰς τὴν ἰδιότητα αὐτὴν τοῦ Ἀθηναίου φιλοσόφου στηριζόμενοι πολλοὶ ἐκ τῶν νεωτέρων ἐρευνητῶν διετύπωσαν τὴν γνώμην ὅτι ὁ Πλάτων ἦτο ἐναντίον τοῦ πειράματος, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιεῖ ἡ Φυσική, καὶ συνεπῶς ἀπετέλεσεν ἐμπόδιον φοβερὸν εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν. Ἡ γνώμη αὐτὴ δὲν εὐσταθεῖ, ὡς συνάγεται ἐξ αὐτῶν τούτων τῶν πλατωνικῶν διαλόγων. Εἰς τὸν Τίμαιον, λόγου χάριν, διαβάζομεν ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ κατανοήσωμεν τὰς κινήσεις τῶν ἄστρων καὶ τῆς οὐρανίας σφαίρας γενικῶς, ἐὰν δὲν ἔχωμεν ἔμπροσθέν μας ἀνάλογον ἐν σμικρογραφίᾳ συσκευήν, εἰς τὴν ὁποίαν νὰ γίνωνται αἱ κινήσεις αὗται καὶ νὰ τὰς βλέπωμεν. Τὸ νὰ τὰ λέγῃ κανεὶς τὰ φυσικὰ φαινόμενα χωρὶς νὰ τὰ βλέπῃ εἶναι μάταιος κόπος. (Τὸ λέγειν ἄνευ δι' ὄψεως τούτων αὖ τῶν μιμημάτων μάταιος ἂν εἴη πόνος) (Τίμαιος 40 δ). Φαίνεται δὲ ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε κατασκευάσει πλανητάριον εἰς τὸ ὁποῖον ἐγίνοντο ὅλαι αἱ κινήσεις τῶν πλανητῶν, ὡς πληροφορεῖ ἡμᾶς ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος εἰς δύο χωρία τῆς ὑπὸ τὸν τίτλον «Περὶ τῶν κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν», πραγματείαν του (σελ. 146,5 καὶ 151,5, Hiller). Ἀλλὰ καὶ ἄλλη συναφὴς πληροφορία ὑπάρχει ὅτι ὁ Πλάτων ὄχι μόνον δὲν ἦτο ξένος πρὸς τὴν Τεχνικὴν ἀλλὰ τοὐναντίον εἶχεν ἰδιαιτέραν ἐπίδοσιν εἰς αὐτήν.

Ὁ Ἀλεξανδρινὸς συγγραφεὺς Ἀθήναιος (ἀρχαὶ 3 αἰ. μ.Χ.) περιγράφων τὴν ἐκ τοῦ ὑδραυλικοῦ ἁρμονίου (τῆς ὑδραύλεως) τοῦ περιφήμου μηχανικοῦ Κτησιβίου προκαλουμένην ἁρμονίαν, προσθέτει ὅτι καθ' ἃ λέγεται, ὁ Πλάτων ἔδωκε μικράν τινα εἰκόνα τοῦ ὀργάνου, κατασκευάσας νυκτερινὸν ὡρολόγιον (ξυπνητήρι), τὸ ὁποῖον ὡμοίαζε πρὸς τὸ ὑδραυλικὸν ὄργανον τοῦ Κτησιβίου, δηλαδὴ πρὸς πολὺ μεγάλην κλεψύδραν. (Λέγεται δέ, Πλάτωνα μικράν τινα ἔννοιαν δοῦναι τοῦ κατασκευάσματος, νυκτερινὸν ποιήσαντα ὡρολόγιον, ἐοικὸς τῷ ὑδραυλικῷ, οἷον κλεψύδραν μεγάλην λίαν. Καὶ τὸ ὑδραυλικὸν δὲ ὄργανον δοκεῖ κατὰ κλεψύδραν εἶναι). (174. 75).

***

Πολὺ ἐνδιαφέρον παρουσιάζει ἡ κοσμογονία τοῦ Πλάτωνος ἡ ἐκτιθεμένη εἰς τὸν διάλογον Τίμαιος. Ἐκεῖ ὁ Πλάτων δὲν ἐμφανίζεται ὡς ἀστρονόμος ἢ ὡς μαθηματικὸς ἢ φυσικός, ἀλλὰ ὡς φιλόσοφος χρησιμοποιῶν διὰ τὴν θεωρίαν του τὰς κατὰ τὴν ἐποχήν του γνώσεις εἰς τὰ μαθηματικά, τὴν ἀστρονομίαν καὶ τὴν φυσικήν. Ἡ ἐπίδρασις τῶν Πυθαγορείων εἰς τὰς πλατωνικὰς θεωρίας εἶναι καταφανής. Ἡ ὅλη ἀστρονομικὴ θεωρία στηρίζεται εἰς τὴν δαιμονίαν ἐπινόησιν τοῦ μεγάλου μαθηματικοῦ τῆς Ἀκαδημίας, τοῦ Εὐδόξου. Οἱ ἀστρονόμοι τῆς ἐποχῆς ἐκείνης εἶχον παρατηρήσει ὅτι οἱ ἐκ τῶν πλανητῶν Ἑρμῆς καὶ Ἀφροδίτη δὲν ἠκολούθουν κανονικὰς κυκλικὰς τροχιάς, ὅπως ἦτο ἡ κίνησις τοῦ ἡλίου, ὡς αὕτη φαίνεται. Κατὰ τὴν παράδοσιν ὁ Πλάτων ἀνέθεσεν εἰς τὸν Εὔδοξον νὰ εὕρῃ γεωμετρικὸν τόπον κατὰ τὸν ὁποῖον νὰ ἑρμηνεύωνται αἱ φαινόμεναι ἀνωμαλίαι τῶν κινήσεων τοῦ Ἑρμοῦ καὶ τῆς Ἀφροδίτης. Ἡ γῆ κατὰ τὸν Πλάτωνα ἐκινεῖτο περὶ τὸν ἄξονά της, ἀπετέλει ὅμως τὸ κέντρον τοῦ κόσμου. Οἱ πλανῆται ἦσαν, καὶ κατὰ γενικὴν παραδοχήν, ἐν ὅλῳ ἑπτά, ἡ δὲ θέσις των ἐν σχέσει πρὸς τὴν γῆν ἦτο ἡ ἀκόλουθος : Γῆ — Σελήνη — Ἥλιος — Ἀφροδίτη — Ἑρμῆς — Ἄρης — Ζεὺς — Κρόνος.

Ὁ Εὔδοξος κατώρθωσε διὰ τοῦ συστήματος τῶν ὁμοκέντρων σφαιρῶν νὰ ἑρμηνεύσῃ τὰς ἀνωμαλίας τῶν κινήσεων τοῦ Ἑρμοῦ καὶ τῆς Ἀφροδίτης. Ὁ Πλάτων ἀποδεχθεὶς τὴν θεωρίαν τοῦ Εὐδόξου χρησιμοποιεῖ αὐτήν, ὄχι πλέον ὡς ἀστρονόμος ἀλλά, ὡς ἔξοχος ὑμνῳδὸς τοῦ κάλλους τῆς θείας δημιουργίας. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἐπιτευγμάτων εἰς τὴν μουσικὴν τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν Πυθαγορείων, ἀφίνει τὴν φαντασίαν του νὰ φτερουγίσῃ μέχρι τῶν περάτων τοῦ οὐρανοῦ. Ὁ ἀστρονόμος Πλάτων γίνεται ποιητής. Ἑπτὰ οἱ πλανῆται, σκέπτεται, καὶ μία ἡ σφαῖρα τῶν ἀπλανῶν γίνονται ὀκτώ, ὅσοι εἶναι οἱ φθόγγοι τῆς πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος. Ὁ Θεὸς ἄρα ἔπλασσε τὸν κόσμον κατὰ θείαν ἁρμονίαν ὡς αὕτη ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς μουσικῆς κλίμακος.

Εἶναι ἀδύνατον νὰ διεισδύσῃ κανεὶς εἰς τὰς λεπτομερείας τῆς πλατωνικῆς σκέψεως ὅπως αὕτη ἐκτίθεται εἰς τὴν κοσμογονίαν τοῦ Τιμαίου. Θεωρεῖται βέβαιον ὅτι αὕτη ἔχει τὴν ἀφετηρίαν της εἰς τὴν ἀστρονομικὴν θεωρίαν τοῦ Εὐδόξου, ἡ ὁποία ὅμως ἐχάθη. Ἐκτὸς τῆς εὐδοξείου θεωρίας, ὁ Πλάτων ἔχει δώσει εἰς τὴν κοσμογονίαν αὐτὴν ἰδικά του πρωτότυπα στοιχεῖα, ἀναμεμιγμένα μὲ τοὺς συναφεῖς πρὸς τὴν θείαν δημιουργίαν μύθους καὶ χρωματισμένα μὲ ὅλην τὴν δύναμιν τῆς φαντασίας του.

Παραδέχεται ὅτι ἀρχαὶ καὶ στοιχεῖα τῶν ὄντων εἶναι μόνον τέσσαρα, ὡς ἔχει καθορίσει αὐτὰ ὁ Ἐμπεδοκλῆς, ἤτοι τὸ πῦρ, ὁ ἀήρ, τὸ ὕδωρ καὶ ἡ γῆ. Ἰδοὺ ἀμέσως ἡ τετρακτὺς τῶν Πυθαγορείων γίνεται σιωπηρῶς παραδεκτὴ ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος. Ἀπὸ τὴν κατάλληλον ἀνάμιξιν τῶν τεσσάρων στοιχείων γίνονται ὅλα τὰ πράγματα. Χωρὶς νὰ ἀναφέρῃ τὸν Δημόκριτον εἰς τοὺς διαλόγους του δὲν δέχεται τὴν ὕπαρξιν τοῦ κενοῦ ἀποδέχεται ὅμως τὴν ἀτομικὴν θεωρίαν μὲ ὡρισμένας τροποποιήσεις. Κατὰ τὸν Λεύκιππον καὶ τὸν Δημόκριτον τὰ ἀπειροελάχιστα ὑλικὰ ἄτομα ἔχουν παντοῖα σχήματα.

Ὁ Πλάτων δέχεται ὅτι τὰ ἀπειροελάχιστα τεμάχια τῆς ὕλης ἔχουν τριγωνικὸν σχῆμα, διότι ὁ θεῖος δημιουργὸς εἶναι ἀδύνατον νὰ ἀφήσῃ αὐτὰ χωρὶς μορφήν. Ὑπάρχουν πολλὰ εἴδη τριγώνων, ὁ θεὸς ἐξέλεξε τὸ κάλλιστον διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἐξ αὐτοῦ τὰ διάφορα πράγματα τοῦ κόσμου. Καὶ εἶναι κάλλιστον τρίγωνον ἐκεῖνο τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ ὑποτείνουσα εἶναι διπλασία τῆς μικροτέρας καθέτου. Μὲ ἓξ τοιαῦτα τρίγωνα ἀπαρτίζεται τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον. Μὲ τέσσαρα ἰσόπλευρα τρίγωνα κατασκευάζεται τὸ τετράεδρον, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸ πῦρ, μὲ ὀκτὼ κατασκευάζεται τὸ ὀκτάεδρον, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸν ἀέρα, μὲ εἴκοσι κατασκευάζεται τὸ εἰκοσάεδρον, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸ ὕδωρ. Ἑκάστη ἕδρα ὅμως τοῦ κύβου, ὅστις παριστᾷ τὴν γῆν (δηλ. τὸ χῶμα), ἀποτελεῖται ἀπὸ τέσσαρα ἰσοσκελῆ ὀρθογώνια τρίγωνα ἔχοντα τὰς ὀρθὰς γωνίας εἰς τὴν τομὴν τῶν διαγωνίων ἑκάστης ἕδρας. Ἰδοὺ πάλιν μὲ τὰ τέσσαρα κανονικὰ πολύεδρα ἡ τετρακτὺς τῶν Πυθαγορείων. Ὑπάρχει ὅμως καὶ πέμπτον κανονικὸν πολύεδρον, τὸ δωδεκάεδρον, τοῦ ὁποίου ἑκάστη ἕδρα εἶναι κανονικὸν πεντάγωνον. Καὶ αὐτὸ ὅμως διὰ τῶν διαγωνίων καὶ τῶν διαμέσων τῶν σχηματιζομένων εἰς αὐτὸ τριγώνων, φαίνεται φανερὰ ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ διάφορα ὀρθογώνια τρίγωνα.

Ἡ ἐκτίμησις τὴν ὁποίαν ἔχει ὁ Πλάτων διὰ τὴν γεωμετρίαν, ὡς μέσου τὸ μὲν πολιτιστικοῦ τὸ δὲ βοηθητικοῦ πρὸς ἐνατένισιν τοῦ θείου φαίνεται καὶ ἀπὸ ἓν ἀνέκδοτον περιστατικόν, τὸ ὁποῖον δημοσιεύει ὁ Κικέρων εἰς τὴν Πολιτείαν του. Ὁ Πλάτων ταξιδεύων διὰ πλοίου ἐναυάγησεν. Ἡ θύελλα ἔφερε τοὺς ναυαγοὺς εἰς τὸν αἰγιαλὸν ἀγνώστου καὶ ἐρήμου χώρας. Οἱ συνταξιδιῶται ἔτρεμον ἐκ φόβου νομίζοντες ὅτι εὑρίσκονται εἰς χώραν ἀγρίων ἀνθρώπων. Ὁ Πλάτων παρατηρήσας γεωμετρικὰ σχήματα εἰς τὴν ἀμμουδιὰν καθησύχασε τοὺς συνταξιδιώτας εἰπὼν εἰς αὐτούς : μὴ ἀνησυχῆτε, ἐδῶ κατοικοῦν πολιτισμένοι ἄνθρωποι, τοῦτο φαίνεται ἀπὸ τὰ γεωμετρικὰ σχήματα, τὰ ὁποῖα εἶναι σχεδιασμένα εἰς τὴν ἄμμον. (De republica I, 17, 29). (Σημ. : Ὁ Βιτρούβιος ἀποδίδει τὸ ἀνέκδοτον αὐτὸ εἰς τὸν Ἀρίστιππον).

ΑΡΧΥΤΑΣ Ο ΤΑΡΑΝΤΙΝΟΣ

Πρὸς τὸ βόρειον μέρος τοῦ μεγάλου κόλπου τοῦ Τάραντος τῆς Ἰταλίας, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀλίμενος κατὰ τὸν Στράβωνα, ὑπάρχει θαυμάσιος λιμὴν μέγιστος καὶ κάλλιστος, κλειόμενος διὰ γεφύρας μεγάλης, ἔχων περίμετρον ἑκατὸν σταδίων (1650 μέτρων περίπου). Εἰς παρακειμένην χερσόνησον εἶχε κτισθῆ ὑπὸ τοῦ βασιλέως τῆς Κρήτης Μίνωος (1500 π.Χ. περίπου) πόλις, εἰς τὴν ὁποίαν εἶχε δοθῆ ἔκ τινος ἥρωος, τὸ ὄνομα Τάρας. Μετὰ τὸν πρῶτον Μεσσηνιακὸν πόλεμον οἱ Σπαρτιᾶται ἀπῴκισαν ἐκ νέου τὴν πόλιν ἀποστείλαντες ἐκεῖ ὡς ἀποίκους τοὺς καλουμένους Παρθενίας ὑπὸ τὴν ἀρχηγίαν τοῦ Φαλάνθου. Παρθενίαι ἐκαλοῦντο οἱ Σπαρτιᾶται οἱ γεννηθέντες κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ α΄ Μεσσηνιακοῦ πολέμου (743 — 724 π.Χ.) οὐχὶ ἐκ νομίμων γάμων, τῇ ἀδείᾳ ὅμως τῆς Πολιτείας (Στράβων, ΥΙ κ. ἑ.). Εἰς τὸν Τάραντα οἱ Σπαρτιᾶται εὗρον καλὴν ὑποδοχὴν ὑπὸ τῶν ἐκεῖ ὑπολειπομένων Κρητῶν καὶ τινων παλαιῶν ἐντοπίων. Φαίνεται ὅτι ὁ Τάρας εἶχεν ὑποστῆ ἕως τότε πολλὰς ἐπιδρομάς. Οἱ Σπαρτιᾶται ἐδημιούργησαν μίαν νέαν θαυμασίαν πόλιν. Ὁ Τάρας δὲν ἐβράδυνε νὰ διακριθῇ μεταξὺ τῶν ἑλληνικῶν πόλεων τῆς Μεγάλης Ἑλλάδος τόσον ἀπὸ οἰκονομικῆς - ἐμπορικῆς ἐπόψεως, ὅσον καὶ ἀπὸ πολιτικῆς - ἐπιστημονικῆς. Εἰς τὴν ἀνθοῦσαν αὐτὴν πόλιν τοῦ Τάραντος ἐγεννήθη ὁ Ἀρχύτας, ὁ περίφημος κατὰ τὴν ἀρχαιότητα μαθηματικός, μηχανικός, φιλόσοφος,πολιτικὸς καὶ στρατηγός. Ὁ χρόνος τῆς γεννήσεως καὶ τοῦ θανάτου τοῦ μεγάλου τούτου Ἕλληνος δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστός. Ἀπὸ Ὠδὴν τοῦ Ὁρατίου φαίνεται ὅτι ἐπνίγη εἰς τὴν Ἀδριατικὴν καὶ ἐτάφη εἰς τὸ ἐπὶ τῆς Ἀδριατικῆς θαλάσσης ἀκρωτήριον Ματίνουμ τῆς Ἀπουλίας. Ὁ πατήρ του ὠνομάζετο Μνησαγόρας ἢ Ἑστιαῖος. Ἐκ τῆς φιλίας καὶ τῆς ἐπικοινωνίας τὴν ὁποίαν εἶχε μὲ τὸν Πλάτωνα ὁ χρόνος τῆς ἀκμῆς του τοποθετεῖται περὶ τὸ 380 π.Χ. Μεταβαίνων εἰς τὰς Συρακούσας ὁ Πλάτων, εἰς τὴν Αὐλὴν τοῦ ἰσχυροτάτου τυράννου Διονυσίου τοῦ πρεσβυτέρου, διῆλθεν ἀπὸ τὸν Τάραντα. Ἐκεῖ ἐγνωρίσθη μὲ τὸν Ἀρχύταν, ὁ ὁποῖος, ἐκτὸς τοῦ ὅτι ἦτο ὁ Ἄρχων τοῦ Τάραντος, ἦτο καὶ διευθυντὴς τοῦ παραρτήματος τῆς Πυθαγορείου Σχολῆς τοῦ Κρότωνος. Ἡ φιλία μὲ τὸν Ἀρχύταν ὡδήγησε τὸν Πλάτωνα εἰς τὴν γνῶσιν τῶν μαθηματικῶν καὶ τῆς φιλοσοφίας τῶν Πυθαγορείων, ἅτινα ἔσχον τοιαύτην ἐπίδρασιν κατὰ τὴν συγγραφὴν τῶν πλατωνικῶν διαλόγων, ὥστε ὁ Πλάτων νὰ χαρακτηρίζεται ὑπὸ πολλῶν ὡς Πυθαγόρειος, ὑπὸ ἄλλων δὲ νὰ λέγεται ὅτι πυθαγορίζει.

Χάρις εἰς τὴν φιλίαν μὲ τὸν Ἀρχύταν ὁ Πλάτων κατώρθωσε νὰ σωθῇ ὅτε κατὰ τὸ τρίτον ταξίδιον εἰς τὰς Συρακούσας ἐκινδύνευσε νὰ θανατωθῇ ὑπὸ τοῦ τυράννου Διονυσίου τοῦ Β΄. Μόλις ἀντελήφθη τὴν πρόθεσιν τοῦ τυράννου ὁ Πλάτων εἰδοποίησε περὶ τούτου κρυφίως τὸν Ἀρχύταν, ὁ ὁποῖος ἀμέσως ἀπέστειλεν εἰς τὰς Συρακούσας τριακοντακόντορον πολεμικὸν πλοῖον (θωρηκτὸν τῆς ἐποχῆς μὲ 30 κουπιὰ) καὶ ἐζήτησε νὰ παραλάβῃ τὸν Πλάτωνα. Ὁ Διονύσιος ποιούμενος τὴν ἀνάγκην φιλοτιμίαν παρέδωσε τὸν Πλάτωνα ἐφοδιάσας αὐτὸν καὶ μὲ πολλὰς τροφάς. Τὸ περιστατικὸν αὐτὸ τῆς σωτηρίας τοῦ Πλάτωνος κατέστησε τὸν Ἀρχύταν γνωστὸν πλέον εἰς τὸ Πανελλήνιον καὶ ἔδωσε τὴν ἀφορμὴν εἰς τὸν Δημοσθένη νὰ γράψῃ εἰς τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Ἐρωτικὸς πραγματείαν του ὅτι ὅλοι διαφυλάττουν τὴν μνήμην τοῦ Ἀρχύτα, ὅστις τόσον καλῶς καὶ φιλανθρώπως διῴκησε τὴν πόλιν τῶν Ταραντίνων τῆς ὁποίας ἔγινε Ἄρχων· ὁ ὁποῖος ἐνῷ κατ᾿ ἀρχὰς ἦτο καταφρονούμενος ἔλαβεν ἐκ τῆς φιλίας μὲ τὸν Πλάτωνα μεγάλην φήμην. (Ἀρχύταν τὴν Ταραντίνων πόλιν οὕτω καλῶς καὶ φιλανθρώπως διοικήσαντα καὶ κύριον αὐτῆς καταστάντα, ὥστ᾿ εἰς ἅπαντας τὴν ἐκείνου μνήμην διενεγκεῖν· ὃς ἐν ἀρχῇ καταφρονούμενος ἐκ τοῦ Πλάτωνι πλησιάσαι τοσαύτην ἔλαβεν ἐπίδοσιν) (Ἐρωτ. 61 § 46).

Κατὰ τὸν νόμον τῶν Ταραντίνων ἡ θητεία τῶν ἐκλεγομένων στρατηγῶν ἦτο ἐνιαυσία. Δὲν ἐπετρέπετο δὲ ἐπανεκλογή. Ἐξαίρεσις τοῦ νόμου ἔγινε διὰ τὸν Ἀρχύταν, ὁ ὁποῖος ἐξελέγη στρατηγὸς ἐν συνεχείᾳ ἑπτὰ φοράς. Ὅτι ὁ Ἀρχύτας ἦτο σπουδαῖος φιλόσοφος καὶ ἐπιστήμων τῆς ἐποχῆς του συμπεραίνεται καὶ ἐκ τοῦ ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης ἔγραψε εἰδικὴν πραγματείαν εἰς τρία βιβλία Περὶ τῆς Ἀρχύτου φιλοσοφίας, ἥτις δὲν ἐσώθη. Ἀλλὰ καὶ ὁ περίφημος μουσικὸς Ἀριστόξενος, μαθητὴς τοῦ Ἀριστοτέλους ἔγραψεν εἰδικὴν πραγματείαν διὰ τὸν Ἀρχύταν, ἡ ὁποία ἐπίσης δὲν ἐσώθη.

Δὲν εἶναι γνωστὸν πόσα συγγράμματα εἶχε γράψει ὁ Ἀρχύτας, διότι κανένα ἐξ αὐτῶν δὲν διεσώθη ἐκτὸς ὀλίγων ἀποσπασμάτων πραγματείας του, ἡ ὁποία ἔφερε τὸν τίτλον Ἁρμονικός. Μεταξὺ τῶν ἀπολεσθέντων ἔργων του φέρονται τὰ ὑπὸ τοὺς τίτλους : Διατριβαί, Περὶ τῆς δεκάδος, Περὶ αὐλῶν, Περὶ μηχανῆς, Περὶ γεωργίας. Πολλὰ ἄλλα ἔργα ἀποδιδόμενα εἰς τὸν Ἀρχύταν δὲν θεωροῦνται γνήσια. Ἡ φήμη του ὅμως ὡς μαθηματικοῦ καὶ μουσικοῦ εἶχε φθάσει εἰς ὅλον τὸν πολιτισμένον κόσμον τῆς ἀρχαιότητος. Ἐν πρώτοις, ὁ σχολιαστὴς ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους Εὐτόκιος, μᾶς διέσωσε μίαν λύσιν τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου (δηλίου προβλήματος) ὑπὸ τοῦ Ἀρχύτα, ἡ ὁποία θεωρεῖται περίφημος καὶ ἀναβιβάζει τὸν Ἀρχύταν εἰς τὴν χορείαν τῶν μεγάλων μαθηματικῶν οὐ μόνον τῆς ἀρχαιότητος, ἀλλὰ καὶ τῆς ἀνθρωπότητος ὁλοκλήρου. Ὁ ἴδιος ὁ Ἐρατοσθένης, εἰς τὴν ἀφιέρωσίν του πρὸς τὸν βασιλέα Πτολεμαῖον, εἰς τὸν ὁποῖον συνυποβάλει τὴν ἰδικήν του λύσιν τοῦ προβλήματος, ἀποκαλεῖ τὴν λύσιν τοῦ Ἀρχύτου ὡς δυσμήχανον, δηλαδὴ δυσεπινόητον, γράφων τὰ ἑξῆς :

μηδὲ σύ γ' Ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων
μηδὲ Μεναιχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
διζήσῃ μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο
καμπύλων ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.

(Μηδὲ νὰ ζητῇς νὰ ἐπιτύχῃς τοῦτο μὲ τὰ δυσμήχανα ἔργα τῶν κυλίνδρων τοῦ Ἀρχύτου, μηδὲ νὰ θέλῃς νὰ τὸ εὕρῃς μὲ τὰς κωνικὰς τομὰς τοῦ Μεναίχμου, μηδὲ ἐὰν λύεται τοῦτο μὲ τὰς καμπύλας γραμμὰς τοῦ θεοειδοῦς Εὐδόξου).

Δὲν εἶναι γνωστόν, ἐὰν μετὰ τὸν Πυθαγόραν ἔγιναν μαθηματικαὶ ἔρευναι εἰς τὴν θεωρίαν τῆς μουσικῆς. Ἐὰν κρίνωμεν ὅμως ἀπὸ τὰ ὀλίγα διασωθέντα ἀποσπάσματα τῶν μουσικῶν πραγματειῶν τοῦ Ἀρχύτα, δυνάμεθα μετὰ μεγάλης πιθανότητος νὰ συμπεράνωμεν ὅτι ἡ συμβολὴ τοῦ Ἀρχύτα εἰς τὴν μαθηματικὴν θεωρίαν τῆς μουσικῆς ἦτο ἀποφασιστικῆς σημασίας. Παραθέτομεν ὀλίγον μέρος ἑνὸς ἀποσπάσματος τὸ ὁποῖον ἀνήκει εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν τοῦ συγγράμματος ὑπὸ τὸν τίτλον Ἁρμονικός :

«Μοῦ φαίνεται ὅτι οἱ μαθηματικοὶ ἔχουν ἐπιτύχει σπουδαίας γνώσεις καὶ νομίζω ὅτι δὲν εἶναι παράξενον ὅτι σκέπτονται ὀρθῶς διὰ τὰ διάφορα πράγματα. Διότι, ἐπειδὴ αὐτοὶ ἔχουν διαγνώσει καλῶς τὰ τῆς φύσεως τοῦ σύμπαντος θὰ πρέπει νὰ ἔχουν ἀποκομίσει καλὴν γνῶσιν καὶ διὰ τὰ καθ' ἕκαστα πράγματα. Μᾶς ἔχουν ἤδη δώσει σαφῆ διάγνωσιν διὰ τὰς ταχύτητας τῶν ἄστρων καὶ διὰ τὴν ἀνατολὴν καὶ τὴν δύσιν αὐτῶν, ὡς καὶ περὶ τῆς γεωμετρίας καὶ τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν καὶ τῆς σφαιρικῆς καὶ ὄχι ὀλιγώτερον περὶ τῆς μουσικῆς. Ἐπειδὴ αὐταὶ αἱ ἐπιστῆμαι φαίνεται ὅτι εἶναι ἀδελφαί. Διότι αὗται ἀπασχολοῦνται μὲ τὰ δύο πρώτιστα εἴδη τοῦ ὄντος (δηλαδὴ μέγεθος αὐτοῦ καὶ ἀριθμόν). Διότι κατὰ πρῶτον ἐσκέφθησαν ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προκληθῇ ψόφος ἄνευ συγκρούσεως σωμάτων τινῶν. Ἡ σύγκρουσις ὅμως γίνεται τότε, ὅταν τὰ ἐν κινήσει εὑρισκόμενα σώματα συναντῶνται· ἐκεῖνα ὅμως τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα κινοῦνται εἰς ἀντιθέτους διευθύνσεις καὶ συναντῶνται, προκαλοῦν τὸν ἦχον, ἐνῷ ἐμποδίζονται ἤδη εἰς τὴν κίνησιν. Ἐκεῖνα ὅμως τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα κινοῦνται εἰς τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλὰ μὲ ἀνίσους ταχύτητας προκαλοῦν καὶ αὐτὰ ἦχον, ὅταν τὰ ταχύτερον κινούμενα προφθάσουν νὰ ἐπιπέσουν εἰς τὰ βραδύτερον κινούμενα. Πολλοὺς ἀπὸ αὐτοὺς τοὺς ἤχους δὲν τοὺς ἀντιλαμβανόμεθα, τὸ μὲν διότι ἡ σύγκρουσις δὲν εἶναι ἰσχυρά, τὸ δὲ διότι αὕτη λαμβάνει χώραν πολὺ μακρυὰ ἀπὸ ἡμᾶς ἢ ἀκόχη ἂν ἡ σύγκρουσις εἶναι πάρα πολὺ ἰσχυρά. Διότι οἱ ἰσχυρότατοι ἦχοι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἰσδύσουν εἰς τὸ ἀφτί μας, ὅπως τοῦτο ἀκριβῶς συμβαίνει εἰς τὰ στενόστομα δοχεῖα, ὅταν ἀποπειρώμεθα νὰ ρίψωμεν εἰς αὐτὰ μεγάλας ποσότητας ὑγροῦ ταχέως. Ἀπὸ ἐκείνους τοὺς ἤχους, οἱ ὁποῖοι φθάνουν εἰς τὸ ἀφτί μας, ὅσοι μὲν προέρχονται ἀπὸ ἰσχυρὰ κτυπήματα φαίνονται ὀξεῖς, ὅσοι δὲ ἀπὸ ἐλαφρὰ φαίνονται βαρεῖς. Διότι ἂν κανεὶς λάβῃ μίαν ράβδον καὶ τὴν κινῇ νωθρῶς καὶ ἀσθενῶς θὰ προκαλέσῃ ψόφον βαρύν· ἂν ὅμως κινῇ αὐτὴν ταχέως θὰ προκαλέσῃ ψόφον ὀξύν. Τὴν βαρύτητα καὶ ὀξύτητα τοῦ ἤχου δὲν τὴν διακρίνομεν μόνον ἀπὸ τὸ παράδειγμα αὐτό, ἀλλὰ καὶ ὅταν ὁμιλῶμεν ἢ ὅταν τραγουδῶμεν, ὁπότε διὰ τὴν παραγωγὴν ὀξέος ἤχου πρέπει νὰ ἀναπνεύσωμεν βαθειὰ καὶ νὰ ἐκβάλωμεν μὲ ὁρμὴν τὸν ἀέρα... ὥστε εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ ταχεῖα κίνησις προκαλεῖ ὀξὺν ἦχον, ἐνῷ ἀντιθέτως ἡ βραδεῖα προκαλεῖ βαρύν».

Ὁ Κλαύδιος Πτολεμαῖος διέσωσεν εἰς τὴν πραγματείαν του Ἁρμονικὰ μερικὰ στοιχεῖα ἐκ μουσικοῦ συγγράμματος τοῦ Ἀρχύτα ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν γνῶσιν πῶς ὁ Ἀρχύτας διεχώριζε τὰ τρία γένη τῶν μουσικῶν συμφωνιῶν, ἰδίως εἰς τὰς διαιρέσεις τῶν τετραχόρδων. Διακρίνει λοιπὸν οὗτος, κατὰ τὸν Πτολεμαῖον, τρία γένη εἰς τὴν μουσικήν: τὸ ἐναρμόνιον, τὸ χρωματικὸν καὶ τὸ διατονικόν. Καὶ εἰς τὰ τρία αὐτὰ γένη πρόκειται περὶ τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ φθόγγου τὰ συχνότητος 4) 3, ὅστις κατὰ τὸν Ἀρχύταν σχηματίζεται ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τριῶν διαφόρων δι᾽ ἕκαστον γένος συχνοτήτων. Κατὰ ταῦτα διὰ τὸ ἐναρμόνιον γένος ἔχομεν:

$$\mathrm{Fa} = \frac{4}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{28}{27}$$

Διὰ τὸ χρωματικὸν γένος ἔχομεν:

$$\mathrm{Fa} = \frac{4}{3} = \frac{32}{27} \cdot \frac{243}{224} \cdot \frac{28}{27}$$

καὶ διὰ τὸ διατονικὸν λεγόμενον γένος ἔχομεν:

$$\mathrm{Fa} = \frac{4}{3} = \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{28}{27}$$

Καὶ μόνη ἡ προηγουμένη διάκρισις τῶν τριῶν μουσικῶν γενῶν παρουσιάζει ὅτι ὁ Ἀρχύτας ἦτο ὁμολογουμένως μαθηματικὴ μεγαλοφυΐα. Ὁ Ἀρχύτας ὅμως δὲν ἦτο μόνον τύπος θεωρητικοῦ μαθηματικοῦ. Συνεδύαζε ἄριστα τὴν θεωρίαν μὲ τὰς ἐφαρμογάς, ἦτο ἑπομένως καὶ ἄριστος μηχανικός. Ὁ Ἀριστοτέλης ἀναφέρει ὅτι εἶχε κατασκευάσει αὐτόματον μηχάνημα (παιγνίδι) τὸ ὁποῖον προεκάλει κρότον καὶ ἔπαιζαν τὰ παιδιά. Ἄλλως τὰ παιδιὰ θὰ τὰ ἔσπαζαν ὅλα εἰς τὰ σπίτια, διότι τὰ παιδιὰ δὲν ἔχουν ἡσυχίαν. (Καὶ τὴν Ἀρχύτου πλαταγὴν οἴεσθαι γενέσθαι καλῶς, ἣν διδόασι τοῖς παιδίοις ὅπως χρώμενοι ταύτῃ μηδὲν καταγνόωσι τῶν κατὰ τὴν οἰκίαν· οὐ γὰρ δύναται τὸ νέον ἡσυχάζειν. (Πολ. 1340 b 26).

Τὸ καταπληκτικώτερον εἶναι ὅτι ὁ Ἀρχύτας εἶναι ὁ κατασκευαστὴς τοῦ πρώτου ἀεροπλάνου, σώματος δηλαδὴ ἱπταμένου ὄχι ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς τῆς ἀνώσεως (τοῦ Ἀρχιμήδους), ἀλλὰ ἐπὶ τῇ βάσει ὠστικῆς δυνάμεως. Εἶχε κατασκευάσει περιστερὰν ξυλίνην, ἡ ὁποία ἵπτατο. Ὅταν ὅμως ἡ περιστερὰ προσεγειοῦτο δὲν ἐσηκώνετο πλέον ἐκ τοῦ ἐδάφους! Ἡ ἄνωσις τῆς περιστερᾶς εἰς τὸν ἀέρα ἐγίνετο δι' ἐλατηρίου, ἡ δὲ κίνησις αὐτῆς διὰ πεπιεσμένου ἀέρος (Gellius 10.12.6). Ὁ Gellius παραθέτει καὶ τὴν κάτωθι φράσιν τοῦ Φαβωρίνου, ἡ ὁποία δὲν σώζεται ὁλόκληρος: Ἀρχύτας Ταραντῖνος τὰ ἄλλα καὶ μηχανικὸς ὢν ἐποίησεν περιστερὰν ξυλίνην πετομένην, ἣ ὁπότε καθίσειεν οὐκέτι ἀνίστατο.

ΕΥΔΟΞΟΣ Ο ΚΝΙΔΙΟΣ

Οἱ σημερινοὶ Ἕλληνες, πληροφοροῦνται ὅτι κατὰ τὴν ἀρχαίαν ἐποχὴν ὑπῆρχεν εἰς τὴν Καρίαν τῆς Μικρᾶς Ἀσίας, ἀπέναντι τῆς νήσου Κῶ, πόλις ὑπὸ τὸ ὄνομα Κνίδος, ὅταν ἐπισκέπτωνται τὸ Μουσεῖον τῶν Δελφῶν. Εἰς αὐτὸ σώζονται μερικὰ ὑπολείμματα τοῦ περιφήμου θησαυροῦ τῶν Κνιδίων. Ἡ Κνίδος παραθαλασσία πόλις κειμένη εἰς τὸ ἄκρον τῆς ἐπιμήκους Κνιδίας χερσονήσου, ἔγινε θαυμαστὴ καὶ περίφημος κατὰ τὴν ἀρχαιότητα, διότι ἐκεῖ ἐγεννήθη ὁ Εὔδοξος. Ἡ διάνοια τούτου ἐξέπληξε τὸν ἀρχαῖον κόσμον, ἐξακολουθεῖ δὲ καὶ σήμερον νὰ προκαλῇ τὸν θαυμασμόν.

Ὁ Εὔδοξος, υἱὸς τοῦ Αἰσχίνου, ἐγεννήθη περὶ τὸ 408 π.Χ. καὶ ἀπέθανεν εἰς τὴν γενέτειράν του περὶ τὸ 355 π.Χ. τιμώμενος μεγάλως ὑπὸ τῶν συμπολιτῶν του. Ἀπὸ μικρᾶς ἡλικίας εἶχε διαλάμψει ἡ μεγαλοφυΐα του. Ἡ οἰκογένειά του ἦτο πτωχὴ καὶ δὲν διέθετε τὰ μέσα ὅπως ὁ Εὔδοξος ἀκολουθήσῃ εὐρυτέρας σπουδὰς εἰς τὰ μεγάλα ἐπιστημονικὰ κέντρα τῆς τότε ἐποχῆς. Ὡς πρῶτον ἐπιστημονικὸν ταξίδιον μνημονεύει ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος (VIII, 86) τὴν παρακολούθησιν μαθημάτων εἰς τὴν Κάτω Ἰταλίαν πλησίον τοῦ Ἀρχύτα τοῦ Ταραντίνου καὶ εἰς τὴν Σικελίαν πλησίον τοῦ ἰατροῦ Φιλιστίωνος. Εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ Ἀρχύτα ὁ Εὔδοξος παρηκολούθησε Μαθηματικά, Ἀστρονομίαν, Μηχανικὴν καὶ Θεωρητικὴν Μουσικήν, ἐνῷ εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ Φιλιστίωνος ἐσπούδασεν Ἰατρικήν.

Δὲν εἶναι γνωστὸν πόσον χρόνον ἐσπούδασεν εἰς τὴν Μεγάλην Ἑλλάδα. Ὑπολογίζεται ὅμως ὅτι θὰ διέμεινεν ἐκεῖ μερικὰ ἔτη. Τὰ ἔξοδα τῶν σπουδῶν αὐτῶν φαίνεται ὅτι τὰ εἶχον ἀναλάβει θαυμασταί του εὔποροι Κνίδιοι.

Τὸ δεύτερον ταξίδιον ἔγινεν εἰς τὰς Ἀθήνας ὅταν ὁ Εὔδοξος ἦτο 23 ἐτῶν, δαπάναις τοῦ Κνιδίου ἰατροῦ Θεομέδοντος, ὁ ὁποῖος καὶ τὸν συνώδευσε. Τὰ διατιθέμενα ὅμως διὰ τὸν Εὔδοξον χρήματα δὲν ἦσαν πολλά, ἂν κρίνωμεν ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι ἠναγκάσθη νὰ κοιμᾶται εἰς τὸν Πειραιᾶ καὶ κάθε πρωῒ ν' ἀνεβαίνῃ πεζῇ εἰς τὰς Ἀθήνας καὶ τὸ βράδυ νὰ ἐπιστρέφῃ πεζῇ εἰς τὸν Πειραιᾶ. Εἰς τὰς Ἀθήνας παρηκολούθησε μαθήματα μόνον δύο μῆνας εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος, ἡ ὁποία εἶχεν ἱδρυθῆ 2—3 ἔτη πρὸ τῆς ἀφίξεως τοῦ Εὐδόξου.

Ἀκολούθως ἐπέστρεψεν εἰς τὴν Κνίδον, ὅπου οἱ θαυμασταί του, ἀφοῦ συνεκέντρωσαν ἀρκετὰ χρήματα τὸν ἀπέστειλαν εἰς τὴν Αἴγυπτον, συνοδευόμενον ὑπὸ τοῦ ἰατροῦ Χρυσίππου, ἀφοῦ τὸν ἐφωδίασαν μὲ συστατικὰ γράμματα τοῦ Ἀγησιλάου πρὸς τὸν Φαραὼ τῆς Αἰγύπτου Νεκτάναβιν (ἢ Νεκταναβῶ). Εἰς τὴν Αἴγυπτον παρέμεινε πλησίον τῶν Ἱερέων, οἱ ὁποῖοι ἀπετέλουν τὸ ἐπιστημονικὸν σῶμα τῆς χώρας, ἐπὶ 16 μῆνας. Παρὰ τὴν πόλιν Κερκέσουραν (βορείως τῆς Μέμφιδος) οἱ Ἱερεῖς εἶχον ἱδρύσει Ἀστεροσκοπεῖον διὰ νὰ κάμῃ ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις ὁ Εὔδοξος. Τὰ ἐρείπια τοῦ Ἀστεροσκοπείου αὐτοῦ ἐσώζοντο ἐπὶ τῶν ἡμερῶν τοῦ αὐτοκράτορος Αὐγούστου, ὡς πληροφορούμεθα παρὰ τοῦ Στράβωνος (XVII 806).

Ὅταν ἐπέστρεψεν εἰς τὴν Ἑλλάδα ἐγκατεστάθη εἰς τὴν Κύζικον τῆς Προποντίδος, ὅπου ἤνοιξε Σχολήν, εἰς τὴν ὁποίαν ἐνεγράφησαν πολλοὶ μαθηταί. Μετὰ πάροδον ὀλίγων ἐτῶν ἦλθεν εἰς τὰς Ἀθήνας, ὅπου ἵδρυσε νέαν Σχολήν, μὲ πλῆθος μαθητῶν. Ὁ Πλάτων ὅμως τὸν ἔπεισε νὰ διαλύσῃ τὴν Σχολήν του καὶ νὰ ἀναλάβῃ τὴν διεύθυνσιν τοῦ τμήματος τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν τῆς Ἀκαδημίας.

Καθηγητὴς ὢν τῆς πλατωνικῆς Ἀκαδημίας ὁ Εὔδοξος ἐπεδόθη ἀνέτως πλέον εἰς τὰς ἐπιστημονικάς του ἐρεύνας. Ἀνεκάλυψε πολλὰ νέα θεωρήματα τῆς γεωμετρίας, μεταξὺ τῶν ὁποίων καὶ τοιαῦτα ἔχοντα σχέσιν πρὸς τὴν χρυσῆν τομήν, τὴν ὁποίαν τὸ πρῶτον ἐσπούδασαν οἱ Πυθαγόρειοι. Σπουδαιοτάτη μαθηματικὴ ἀνακάλυψις τοῦ Εὐδόξου θεωρεῖται ὁ ὁρισμός, τὸν ὁποῖον ἔδωκε διὰ τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη, ἢ ὅπως λέγομεν σήμερον διὰ τοὺς ἀσυμμέτρους ἀριθμούς.

Ὁ Ἀρχιμήδης πληροφορεῖ ἡμᾶς περὶ θαυμαστῶν γεωμετρικῶν ἀνακαλύψεων τοῦ Εὐδόξου. Εἰς ἐπιστολήν του πρὸς τὸν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ μαθηματικὸν Δοσίθεον λέγει ὁ Ἀρχιμήδης, ὅτι ἀπέδειξε μεταξὺ ἄλλων καὶ τὸ θεώρημα ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἰσοῦται μὲ τέσσαρας μεγίστους κύκλους τῆς σφαίρας καὶ ὅτι αἱ ἀποδείξεις τῶν θεωρημάτων του δὲν εἶναι κατώτεραι τῶν ἀποδείξεων τοῦ Εὐδόξου, αἱ ὁποῖαι θεωροῦνται σπουδαῖαι. Διότι ὁ Εὔδοξος ἀπέδειξεν ὅτι πᾶσα πυραμὶς εἶναι τὸ τρίτον μέρος πρίσματος ἔχοντος τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος πρὸς τὴν πυραμίδα, καὶ ὅτι πᾶς κῶνος εἶναι τὸ τρίτον μέρος τοῦ κυλίνδρου τοῦ ἔχοντος τὴν αὐτὴν βάσιν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος πρὸς τὸν κῶνον. Ἐνῷ δὲ αἱ ἰδιότητες αὐταὶ προϋπῆρχον φυσικῶς εἰς τὰ σχήματα αὐτά, κανεὶς ἐκ τῶν πρὸ τοῦ Εὐδόξου ἀξίων λόγου γεωμετρῶν δὲν τὰ ἀντελήφθη. (Καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ' ὑφ' ἑνὸς κατανοηθῆναι).

Πρέπει νὰ σημειωθῇ ἐδῶ ὅτι ἡ νέα ἀποδεικτικὴ μέθοδος, τὴν ὁποίαν εἰσήγαγεν ὁ Εὔδοξος καὶ κατόπιν ἐπεξέτεινε πολὺ ὁ Ἀρχιμήδης, εἶναι ἡ μέθοδος τῆς διαφορίσεως καὶ ὁλοκληρώσεως τῶν νεωτέρων, τὴν ὁποίαν ἐδέχθησαν οὗτοι νὰ ὀνομάσουν μέθοδον ἐξαντλήσεως. Ὁ Εὔδοξος καὶ ὁ Ἀρχιμήδης δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ ἐπιχειρήσουν ἀποδείξεις θεωρημάτων θεωροῦντες τὸ ἄπειρον ὡς κάτι τὸ συγκεκριμένον. Τὰ τελικὰ ἀποτελέσματα τῶν συναφῶν ἀποδείξεων τὰ ἐλάμβανον διὰ τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς.

Ὁ Εὔδοξος εἶχε γράψει πολλὰ ἔργα, ἐκ τῶν ὁποίων τίποτε δὲν διεσώθη. Ἀνώνυμος Βυζαντινὸς σχολιαστὴς λέγει ὅτι τὸ πέμπτον βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἀνήκει ὁλόκληρον εἰς τὸν Εὔδοξον, ὡς ἐπίσης θεωρήματα ἔχοντα σχέσιν πρὸς τὰς τομὰς καὶ τὴν στερεομετρίαν, εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Ὁ Πρόκλος, σχολιαστὴς τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Στοιχείων, γράφει τὰ ἑξῆς διὰ τὸν Εὔδοξον: Ὁ Εὔδοξος δὲ ὁ Κνίδιος, ὀλίγον μὲν νεώτερος τοῦ Λέοντος, ἑταῖρος δὲ τῶν περὶ τὸν Πλάτωνα γενόμενος, πρῶτος ηὔξησε τὸ πλῆθος τῶν γενικῶν θεωρημάτων καὶ εἰς τὰς τρεῖς ὑπαρχούσας ἀναλογίας προσέθηκεν ἄλλας τρεῖς καὶ τὰ θεωρήματα τῆς τομῆς τὰ λαβόντα τὴν ἀρχὴν παρὰ τοῦ Πλάτωνος τὰ ηὔξησε χρησιμοποιήσας διὰ τὰς ἀποδείξεις των καὶ τὴν μέθοδον τῆς ἀναλύσεως. (Πρόκλου εἰς Εὐκλείδου α΄, ἐκδ. Friedlein σελ. 67).

***

Ὁ Εὔδοξος ἔλυσε καὶ τὸ δήλιον πρόβλημα χρησιμοποιήσας καμπύλας γραμμάς, ὡς πληροφορούμεθα παρὰ τοῦ Ἐρατοσθένους, ὅστις τὸν ἀποκαλεῖ θεοειδῆ, καὶ τοῦ σχολιαστοῦ ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους, τοῦ Εὐτοκίου. Ὁ Εὐτόκιος μὲ λύπην του ἀναφέρει ὅτι ἡ λύσις τοῦ Εὐδόξου ἐχάθη. Περίφημοι θεωροῦνται αἱ ἐργασίαι τοῦ Εὐδόξου εἰς τὴν Ἀστρονομίαν. Εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος συνεζητεῖτο τὸ πρόβλημα τῶν ἀνωμαλιῶν, αἱ ὁποῖαι φαίνονται κατὰ τὰς κινήσεις τῶν πλανητῶν Ἀφροδίτης καὶ Ἑρμοῦ. Ὁ Πλάτων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δοξασιῶν τοῦ Πυθαγόρου ἐπρέσβευεν ὅτι τὸ πᾶν εἰς τὸν κόσμον εἶναι ἁρμονία. Αἱ κινήσεις τῶν πλανητῶν καὶ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου (τῶν ἀπλανῶν) ἦσαν κινήσεις κυκλικαὶ ἰσοταχεῖς. Αἱ ἀποστάσεις δὲ τῶν πλανητῶν ἀπὸ τῆς γῆς ἦσαν σύμφωνοι πρὸς τοὺς κανόνας τῆς μουσικῆς.

Εἰς αὐτὰς τὰς θεωρίας ἀντεστρατεύοντο αἱ φαινόμεναι ἀνωμαλίαι εἰς τὰς κινήσεις τῆς Ἀφροδίτης καὶ τοῦ Ἑρμοῦ. Ὁ Εὔδοξος, εἴτε ἐξ ἰδίας πρωτοβουλίας εἴτε κατόπιν παροτρύνσεως τοῦ Πλάτωνος ἀνέλαβε νὰ ἑρμηνεύσῃ μαθηματικῶς τὰς κινήσεις τῶν οὐρανίων σωμάτων καὶ πρὸ παντὸς νὰ ἑρμηνεύσῃ τὰς παρατηρουμένας ἀνωμαλίας ἐξηγῶν αὐτὰς ὡς ἀποτέλεσμα ἁρμονικῶν νόμων, ἀνέλαβε δηλαδὴ νὰ διασώσῃ τὰ φαινόμενα μαθηματικῶς. Ἔκτοτε ἔγινε κατὰ τὴν ἀρχαιότητα περίφημος ἡ φράσις «τοῦ σῶσαι τὰ φαινόμενα».

***

Ὁ Εὔδοξος ἐπέτυχε τοῦ σκοποῦ του, ὄχι τελείως, διὰ τῆς θεωρίας τῶν ὁμοκέντρων σφαιρῶν καὶ τῆς σχηματιζομένης κατὰ τὰς κινήσεις τῶν δύο ἀνωτέρω πλανητῶν καμπύλης γραμμῆς, τῆς ἀποκληθείσης Ἱπποδέδης. Ὁ τρόπος τῆς λειτουργίας τῶν ὁμοκέντρων σφαιρῶν δὲν ἐσώθη, ἀνακατεσκευάσθη ὅμως ἐπιτυχῶς ὑπὸ τοῦ Ἰταλοῦ ἀστρονόμου Σκιαπαρέλλι (1835 - 1910). Διὰ τὸ ἀστρονομικὸν αὐτὸ ἐπίτευγμα ὁ Εὔδοξος θεωρεῖται ὑπὸ τῶν νεωτέρων ὡς ὁ θεμελιωτὴς τῆς θεωρητικῆς καὶ τῆς οὐρανίου Μηχανικῆς. Εἶναι ἡ πρώτη φορὰ εἰς τὴν Ἱστορίαν τῆς Ἀστρονομίας, καθ' ἣν χρησιμοποιεῖται ἡ γεωμετρία διὰ τὴν ἑρμηνείαν τῶν οὐρανίων φαινομένων.

Εἶναι ὁ πρῶτος ἀστρονόμος, ὁ ὁποῖος ἔδωκεν ὀνόματα εἰς τοὺς ἀστερισμούς, τοὺς ὁποίους περιέγραψε εἰς τὸ ἀπολεσθέν, ὑπὸ τὸν τίτλον Φαινόμενα, βιβλίον του. Τὸ βιβλίον αὐτὸ μετέτρεψεν εἰς στίχους ὁ ποιητὴς Ἄρατος (270 π.Χ.) τῇ ἐντολῇ τοῦ βασιλέως Ἀντιγόνου. Ἐκ τῶν 1154 στίχων οἱ 19 πρῶτοι εἶναι εἰσαγωγὴ τοῦ Ἀράτου, ἐνῷ τὸ περιεχόμενον τῶν ὑπολοίπων στίχων ἀνήκει εἰς τὸ ἔργον τοῦ Εὐδόξου Φαινόμενα, ὅπου περιγράφονται οἱ ἀστερισμοί. Καὶ τὸ ἰσχῦον ἐπὶ τῆς ἐποχῆς του ἡμερολόγιον εἶχε διορθώσει ὁ Εὔδοξος διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς ὀκταετηρίδος, καθ' ἣν ἕκαστον τρίτον, πέμπτον καὶ ὄγδοον ἔτος παρενεβάλλετο εἰς πλήρης μήν. Ὑπό τινων ὅμως τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Ὀκταετηρὶς ἔργον τὸ ἀποδιδόμενον εἰς τὸ Εὔδοξον, ἀπολεσθὲν ὅμως, δὲν θεωρεῖται γνήσιον.

Ἐπίσης ἐχάθη τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Γῆς περίοδος ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀπετέλει τὴν Γεωγραφίαν τῆς Οἰκουμένης Γῆς. Εἰς τὰ ἀπολεσθέντα ἔργα τοῦ Εὐδόξου ἀνήκει καὶ τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Ἀράχνη. Δὲν εἶναι γνωστὸν τὸ περιεχόμενον τοῦ ἔργου τούτου. Ἄλλοι θεωροῦν τὴν Ἀράχνην αὐτὴν ἀστρονομικὸν ὄργανον καὶ ἄλλοι χάρτην τοῦ οὐρανοῦ, ὅπου ἐσημειοῦντο οἱ ἀστερισμοί.

Ἐλάχισται πληροφορίαι ὑπάρχουν διὰ τὰς φιλοσοφικὰς δοξασίας τοῦ Εὐδόξου. Κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη ὁ Εὔδοξος ἐθεώρει ὡς ὕφιστον ἀγαθὸν τῆς ζωῆς τὴν ἡδονήν, διότι πρὸς ταύτην ἕλκονται τὰ ἔλλογα καὶ ἄλογα ὄντα. Προσθέτει δὲ ὁ Ἀριστοτέλης, ἀναιρῶν τὴν θεωρίαν αὐτήν, ὅτι οἱ λόγοι τοῦ Εὐδόξου ἐγένοντο πιστευτοὶ ὑφ' ὅλων «διότι οὗτος ἦτο διαφερόντως σώφρων». (Ἠθικὰ Νικομάχεια 1172 6 15). (Μετὰ τὰ Φυσικὰ 1101 b 27).

Εἰς τὰς Ἀθήνας ὁ Εὔδοξος ἔμεινεν ὀλίγα ἔτη, ἀκολούθως δὲ μετέβη εἰς τὴν πατρίδα του τὴν Κνίδον, ὅπου ἔτυχε μεγάλων τιμῶν. Φαίνεται ὅτι ἀνεμείχθη καὶ εἰς τὴν πολιτικήν, ἂν κρίνωμεν ἀπὸ τὰς περισωθείσας πληροφορίας ὅτι εἶχε συντάξει ἀρίστους νόμους.

***

Ἀξίζει νὰ προσθέσωμεν μίαν πληροφορίαν, τὴν ὁποίαν παρέχει ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος. Ὅταν ὁ Εὔδοξος εὑρίσκετο εἰς τὴν Αἴγυπτον πλησίον τοῦ ἱερέως Χονούφιδος τοῦ Ἡλιοπολίτου, ὁ Ἆπις αὐτοῦ (ἱερὸς βοῦς), ὅταν ὁ Εὔδοξος τὸν ἐπλησίασε, ἔλειξε (δηλ. ἔγλειψε) τὰ ροῦχα του. Οἱ παριστάμενοι ἱερεῖς ἡρμήνευσαν τὸ σημεῖον τοῦτο, ὡς σημαῖνον ὅτι ὁ Εὔδοξος θὰ γίνῃ μὲν ἔνδοξος θὰ ἔχῃ δὲ βραχὺν βίον. Καὶ πράγματι ὁ Εὔδοξος ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 53 ἐτῶν, ὠνομάζετο ὅμως καθ' ὅλην τὴν Ἑλλάδα διὰ τὴν λαμπρότητα τῆς φήμης Ἔνδοξος ἀντὶ Εὔδοξος.

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ

1. Κατὰ πληροφορίαν τοῦ Θουκυδίδου ἡ κωμόπολις Στάγιρος (ἢ Στάγιρα), κειμένη εἰς τὸ βορειοανατολικὸν μέρος τῆς Χαλκιδικῆς χερσονήσου ἀπῳκίσθη ὑπὸ τῶν Ἀνδρίων (IV 88, 2). Βραδύτερον ἐγκατεστάθησαν ἐκεῖ καὶ ἄποικοι ἐκ Χαλκίδος. Εἰς τὰ Στάγιρα ἐγεννήθη ὁ Ἀριστοτέλης (384 — 322 π.Χ.) ἐκ πατρὸς ὀνόματι Νικομάχου, ἰατροῦ τοῦ βασιλέως τῆς Μακεδονίας Ἀμύντα τοῦ β΄ καὶ μητρὸς Φαιστίδος, καταγομένης ἐκ Χαλκίδος, ὅπου εἶχε καὶ κτήματα. Ὁ Ἀμύντας ἦτο πατὴρ τοῦ βασιλέως Φιλίππου καὶ πάππος τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου.

Ὁ Ἀριστοτέλης εἶχε τὴν ἀτυχίαν νὰ χάσῃ ἐνωρὶς τὸν πατέρα του. Τὴν μέριμναν διὰ τὴν ἀνατροφήν του ἀνέλαβεν ὁ φίλος τοῦ πατρός του Πρόξενος, ὁ ὁποῖος εἶχεν ἐγκατασταθῆ εἰς τὴν νοτίως τῆς Τροίας κειμένην πόλιν Ἀταρνεύς, ἀπέναντι τῆς Λέσβου. Εἰς ἡλικίαν 17 ἐτῶν ἐνεγράφη εἰς τοὺς μαθητὰς τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, ὅπου παρέμεινεν ἐπὶ 20 ἔτη διδασκόμενος ἀλλὰ καὶ διδάσκων, Διότι κατὰ τὸ μακρὸν αὐτὸ διάστημα ὁ Ἀριστοτέλης ἐκτὸς τῆς ἀκροάσεως τοῦ Πλάτωνος, ἠσχολεῖτο μὲ ἐπιστημονικὰς ἐρεύνας ἐν συνεργασίᾳ μὲ τὸν Πλάτωνα.

Ὅταν ὁ Πλάτων ἀπέθανε κατὰ τὸ 347 π.Χ. ὁ Ἀριστοτέλης ἐγκατεστάθη μετὰ τοῦ Ξενοκράτους συμμαθητοῦ του εἰς τὴν Ἀκαδημίαν, εἰς τὴν αἰολικὴν πόλιν Ἄσσος, κειμένην ἐπὶ τῆς μικρασιατικῆς ἀκτῆς, βορείως τῆς Λέσβου. Ἡ πόλις αὐτὴ ἀνήκουσα εἰς τὴν ἐπικράτειαν τοῦ Ἑρμίου, ἥτις εἶχε πρωτεύουσαν τὸν Ἀταρνέα, εἶχε παραχωρηθῆ παρὰ τοῦ Ἑρμίου πρὸς ὑποδειγματικὴν Διοίκησιν εἰς δύο πρώην μαθητὰς τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, τὸν Ἔραστον καὶ τὸν Κορίσκον. Φαίνεται ὅτι ἐκεῖ ἐγίνοντο διοικητικὰ πειράματα πρὸς ἐφαρμογὴν τῶν πλατωνικῶν θεωριῶν περὶ διοικήσεως μιᾶς Πολιτείας. Ὁ Ἀριστοτέλης προσείλκυσε τὴν προσοχὴν καὶ τὴν συμπάθειαν τοῦ Ἑρμίου πρὸς τὸν ὁποῖον συνεδέθη διὰ στενῆς φιλίας. Ὀλίγον βραδύτερον ἐνυμφεύθη μὲ τὴν ἀνεψιὰν καὶ θετὴν κόρην τοῦ Ἑρμίου, τὴν Πυθιάδα, ἐκ τῆς ὁποίας ἀπέκτησε θυγατέρα ὀνομασθεῖσαν ἐπίσης Πυθιάδα. Ὅταν ἀργότερα ἀπέθανεν ἡ σύζυγός του ἐνυμφεύθη εἰς τὰς Ἀθήνας τὴν ἐκ Σταγίρων καταγομένην Ἑρπυλλίδα, ἐξ ἧς ἀπέκτησεν υἱόν, τὸν Νικόμαχον.

Εἰς τὴν Ἄσσον ὁ Ἀριστοτέλης παρέμεινε τρία ἔτη (448 — 345 π.Χ.) κατόπιν δὲ μετέβη εἰς τὴν Μυτιλήνην ὅπου διέμεινε ἄλλα τρί: ἔτη διδάσκων καὶ ἀσχολούμενος μὲ βιολογικὰς ἐρεύνας. Κατὰ τὸ 342 ἐκλήθη εἰς τὴν Αὐλὴν τοῦ Φιλίππου διὰ νὰ ἀναλάβῃ τὴν ἀγωγὴν τοῦ Ἀλεξάνδρου, ὅστις τότε ἦτο 13 ἐτῶν. Ὅταν μετὰ δύο ἔτη ὁ Ἀλέξανδρος ἀνεκηρύχθη διάδοχος τοῦ Θρόνου, διεκόπη ἡ συστηματικὴ διδασκαλία. Φαίνεται ὅμως ὅτι κατ' ἀραιὰ διαστήματα καὶ ἐπ' ἀρκετὸν χρονικὸν διάστημα, ὁ Ἀριστοτέλης παρεῖχε συμβουλὰς καὶ μαθήματα εἰς τὸν Ἀλέξανδρον, ὁ ὁποῖος τὸν ἐξετίμα καὶ τὸν ἠγάπα πολύ.

Κατὰ τὴν παράδοσιν ὁ Φίλιππος εἶχε κατασκάψει τὴν Ὄλυνθον καὶ τὰ Στάγιρα διότι ἀντετάχθησαν εἰς τὴν ἐφαρμογὴν τῶν πολιτικῶν του σχεδίων. Βραδύτερον ὁ Ἀλέξανδρος, βασιλεὺς ὤν, διέταξε τὴν ἐκ νέου ἀνοικοδόμησιν τῶν Σταγίρων εἰς ἔνδειξιν ἀγάπης πρὸς τὸν Ἀριστοτέλη, ὁ ὁποῖος ἠγάπα ἰδιαιτέρως τὴν γενέτειράν του.

Περὶ τὸ 335 π.Χ. ἦλθεν εἰς τὰς Ἀθήνας, ὅπου ἵδρυσεν φιλοσοφικὴν Σχολὴν κειμένην μεταξὺ τοῦ Λυκαβηττοῦ καὶ τοῦ Ἰλισσοῦ, ὀνομασθεῖσαν Λύκειον. Ἐπειδὴ δὲν ἦτο Ἀθηναῖος δὲν εἶχε τὸ δικαίωμα νὰ ἀγοράσῃ ἢ νὰ κτίσῃ οἰκοδομήματα διὰ τὴν Σχολήν του. Δι' αὐτὸ ἐνοικίασε μεγάλο καὶ πολυτελὲς συγκρότημα οἰκοδομημάτων κατὰ πᾶσαν πιθανότητα δαπάναις τοῦ Ἀλεξάνδρου. Ὡς διευθυντὴς τοῦ Λυκείου παρέμεινε 13 ἔτη, μέχρι δηλ. τοῦ θανάτου τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου ἐπισυμβάντος κατὰ τὸ 323 π.Χ. Τότε ὑπεβλήθη μήνυσις ἐναντίον του ἐπὶ ἀσεβείᾳ. Ἡ ἀσέβεια αὐτὴ ἦτο φανταστική. Οἱ Ἀθηναῖοι ἐνόμισαν ὅτι ἐν τῷ προσώπῳ τοῦ Ἀριστοτέλους ἠδύναντο νὰ ἐκδικηθοῦν διὰ τὰ πρωτεῖα καὶ τὴν κυριαρχίαν τοῦ Ἀλεξάνδρου. Ὁ Ἀριστοτέλης ἐπρόλαβε καὶ ἔφυγεν ἐξ Ἀθηνῶν καὶ ἐγκατεστάθη εἰς τὴν Χαλκίδα, ὅπου μετὰ ἓν ἔτος διαμονῆς ἀπέθανεν ἐκ νοσήματος τοῦ στομάχου εἰς ἡλικίαν 62 ἐτῶν. Τὸ σῶμα του μετεφέρθη καὶ ἐτάφη μετὰ μεγάλων τιμῶν εἰς τὴν γενέτειράν του, τὴν Στάγιρον, ἡ ὁποία καθιέρωσε πρὸς μνήμην του ἑορτὴν τελουμένην κατ' ἔτος, τὰ Ἀριστοτέλεια.

***

Ὁ Ἀριστοτέλης εἶχε γράψει πλῆθος συγγραμμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα ἐξήταζε μὲ τὸ ἐρευνητικόν του πνεῦμα ὅλα τὰ πεδία τοῦ ἐπιστητοῦ. Ἐὰν ὁ Δημόκριτος ὠνομάσθη πένταθλος διὰ τὸ πλῆθος καὶ τὴν σοβαρότητα τῶν ἐπιστημονικῶν ἐρευνῶν του, ὁ Ἀριστοτέλης θὰ ἔπρεπε νὰ ὀνομασθῇ δέκαθλος. Μόνον εἰδικὰ μαθηματικὰ συγγράμματα δὲν εἶχε γράψει, καίτοι ἦτο κάτοχος τῶν μαθηματικῶν γνώσεων τῆς ἐποχῆς του καὶ διὰ τῆς θεμελιώσεως τῆς Λογικῆς καὶ τῆς βαθείας ἀναλύσεως τῶν ἀρχῶν τῶν Μαθηματικῶν ἀνύψωσε τὴν Μαθηματικὴν Ἐπιστήμην εἰς σφαίρας ἀφθάστου τελειότητος δι' ὅλους τοὺς χρόνους καθ' οὓς θὰ ὑπάρχουν ἄνθρωποι ἐπὶ τῆς γῆς. Καὶ μόνον ἡ συμβολή του αὐτὴ τὸν θέτει εἰς τὸ πλευρὸν τοῦ Σωκράτους καὶ τοῦ Πλάτωνος, τὸν θέτει εἰς τὴν πνευματικὴν ἐκείνην τριανδρίαν, ἡ ὁποία θὰ κατευθύνῃ ἐσαεὶ τὴν σκέψιν τῆς ἀνθρωπότητος.

Αἱ πηγαὶ παρὰ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν γνῶσιν περὶ τῶν ἀριστοτελικῶν συγγραμμάτων εἶναι τρεῖς: Ὁ κατάλογος τοῦ Πτολεμαίου (2ος αἰ. μ. Χ.), ὁ κατάλογος τοῦ Διογένους τοῦ Λαερτίου (3ος αἰ. μ.Χ.) καὶ ὁ κατάλογος τοῦ Ἡσυχίου (5 - 6 αἰ. μ.Χ.). Ὁ κατάλογος τοῦ Πτολεμαίου στηρίζεται εἰς πίνακα συνταχθέντα εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ Ἀριστοτέλους, τὴν καλουμένην Περιπατητικὴν Σχολήν. Δὲν σώζεται ὅμως εἰς τὴν ἑλληνικήν, ἀλλὰ εἰς τὴν ἀραβικήν, περιέχει δὲ 99 τίτλους, μέρος δηλαδὴ τῶν συγγραφῶν τοῦ Σταγιρίτου φιλοσόφου.

Ὁ κατάλογος ὁ περιεχόμενος εἰς τὴν ὑπὸ τοῦ Διογένους τοῦ Λαερτίου γραφεῖσαν βιογραφίαν τοῦ Ἀριστοτέλους περιλαμβάνει 142 τίτλους συγγραμμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα δέον νὰ προστεθοῦν συγγραφαὶ ἀναφερόμεναι εἰς τὰ πολιτεύματα 158 ἑλληνικῶν Πολιτειῶν, αἱ ὁποῖαι ὅμως δὲν κατονομάζονται. Μνημονεύει ἀκόμη ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης εἶχε γράψει πολλὰς ἐπιστολάς, αἱ ὁποῖαι, φαίνεται, θὰ ἐσώζοντο κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ Λαερτίου, ὡς ἐπίσης καὶ Ἔπη διάφορα καὶ Ἐλεγεῖα (εἶδος ποιημάτων). Τὸ σύνολον τῶν στίχων τῶν ὑπ᾽ αὐτοῦ μνημονευομένων ἔργων τὸ ἀναβιβάζει εἰς 445270. Εἰς τὸν κατάλογον τοῦ Διογένους δὲν περιλαμβάνονται οἱ τίτλοι Ἠθικὰ Νικομάχεια, Αἱ περὶ τὰ ζῶα ἱστορίαι, Τὰ μετεωρολογικὰ καὶ ἄλλα. Ὑποτίθεται μετὰ πολλῆς πιθανότητος ὅτι ὁ Διογένης ἀντλεῖ τὰς πληροφορίας του διὰ τὸν κατάλογον τῶν ἀριστοτελικῶν ἔργων ἀπὸ εὑρετήρια συνταχθέντα εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ ἰδίου ἐν Ἀθήναις, τὸ Λύκειον.

Τὰ ἀπολεσθέντα ἔργα τοῦ Ἀριστοτέλους εἶναι περισσότερα τῶν διασωθέντων, καίτοι δὲν εἶναι ὅλων τούτων οἱ τίτλοι γνωστοί. Αἱ 158 συγγραφαί, αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τὰ πολιτεύματα ἰσαρίθμων πόλεων - κρατῶν ἀπωλέσθησαν ὅλαι, πλὴν τῆς Ἀθηναίων Πολιτείας, ἥτις ἀνευρέθη κατὰ τὸ 1890 ἐν Αἰγύπτῳ. Εἰς 60 ἀνέρχονται τὰ ἀπολεσθέντα ἔργα, τῶν ὁποίων εὑρέθησαν ἀποσπάσματα ἅτινα ἐξεδόθησαν ὡς τρίτος τόμος τῶν Ἀριστοτελικῶν ἔργων ὑπὸ τῆς Βασιλικῆς Ἀκαδημίας τῶν Ἐπιστημῶν τοῦ Βερολίνου (κατὰ τὸ 1831 ὁ πρῶτος τόμος. Ἐκδότης Imm. Bekker). Ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος περιέχει σχόλια μεταγενεστέρων συγγραφέων καὶ ὁ πέμπτος τὸ εὑρετήριον. Κατὰ τὸ 1960 ἔγινεν ἐν Βερολίνῳ ὑπὸ τοῦ Οἴκου W. de Gruyter ἀνατύπωσις τῶν περισσοτέρων τόμων πλὴν τοῦ τρίτου, ὁ ὁποῖος ἑτοιμάζεται ἤδη ἀπό τινων ἐτῶν. Τὸ εὑρετήριον (Index Aristotelicus) ἐκδοθὲν κατὰ τὸ 1870 ἐν Βερολίνῳ, ὑπὸ τῆς αὐτῆς ὡς ἄνω Ἀκαδημίας, ἐκδότης H. Bonitz ἐξεδόθη ἐκ νέου κατὰ τὸ 1955 εἰς Γρὰτς τῆς Αὐστρίας.

***

Τὰ διασωθέντα συγγράμματα τοῦ Σταγιρίτου φιλοσόφου ἀνάγονται εἰς διαφόρους κλάδους τοῦ ἐπιστητοῦ καὶ κατατάσσονται εἰς τὰς ἑξῆς ἐννέα κατηγορίας:

1) Λογικὰ ἢ Ὄργανον. Ταῦτα ὑποδιαιροῦνται εἰς: α) Κατηγορίαι, γενικαὶ δηλαδὴ ἔννοιαι ἀποδιδόμεναι εἰς τὰ τὰ ὄντα. β) Περὶ Ἑρμηνείας, θεωρία περὶ λεκτικῆς ἐκφράσεως τῶν κρίσεων. γ) Ἀναλυτικὰ πρότερα, εἰς δύο βιβλία, θεωρία περὶ συλλογισμοῦ. δ) Ἀναλυτικὰ ὕστερα εἰς δύο βιβλία, θεωρία περὶ ἀποδείξεως. ε) Τοπικά, εἰς ὀκτὼ βιβλία, θεωρία περὶ πιθανολογικῶν διαλεκτικῶν συλλογισμῶν, οἱ ὁποῖοι ἀφορμῶνται ἀπὸ προτάσεις, αἵτινες εἶναι κοινῶς ἀποδεκταί. στ) Σοφιστικοὶ ἔλεγχοι, εἰς ὀκτὼ βιβλία, ἔλεγχος τῶν γνωστοτέρων σοφισμάτων.

2) Φυσικὰ συγγράμματα. Ταῦτα ὑποδιαιροῦνται εἰς: α) Φυσικὴ ἀκρόασις ἢ Φυσικὰ εἰς ὀκτὼ βιβλία. Τὸ ἔργον αὐτὸ ἐπὶ πολὺν χρόνον ἦτο ἀκατανόητον, ἰδίως ἀπὸ τοὺς ἐπιστήμονας τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν, οἱ ὁποῖοι τὸ ἐθεώρουν ἓν εἶδος Φυσικῆς πειραματικῆς ἀποτυχημένον. Κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους ἔγινε καταφανὴς ἡ μεγάλη σημασία τοῦ ἔργου αὐτοῦ, ὅπου ὁ Ἀριστοτέλης, χρησιμοποιῶν καὶ μαθηματικὰ διὰ τὴν ἑρμηνείαν φυσικῶν φαινομένων, προσπαθεῖ νὰ εἰσδύσῃ εἰς τὸ βάθος αὐτῶν. Ὡς παράδειγμα ἀναφέρομεν τὴν διαπραγμάτευσιν τῶν ἐννοιῶν Ἄπειρον καὶ Χῶρος, τῶν ὁποίων τὴν μὲν πρώτην δέχεται ἡ σημερινὴ Ἐπιστήμη ὡς καθορίζει αὐτὴν ὁ Ἀριστοτέλης τὴν δὲ δευτέραν ἐρευνᾷ μετὰ σπουδῆς, διότι μέχρι σήμερον τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ δώσῃ ἱκανοποιητικὴν ἀπάντησιν εἰς τὴν ἀπορίαν, τί εἶναι χῶρος ἢ τί εἶναι τόπος, ὡς ὀνομάζεται ὁ χῶρος ὑπὸ τῶν ἀρχαίων. Διὰ νὰ γίνῃ καταληπτὴ ἡ σημασία τοῦ ἔργου αὐτοῦ προσθέτομεν ὅτι ἂν ὁ Ἀριστοτέλης ἔγραφε σήμερον παρόμοιον ἔργον θὰ προσέθετε τὰ κεφάλαια τί εἶναι μαγνητισμός, τί εἶναι ἠλεκτρισμός, διατί ὑπάρχουν σωματίδια ὕλης κλπ. Θὰ προσεπάθει δηλαδὴ νὰ ἑρμηνεύσῃ τὰ φυσικὰ αὐτὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα μένουν ἀκόμη ἀνερμήνευτα ἀσχέτως πρὸς τὰς πρακτικὰς αὐτῶν ἐφαρμογάς. β) Περὶ οὐρανοῦ, εἰς 4 βιβλία. γ) Περὶ γενέσεως καὶ φθορᾶς, εἰς 2 βιβλία, θεωρία τῶν χημικῶν μεταβολῶν. δ) Μετεωρολογικά, εἰς 4 βιβλία.

3) Βιολογικὰ συγγράμματα: α) Περὶ τὰ ζῶα ἱστορίαι, εἰς 10 βιβλία, συγκριτικὴ ἀνατομία — φυσιολογία — γενικὴ βιολογία. β) Περὶ ζώων μορίων εἰς 4 βιβλία, εἰσαγωγὴ εἰς τὴν βιολογίαν. γ) Περὶ ζώων πορείας. δ) Περὶ ζώων κινήσεως. ε) Περὶ ζώων γενέσεως, εἰς 5 βιβλία.

4) Ψυχολογικὰ συγγράμματα: α) Περὶ ψυχῆς, εἰς τρία βιβλία. Ἐνταῦθα ὑπάγεται καὶ ἡ ὁμὰς ἔργων, ἡ ὁποία ἔχει τὸν γενικὸν τίτλον Μικρὰ φυσικὰ (Περὶ αἰσθήσεων, Περὶ ὕπνου, Περὶ μνήμης, Περὶ ἐνυπνίων κλπ.).

5) Μεταφυσικὰ συγγράμματα. Μετὰ τὰ Φυσικά. Θεωρεῖται τὸ κυριώτερον φιλοσοφικὸν ἔργον τοῦ Ἀριστοτέλους καὶ περιλαμβάνει 12 βιβλία. Ὁ τίτλος εἶναι μεταγενέστερος (1ου αἰ. π.Χ.) ἐνῷ ὁ ἀριστοτελικὸς εἶναι Πρώτη φιλοσοφία.

6) Ἠθικὰ συγγράμματα: α) Ἠθικὰ Εὐδήμεια, εἰς 7 βιβλία. β) Ἠθικὰ μεγάλα, εἰς 2 βιβλία. γ) Ἠθικὰ Νικομάχεια εἰς 10 βιβλία.

7) Πολιτικὰ συγγράμματα: Πολιτικά, γενικὴ θεωρία τῶν πολιτευμάτων εἰς 8 βιβλία. β) Ἀθηναίων Πολιτεία. γ) Οἰκονομικά, εἰς 2 βιβλία.

8) Τεχνολογικά: α) Ρητορικὴ εἰς 3 βιβλία. β) Ποιητική.

9) Προβλήματα. Περιέχουν προβλήματα ἐκ διαφόρων περιοχῶν γνώσεως.

Ἄλλα συγγράμματα συνεκδιδόμενα μὲ τὸ σῶμα τῶν ἀριστοτελικῶν ἔργων δὲν θεωροῦνται γνήσια.

Εἰς ὅλα τὰ συγγράμματα τοῦ Ἀριστοτέλους διαβλέπει κανεὶς μίαν ἡρωϊκὴν προσπάθειαν πρὸς ἀνεύρεσιν τῆς ἀληθείας. Αὐτομάτως ὅμως ἀνακύπτει τὸ ἐρώτημα τί εἶναι ἀλήθεια καὶ ποίαν ἑρμηνείαν δίδει εἰς τὸν ὅρον αὐτὸν ὁ Ἀριστοτέλης; Κατὰ τὴν ἔρευναν τῆς ἐννοίας ἀλήθεια ὁ Σταγιρίτης φιλόσοφος ἀναχωρεῖ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ὅτι ὁ ὅρος ἀλήθεια ἔχει πολλὰς σημασίας.

1) Λέγοντες τὸν ὅρον ἀλήθεια ἐννοοῦμεν τὴν ἀντικειμενικότητα, ἀνεξάρτητον ἀπὸ κάθε ὑποκειμενικὴν ἐπίδρασιν ὑπόστασιν τῆς πραγματικότητος, ἤτοι τὸν σταθερὸν καὶ ἀνεξάρτητον πάσης ὑποκειμενικότητος κόσμον τῆς ἀληθινῆς πραγματικότητος.

2) Λέγοντες ἀλήθειαν ἐννοοῦμεν τὴν περὶ τῆς πραγματικότητος ταύτης γνῶσιν μας, ἐφ' ὅσον αὐτὴ συμφωνεῖ μὲ τὰ πράγματα. Ὁ ἄνθρωπος προσπαθῶν νὰ κατανοήσῃ τὴν πρὸ αὐτοῦ ἀντικειμενικότητα διὰ τῆς διανοήσεώς του, σχηματίζει κρίσεις, αἵτινες ἄλλοτε συμφωνοῦν καὶ ἄλλοτε δὲν συμφωνοῦν μὲ τὰ δεδομένα τῆς πραγματικότητος. Ὅταν αἱ διὰ τῆς διανοήσεως σχηματιζόμεναι κρίσεις ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰ πραγματικὰ δεδομένα, τότε λέγομεν ὅτι εἶναι ἀληθεῖς. Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν δὲν ὑπάρχει μεταξὺ κρίσεων καὶ πραματικότητος ὁμοφωνία, λέγομεν ὅτι αἱ κρίσεις μας εἶναι ψευδεῖς.

Ὥστε ἡ ἀλήθεια πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς συμφωνία τῆς διανοήσεώς μας πρὸς τὰ πράγματα καὶ νὰ νοηθῇ ὡς φαινόμενον καθαρῶς διανοητικὸν διαδραματιζόμενον εἰς τὴν περιοχὴν τῆς διανοίας καὶ ὄχι εἰς τὴν περιοχὴν τῶν πραγμάτων. Τὰ παθήματα τῆς ψυχῆς, λέγει ὁ Ἀριστοτέλης, εἶναι ἀπεικονίσεις κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ἀληθεῖς τῆς πραγματικότητος (Περὶ Ἑρμηνείας 16 α7). Διὰ τοῦ καθορισμοῦ τούτου ὁ Ἀριστοτέλης ὁρίζει τὴν ἔννοιαν τῆς ἀληθείας ὡς συμφωνίαν τῆς διανοήσεως πρὸς τὰ πράγματα.

3) Ἐκτὸς τῆς ἀληθείας ταύτης, τῆς ἀναφερομένης εἰς τὴν διασκεπτικὴν νόησιν, ἤτοι εἰς τὴν νόησιν ἥτις προχωρεῖ χρησιμοποιοῦσα ἐννοίας, κρίσεις καὶ συλλογισμούς, διακρίνει ὁ Ἀριστοτέλης καὶ ἄλλο εἶδος ἀληθείας ὅπως

εἶναι ἡ προκύπτουσα δι᾿ ἀμέσου ἐπιβολῆς (ἐνόρασις ἢ διαίσθησις) καὶ ὄχι διὰ τῆς ἐμμέσου διὰ συλλογισμῶν διανοητικῆς ἐργασίας. Κατὰ τὸν σχολιαστὴν ἔργων τοῦ Ἀριστοτέλους Θεμίστιον τοιαύτη ἀλήθεια εἶναι «ἁφὴ καὶ πέλασις» (δηλ. πλησίασις) τῆς ψυχῆς πρὸς τὸ ἀντικείμενον τῆς νοήσεως, εἶναι ἡ ἐνέργεια τοῦ νοῦ, ἥτις παρέχει τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης καὶ καθιστᾷ δυνατὴν τὴν ἀντίληψιν τῶν αἰσθητῶν ἀντικειμένων καὶ τῶν γενικῶν ἰδιοτήτων, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζονται εἰς τὰ αἰσθητὰ πράγματα, κλπ. (Κωνσταντίνου Δ, Γεωργούλη, Ἀριστοτέλης ὁ Σταγιρίτης, σελ. 249, Θεσσαλονίκη 1962).

Κατὰ τὰς ἀντιλήψεις τοῦ Ἀριστοτέλους ὁ ἄνθρωπος δύναται νὰ φθάσῃ εἰς ἀληθῆ γνῶσιν, διότι ὁ νοῦς τὸν θέτει εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν μὲ τὴν ἀλήθειαν, παρέχων εἰς αὐτὸν τὰς ἀναποδείκτους μὲν ἀλλ᾿ ἀληθεῖς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης. ὁ δὲ ἀποδεικτικὸς λόγος, ὑπὸ τὴν καθοδήγησιν τῶν ὑψίστων ἀποδεικτικῶν ἀξιωμάτων, προφυλάσσει τοῦτον ἀπὸ τοῦ ψεύδους. Ὁ κόσμος, κατὰ τὸν Σταγιρίτην φιλόσοφον, εἶναι ἀκριβῶς ὅπως μᾶς τὸν παρουσιάζουν αἱ ὑγιῶς λειτουργοῦσαι αἰσθήσεις καὶ ὁ ὀρθὸς διασκεπτικὸς λόγος. Ἡ αἴσθησς οὐδέποτε ἀπατᾶται ὡς πρὸς τὰ ἀντικείμενα, ἅτινα μᾶς ἐμφανίζει, ὁμοίως δὲ καὶ ὁ νοῦς (Κ. Δ. Γεωργούλη ἔνθ᾿ ἀνωτέρω σελ. 153).

***

Ὁ Ἀριστοτέλης εἶναι ὁ πρῶτος, ὅστις καθώρισε τὰς διαφόρους ἐπιστήμας καὶ ἔθεσεν ὅρια πρὸς διάκρισιν αὐτῶν. Ἐχώρισεν αὐτὰς κυρίως εἰς δύο εἴδη, εἰς τὰς ἀποδεικτικὰς λεγομένας ἐπιστήμας καὶ εἰς τὰς μὴ ἀποδεικτικάς. Εἰς τὰς ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας περιλαμβάνονται αἱ μαθηματικαὶ καὶ αἱ φυσικαὶ ἐπιστῆμαι, ἐνῷ εἰς τὰς μὴ ἀποδεικτικὰς περιλαμβάνονται αἱ κοινωνικαὶ ἐπιστῆμαι καὶ αἱ οἰκονομικαί, ἐφ᾿ ὅσον αὗται δὲν στηρίζονται ἐπὶ τῶν μαθηματικῶν κλπ.

Λέγοντες ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας ἐννοοῦμεν ἐκείνας τῶν ὁποίων αἱ ἀλήθειαι στηρίζονται ἐπὶ τῶν ἀποδείξεων. Διὰ νὰ ὑπάρχῃ ὅμως ἀπόδειξις ἑνὸς ἰσχυρισμοῦ πρέπει πρῶτον νὰ ἔχῃ ὁρισθῇ τὸ ἐπιστητὸν ἐπὶ τοῦ ὁποίου γίνεται ἡ ἐνέργεια τῆς ἀποδείξεως καὶ δεύτερον νὰ ἔχουν ὁρισθῇ τὰ ἀξιώματα τὰ ὁποῖα θὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὴν ἀπόδειξιν, νὰ ἔχουν δηλαδὴ ἐκ τῶν προτέρων καθορισθῇ γενικαί τινες προτάσεις ἀφ᾿ ἑαυτῶν ἀληθεῖς, μὴ ἐπιδεχόμεναι δηλ. ἀμφισβήτησιν ὑπὸ τοῦ κοινοῦ νοῦ.

Ἐὰν παραδείγματος χάριν ἐρευνῶμεν εἰς τὴν γεωμετρικὴν ἐπιστήμην τὰς ἰδιότητας τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου εἶναι αὐτονόητον ὅτι πρῶτον πρέπει νὰ ἔχωμεν ὁρίσει τί εἶναι τρίγωνον καὶ τὶ εἶναι ἰσοσκελὲς τρίγωνον. Ἐὰν τώρα θέλωμεν νὰ δείξωμεν ὅτι αἱ παρὰ τὴν βάσιν γωνίαι τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου εἶναι ἴσαι πρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸ ἀξίωμα (τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδείξωμεν ἀλλὰ τὸ δεχόμεθα ὡς ἀληθὲς) ὅτι, ἐὰν εἰς ἴσα προσθέσωμεν ἢ ἀφαιρέσωμεν ἴσα τὰ ἐξαγόμενα εἶναι ἴσα. Ἐπίσης πρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν καὶ ἄλλας τινας προτάσεις, τὰς ὁποίας ἔχομεν ἀποδείξει δι' ἀξιωμάτων ὅτι εἶναι ἀληθεῖς.

Εἶναι φανερὸν ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὅτι δὲν ἐμπίπτει εἰς τὰς ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας τὸ πρόβλημα τῆς ἀποδείξεως τῆς ὑπάρξεως τοῦ Θεοῦ. Διότι εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν θέλομεν νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὑπάρχει Θεός, κατὰ τὸν οἰκεῖον τρόπον τῶν ἀποδεικτικῶν ἐπιστημῶν, πρέπει προηγουμένως νὰ δώσωμεν τὸν ὁρισμὸν τί εἶναι Θεός. Τοῦτο ὅμως ὑπερβαίνει τὴν ἱκανότητα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος.

***

Αὐτονόητον τυγχάνει ὅτι ἡ θεμελίωσις τῶν ἀποδεικτικῶν ἐπιστημῶν προϋποθέτει θεμελίωσιν αὐστηρὰν τοῦ τρόπου τοῦ σκέπτεσθαι καὶ τοῦ συνάγειν συμπεράσματα, προϋποθέτει δηλαδὴ τὴν θεμελίωσιν τῆς ἐπιστήμης τῶν κρίσεων καὶ τῶν συλλογισμῶν, τουτέστι τῆς Λογικῆς. Ἰδιαιτέραν σημασίαν καὶ βαρύτητα ἔδωκεν ὁ Ἀριστοτέλης εἰς τοὺς δύο νόμους τῆς Λογικῆς, εἰς τοὺς δύο γενικωτάτους νόμους τῆς διανοήσεως: εἰς τὸν νόμον τῆς ἀντιφάσεως καὶ εἰς τὸν νόμον τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως.

Κατὰ τὸν νόμον τῆς ἀντιφάσεως εἶναι ἀδύνατον ὁ ἴδιος προσδιορισμὸς νὰ ἀποδίδεται καὶ νὰ μὴ ἀποδίδεται εἰς τὸ αὐτὸ πρᾶγμα κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμὴν καὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἐπόψεως. Προσθέτει ὅμως ὁ Ἀριστοτέλης ὅτι ὁ νόμος τῆς ἀντιφάσεως (ἢ ἡ ἀρχὴ τῆς ἀντιφάσεως, ὡς λέγεται ὑπό τινων) εἶναι ἀναπόδεικτος.

Τὸν νόμον τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως διατυπώνει ὁ Ἀριστοτέλης ὡς ἑξῆς: Ἀλλὰ βεβαίως δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρχῃ τι μεταξὺ τῶν δύο μελῶν τῆς ἀντιφάσεως· ἀντιθέτως εἴμεθα ὑποχρεωμένοι προκειμένου νὰ ὁμιλήσωμεν περί τινος, ἢ νὰ ἐκφέρωμεν μίαν βεβαίωσιν σχετικῶς μὲ τοῦτο ἢ μίαν ἄρνησιν. (Ἀλλὰ μὴν οὐδὲ μεταξὺ ἀντιφάσεως ἐνδέχεται εἶναι οὐδέν, ἀλλὰ ἀνάγκη ἢ φάναι ἢ ἀποφάναι ἓν καθ' ἑνὸς ὁτιοῦν). (Μετὰ τὰ Φυσικὰ 1011 β 23). Ἡ καρδία τοῦ ἀνθρώπου ἢ πάλλει ἢ δὲν πάλλει. Τρίτη κατάστασις τῆς καρδίας ἢ μέση κατάστασις ἀποκλείεται.

Οἱ δύο προηγούμενοι νόμοι τῆς Λογικῆς, τοὺς ὁποίους διὰ πρώτην φορὰν διετύπωσεν ὁ Ἀριστοτέλης, ἀποτελοῦν θεμελιώδεις νόμους τῶν Μαθηματικῶν. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἑκατὸν ἔτη ἔχει ἀναληφθῆ μεγάλη προσπάθεια ὑπὸ τῶν σπουδαιοτέρων μαθηματικῶν καὶ φιλοσόφων τῆς ἐποχῆς ὅπως ἐρευνηθοῦν οἱ νόμοι αὐτοὶ τοῦ Ἀριστοτέλους. Κατὰ τὴν διατύπωσιν τῶν συμπερασμάτων τῶν συναφῶν ἐρευνῶν ὁ Ὁλλανδὸς μαθηματικὸς Λ. Ε.Ι. Brouwer (γενν. 1881), ὁ ἐκπρόσωπος τῶν λεγομένων ἐνοραματιστῶν εἰς τὰ Μαθηματικά, ἐκφράζει ἀμφιβολίας διὰ τὴν ἰσχὺν τοῦ νόμου τῆς τοῦ τρίτου ἀποκλείσεως, τοῦλάχιστον εἰς τὴν θεωρίαν τῶν Συνόλων. Ὁ Brouwer ὅμως ἔχει θέσει ὡς βασικὴν ἀρχὴν τῶν ἀντιλήψεών του ὅτι τὰ Μαθηματικὰ εἶναι περισσότερον μία πρᾶξις παρὰ μία μάθησις, ἀρχὴν τὴν ὁποίαν πολλοὶ ἀπορρίπτουν, ἀπορρίπτοντες συνάμα καὶ τὰς ἀμφιβολίας του περὶ τῆς ἰσχύος τοῦ νόμου τοῦ Ἀριστοτέλους τῆς τοῦ τρίτου ἢ μέσου ἀποκλείσεως. Εἰδικώτερον, ὁ Ρῶσος μαθηματικὸς A. Kolmogoroff θεωρεῖ τὴν Λογικὴν τοῦ Brouwer ὡς συλλογὴν ἀσκήσεων πρὸς λύσιν Aufgabenrechnung ἐνῷ ὁ Γερμανὸς φιλόσοφος E. Husserl τὴν θεωρεῖ ὡς «ἀνεκπλήρωτον πόθον» ἀπὸ φαινομενολογικῆς ἐπόψεως. Oskar Becker, Die Grundlagen der Mathematik σελ. 329 κ.ἑ. 1964).

Αἱ διάφοροι Σχολαὶ ἐλέγχου καὶ ἐρεύνης τῶν ἀρχῶν τῶν Μαθηματικῶν, ὅπως εἶναι ἡ μορφοκρατία (Formalismus) ὁ θετικισμὸς (Positivismus) καὶ ὁ ἐνορματισμὸς (Intuitionismus) προσπαθοῦν νὰ ἀπαλλαγοῦν, ὡς ἰσχυρίζονται τῶν μεταφυσικῶν στοιχείων κατὰ τὴν θεμελίωσιν τῶν μαθηματικῶν. Ὑποθέτουν ὅτι ὁ Πλάτων εἶναι ὁ ἀρχηγέτης τῆς εἰσαγωγῆς τῶν μεταφυσικῶν στοιχείων εἰς τὴν Μαθηματικὴν Ἐπιστήμην καὶ ἰσχυρίζονται ὅτι μὲ τὰς θεωρίας των κατώρθωσαν νὰ ἐκτοπίσουν ἀπὸ τῆς ἐπόψεως αὐτῆς τὸν Πλάτωνα ἀπὸ τὴν θεμελίωσιν τῶν Μαθηματικῶν. Τοιαῦται ὅμως ἀντιλήψεις, τῶν ὁποίων προεξῆρχε πρὸ ἐτῶν ὁ Ἄγγλος μαθηματικὸς καὶ φιλόσοφος Bertrand Russell δὲν εὐσταθοῦν, ἀποδεικνύουν ὅμως ὅτι καὶ σοβαροὶ ἐπιστήμονες ἀκόμη δὲν ἔχουν κἂν διαβάσει τὸν Πλάτωνα, τοὐλάχιστον τὴν Πολιτείαν, ὅπου γίνεται εὐρὺς λόγος διὰ τὰς ἀρχὰς τῶν Μαθηματικῶν καὶ κανεὶς λόγος περὶ μεταφυσικῶν στοιχείων αὐτῶν. Ὁ Ἀριστοτέλης ἔχει διασαφηνίσει πλήρως τὰ τῆς θεμελιώσεως τῶν Μαθηματικῶν ὡς ἐπιστήμης μακρὰν παντὸς μεταφυσικοῦ στοιχείου. Ὁ ἰσχυρισμὸς τοῦ Ράσελ (Russell) ὅτι ναὶ μὲν καλὴ εἶναι ἡ Λογικὴ τοῦ Ἀριστοτέλους, ἀλλὰ ἐπειδὴ ἡ πάροδος τοῦ χρόνου καταστρέφει τὴν ἔννοιαν τῶν λέξεων καὶ συνεπῶς ἐξασθενίζει τὴν ἰσχὺν τῆς ἀριστοτελικῆς Λογικῆς, δέον νὰ ἀντικατασταθῇ αὕτη διὰ τῆς συμβολικῆς λεγομένης Λογικῆς, ἔχει ἐπισύρει πολλὰς ἀντιρρήσεις. Θεωρεῖται εὔλογον καὶ ἀνθρώπινον ὅτι ἡ σημερινὴ Ἐπιστήμη, ἐμπρὸς εἰς τὸ μέγεθος τῆς τεχνολογικῆς ἀναπτύξεως, θέλει νὰ παρουσιάσῃ κάτι τὸ πρωτότυπον, κάτι τὸ ἰδικόν της εἰς τὴν θεμελίωσιν τῶν Μαθηματικῶν. Παρὰ τὴν εὐγενῆ ὅμως αὐτὴν φιλοδοξίαν θεωρεῖται βέβαιον ὅτι θὰ εἶναι πάντοτε ὑποχρεωμένη νὰ βαδίζῃ εἰς τὰ ἴχνη τῆς Λογικῆς, τὰ ὁποῖα ἐχάραξεν ἀνεξιτήλως τὸ μέγα τέκνον τῶν Σταγίρων, ὁ Ἀριστοτέλης.

3. Οἱ νόμοι τῆς Λογικῆς, τοὺς ὁποίους διετύπωσεν ὁ Ἀριστοτέλης, ἀπετέλεσαν τὴν ἀφετηρίαν τῆς ὑπ' αὐτοῦ μεθοδολογικῆς συγκροτήσεως τῶν ἀποδεικτικῶν ἐπιστημῶν. Κατὰ τὸν Σταγιρίτην φιλόσοφον τὰ συστατικὰ οἱασδήποτε ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης εἶναι τρία: α) τὸ ἐπιστητόν, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ ἀντι-

κείμενον τῆς ἐπιστήμης. Τὸ ἐπιστητὸν τοῦτο εἶναι διὰ μὲν τὴν ἀριθμητικὴν οἱ ἀριθμοί, ἐνῷ διὰ τὴν γεωμετρίαν εἶναι ὁ χῶρος. β) Αἱ πρὸς ἀπόδειξιν προτάσεις. γ) Αἱ ἀποδεικτικαὶ ἀρχαί, τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ἡ ἐπιστήμη κατὰ τὴν ἀποδεικτικὴν διαδικασίαν.

Ἡ ἀποστολὴ μιᾶς ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης εἶναι νὰ δείξῃ μετὰ βεβαιότητος τὸν ἀποδεικτικὸν λόγον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου θεμελιοῦται ἡ ἀλήθεια μιᾶς δοθείσης προτάσεως. Τοῦτο θὰ ἐπιτευχθῇ διὰ τῆς ἀναγωγῆς τῆς προτάσεως εἰς ἄλλας ἀρχικὰς καὶ ἀφ' ἑαυτῶν φανερὰς προτάσεις, δηλαδὴ εἰς τὰ ἀξιώματα. Ἀπόδειξις τῶν ἀξιωμάτων δὲν εἶναι δυνατή. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ ἀποδεικτικὴ ἐπιστήμη περιορίζεται ὑπὸ ὁρίων. Εἶναι ἀδύνατον νὰ προχωρήσῃ πέρα τῶν ἀξιωμάτων, ἐκ τῶν ὁποίων ἀντλεῖ τὴν ἀποδεικτικήν της βεβαιότητα. Ἐδῶ βλέπομεν ὅτι καὶ ὁ Ἀριστοτέλης, ὅπως καὶ ὁ Πλάτων, παραδέχεται ὅτι ἡ ἀξία μιᾶς ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης καὶ δὴ καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς καὶ τῆς Γεωμετρίας εἶναι σχετική.

Ὁ Πλάτων στηρίζει τὴν γνώμην του εἰς τὸ ὅτι ὁλόκληρον τὸ οἰκοδόμημα τῆς Γεωμετρίας βασίζεται εἰς τὴν ἀκαθόριστον ἔννοιαν «σημεῖον» διὰ τῆς ὁποίας καθορίζεται ὁ χῶρος (Πολιτεία 533 c). Ἐννοεῖται, χωρὶς νὰ σημειώνεται ἰδιαιτέρως ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος, ὅτι καὶ ἡ ἔννοια ἀριθμὸς εἶναι ἁπλῶς δημιούργημα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος καὶ κατὰ συνέπειαν καὶ ἡ Ἀριθμητικὴ εἶναι ἐπιστήμη ἔχουσα σχετικὴν ἀξίαν (ἐν σχέσει πρὸς τὴν φιλοσοφίαν). Ὁ Ἀριστοτέλης καταλήγει εἰς τὸ αὐτὸ συμπέρασμα ἀναχωρῶν ἀπὸ τὴν σκέψιν ὅτι τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα εἰς τὰς ἀποδεικτικὰς λεγομένας ἐπιστήμας εἶναι ἀδύνατον νὰ προχωρήσῃ πέρα τῶν ἀξιωμάτων, διὰ τὰ ὁποῖα ἀδυνατεῖ νὰ δώσῃ λόγον.

Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν ὁ Ἀριστοτέλης ἠσχολήθη μὲ τὸν τρόπον συντάξεως τῶν λεγομένων μὴ ἀποδεικτικῶν ἐπιστημῶν. Θεωρεῖται ὅμως πιθανὸν ὅτι δὲν ἠσχολήθη μὲ αὐτάς, διότι δὲν ἀφῆκε καμμίαν σχετικὴν πραγματείαν. Ὁ καθορισμὸς τῆς μεθόδου ἐρεύνης εἶναι ἐφικτὸς μόνον εἰς τὰς ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας, τῶν ὁποίων πρότυπον εἶναι τὰ Μαθηματικά. Ἡ σύγχρονος Ἐπιστήμη παραδέχεται ὅτι εἶναι ἀνέφικτος ὁ καθορισμὸς ὡρισμένης μεθοδολογίας διὰ τὰς μὴ ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας. Ἡ ἔρευνα, παραδείγματος χάριν, εἰς τὴν Ἱστορίαν καὶ τὴν Ἰατρικήν, ἐφ' ὅσον αὕτη δὲν στηρίζεται εἰς γνώσεις τῶν φυσικῶν καὶ μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, εἶναι ἀδύνατον νὰ γίνῃ ὅπως γίνεται εἰς τὰ Μαθηματικά. Εἰς τὰς μὴ ἀποδεικτικὰς ἐπιστήμας ὑπεισέρχονται παράγοντες, οἱ ὁποῖοι εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐρευνηθοῦν, καθ' ὃν τρόπον ἐρευνῶνται αἱ μαθηματικαὶ προτάσεις.

Εἰς τὴν πραγματείαν Φυσικῆς ἀκροάσεως (ἢ Φυσικά), ὁ Ἀριστοτέλης ἐξετάζει τὰ φυσικὰ φαινόμενα ἀπὸ γενικωτέρας σκοπιᾶς καὶ προσπαθεῖ πάντοτε, ὥστε ἡ ἔρευνά του νὰ συνδέεται ἀναποσπάστως πρὸς τὴν ἐξέτασιν τοῦ ὀντολογικοῦ προβλήματος. Τὸ σύγγραμμα αὐτὸ δὲν εἶναι ἔργον τύπου συγχρόνου Φυσικῆς πειραματικῆς. Εἰς αὐτὸ ἐρευνᾶται ἡ ἔννοια τοῦ χρόνου, ἡ ἔννοια τῆς δυνάμεως, ἡ ἔννοια τῆς κινήσεως, ἡ ἔννοια τοῦ χώρου, ἡ ἔννοια τοῦ ἀπείρου, ἡ ἔννοια τοῦ συνεχοῦς κλπ.

Ἔννοιαν τοῦ χρόνου λαμβάνομεν ἐκ τῆς κινήσεως, τονίζει ὁ Ἀριστοτέλης. Ἐὰν δὲν ὑπάρχῃ κίνησις δὲν ὑπάρχει χρόνος. Δὲν περιορίζεται, φυσικά, εἰς τὴν γενικότητα αὐτὴν ὁ Σταγιρίτης φιλόσοφος. Ἀναλύει τὴν ἔννοιαν τοῦ παρελθόντος, τὴν ἔννοιαν τοῦ παρόντος καὶ τὴν ἔννοιαν τοῦ μέλλοντος (Φυσικὰ Δ΄ 218 κ.ἑ.) Αἱ ἔρευναί του καὶ αἱ ἀναλύσεις του τῆς ἐννοίας τοῦ χρόνου ἀποτελοῦν μέχρι σήμερον τὴν ἀφετηρίαν πάσης συναφοῦς ἐρεύνης. Θὰ ἦτο δυνατὸν ἐν προκειμένῳ νὰ ὑποστηριχθῇ ὅτι ἡ ἐκ τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος δημιουργηθεῖσα ἔννοια τοῦ λεγομένου χωροχρόνου ἀποτελεῖ ἕν βῆμα πέρα τῶν συναφῶν θεωριῶν περὶ χρόνου τοῦ Ἀριστοτέλους. Ὑπάρχουν ὅμως πολλαὶ ἀντιρρήσεις διὰ τὴν ἀξίαν τῆς ἐννοίας τοῦ χωροχρόνου στηριζόμεναι εἰς τὴν ἀμφισβήτησιν τῆς ἀξίας τῆς λεγομένης ἐλλειπτικῆς γεωμετρίας ἐπὶ τῆς ὁποίας βασίζεται ἡ σχετικὴ θεωρία. Ὁ Ἀριστοτέλης δὲν δέχεται τὴν ἀτομικὴν θεωρίαν τοῦ Λευκίππου καὶ τοῦ Δημοκρίτου καὶ ἰδίως τὴν ὕπαρξιν τοῦ κενοῦ χώρου μὲ τὸ ἑξῆς ἐπιχείρημα. Ἕν κινητὸν διὰ νὰ μεταβῇ ἀπὸ μιᾶς θέσεως εἰς ἄλλην πρέπει νὰ διέλθῃ ἀπὸ κάποιο μέσον, ἀέρος π.χ., τὴν ἀντίστασιν τοῦ ὁποίου πρέπει κατὰ τὴν κίνησιν νὰ ὑπερνικήσῃ. Ἐὰν τὸ παρεμβαλλόμενον μέσον κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ κινητοῦ εἶναι πυκνότερον ἢ ἀραιότερον, τὸ κινητὸν θὰ κινηθῇ βραδύτερον ἢ ταχύτερον. Ἐὰν λοιπὸν ὑπάρχῃ κενόν, τὸ κινητὸν δὲν θὰ συναντήσῃ ἀντίστασιν καὶ ἡ ταχύτης του θὰ εἶναι ἀστραπιαία, θὰ εἶναι ἀπείρως μεγάλη, ὅπερ ἄτοπον. Εἶναι φανερὸν ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης ἐν προκειμένῳ δὲν ἔχει ὑπ' ὄψιν του τὴν βαρύτητα, ἡ ὁποία ὡς φυσικὸν φαινόμενον ἀνεκαλύφθη δύο χιλιάδες ἔτη περίπου βραδύτερον ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος.

Εἶναι ὅμως ὁ πρῶτος ὁ ὁποῖος χρησιμοποιεῖ ἐδῶ μαθηματικὰ διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀνυπαρξίας τοῦ κενοῦ καὶ κατὰ συνέπειαν θεωρεῖται ὀρθῶς ὁ ἱδρυτὴς τῆς Θεωρητικῆς καὶ Μαθηματικῆς Φυσικῆς. Μεταξὺ ἄλλων ἀποδεικνύει ὅτι, ἐὰν κινητὸν εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων αἵτινες σχηματίζουν γωνίαν μεταξύ των, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ ἰσοῦται μὲ τὴν συνισταμένην τῶν δύο ταχυτήτων, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦνται ὑπὸ τῶν δύο δυνάμεων. Ὁ νόμος αὐτὸς τοῦ Ἀριστοτέλους περιέχεται εἰς τὰ γυμνασιακὰ ἐγχειρίδια Φυσικῆς πειραματικῆς ὅλου τοῦ κόσμου. Θαυμασμὸν γενικὸν προεκάλεσεν ἡ κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη γενομένη παρατήρησις ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης πρῶτος ἔχει διατυπώσει τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας εἰς τὴν Φυσικὴν καὶ ὄχι ὁ Νεύτων, ὡς ἐπιστεύετο. Ὁ Ἰσαὰκ Νεύτων εἰς τὸ περίφημον σύγγραμμά του Philosophiae naturalis princ. mathematica, περιλαμβάνει εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν τρία ἀξιώματα, ἐκ τῶν ὁποίων, τὸ πρῶτον, τὸ λεγόμενον ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας, ἔχει ὡς ἑξῆς: Πᾶν σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν ἠρεμίας ἢ εὐθυγράμμου ἰσοταχοῦς κινήσεως, ἐφ' ὅσον δὲν ἐξαναγκάζεται ὑπὸ ἐξωτερικῶν δυνάμεων εἰς μεταβολὴν καταστάσεως. (Σημ. Κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ Νεύτωνος, 17ος αἰών, τὰ ἐπιστημονικὰ συγγράμματα ἐγράφοντο λατινιστὶ καὶ αἱ παραδόσεις τῶν μαθημάτων εἰς τὰ Πανεπιστήρια, εἰς ὅλην τὴν Εὐρώπην, ἐγίνοντο εἰς τὴν λατινικὴν γλῶσσαν). Κατὰ τὸ τέλος τοῦ παρελθόντος αἰῶνος ἀνεκαλύφθη, κατὰ τὴν σπουδὴν τῶν ἀριστοτελικῶν συγγραμμάτων, ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης εἶχε διατυπώσει τὸ δεύτερον μέρος τοῦ ἀνωτέρω ἀξιώματος ὡς ἑξῆς: Προσέτι οὐδεὶς θὰ ἠδύνατο νὰ εἴπῃ διατί κινηθὲν σῶμα θὰ σταματήσῃ κάπου· διότι διατὶ νὰ σταματήσῃ ἐδῶ καὶ ἔχι ἐκεῖ; Ὥστε ἢ θὰ ἠρεμήσῃ ἢ κατ' ἀνάγκην θὰ κινῆται ἐπ' ἄπειρον, ἐὰν δὲν τὸ ἐμποδίσῃ ἰσχυροτέρα δύναμις τῆς κινούσης αὐτό. (Ἔτι οὐδεὶς ἂν ἔχοι εἰπεῖν διατὶ κινηθὲν στήσεταί που· τί γὰρ μᾶλλον ἐνταῦθα ἢ ἐνταῦθα; Ὥστε ἢ ἠρεμήσει ἢ εἰς ἄπειρον ἀνάγκη φέρεσθαι, ἐὰν μή τι ἐμποδίσῃ κρεῖττον) (Φυσικῆς ἀκροάσεως Δ 8 215 α).

Τὸ προηγούμενον μέρος τοῦ ἀξιώματος (τὸ δεύτερον) ἀφορᾷ εἰς τὸ κινητόν, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἤδη εἰς κίνησιν. Τὸ πρῶτον μέρος τοῦ ἀξιώματος ἔχει σχέσιν μὲ κινητόν, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ. Καὶ τὸ μέρος αὐτὸ τὸ ἔχει διατυπώσει ὁ Ἀριστοτέλης ὡς ἑξῆς: Ἐὰν δὲ δὲν ὑπάρχῃ κίνησις τῶν σωμάτων, μήτε ἐκ φύσεως (ὡς εἶναι ἡ ἐκ τῆς βαρύτητος κίνησις) μήτε ἐξ ἐπιδράσεως δυνάμεώς τινος, οὐδὲν θὰ εἶναι δυνατὸν νὰ κινηθῇ. (Εἰ δὲ μὴ ἔστι μήτε φύσει μήτε βίᾳ (κίνησις) ὅλως οὐδὲν κινηθήσεται). (Περὶ Οὐρανοῦ Β 13, 295 α, Ε. Σταμάτη Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν τόμος 34ος, 1959).

***

Μεγάλης σημασίας εἶναι καὶ αἱ ἔρευναι τοῦ Ἀριστοτέλους εἰς τὴν βιολογίαν. Τὰ σχετικὰ συγγράμματά του ἀπετέλεσαν τὴν ἀφετηρίαν τῶν βιολογικῶν ἐρευνῶν τῶν νεωτέρων χρόνων. Μὲ ἀπεριόριστον θαυμασμὸν ἐκφράζεται διὰ τὰς βιολογικὰς ἐρεύνας τοῦ Ἀριστοτέλους καὶ ὁ Ἄγγλος φυσιοδίφης Δαρβῖνος (Darwin,1809 - 1882). Ἐντύπωσιν μεγάλην ἔχει προκαλέσει ἡ παρατήρησις τοῦ Ἀριστοτέλους ὅτι ὑπάρχει εἶδος ἰχθύος, τὸ ὁποῖον φονεύει τὴν λείαν του διὰ ἠλεκτρικῆς ἐκκενώσεως προκαλουμένης ἐκ τῆς οὐρᾶς του, ὅταν αὕτη κτυπήσῃ τὸ θῦμα του.

Αἱ πραγματεῖαι τοῦ Ἀριστοτέλους αἱ ἀναφερόμεναι εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ψυχικῶν φαινομένων καὶ γενικώτερον αἱ φιλοσοφικαί του ἔρευναι καὶ θεωρίαι εἶχον ἐπισύρει τὴν προσοχὴν καὶ τὸν ἀπεριόριστον θαυμασμὸν τῆς Καθολικῆς Ἐκκλησίας. Κατὰ τὸ ἔτος 1624 ἡ Γαλλικὴ Ἐθνοσυνέλευσις ἐψήφισε νόμον, κατὰ τὸν ὁποῖον πᾶς ὁ ἀντιλέγων πρὸς τὰς θεωρίας τοῦ Ἀριστοτέλους τιμωρεῖται μὲ θάνατον (Max Simon Gesch. d. Mathematik, Berlin 1909, σ. 224).

Πολὺ χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ μέγα κῦρος τοῦ Ἀριστοτέλους εἰς τὸν Δυτικὸν κόσμον εἶναι τὸ ἀναφερόμενον εἰς τὴν συνάντησιν τοῦ ἀστρονόμου Kircher μὲ ἕνα Ἰησουΐτην διδάσκαλον, ἡ ὁποία ἔγινε πρὸ διακοσίων περίπου ἐτῶν. Ὁ Κίρχερ προσεκάλεσε τὸν Καθολικὸν ἱερέα εἰς τὸ ὑπὸ τὴν διεύθυνσίν του ἀστεροσκοπεῖον διὰ νὰ τοῦ δείξῃ διὰ τοῦ νέου τηλεσκοπίου του τὰς κηλῖδας τοῦ

Ἡλίου. Εἰς τὴν πρόσκλησιν αὐτὴν ὁ Ἰησουΐτης διδάσκαλος ἀπήντησεν ὡς ἑξῆς: «Τέκνον μου δὲν ἔχει νόημα αὐτὸ ποὺ μοῦ λές. Ἔχω διαβάσει δύο φορὲς τὰ συγγράμματα τοῦ Ἀριστοτέλους καὶ πουθενὰ δὲν βρῆκα τίποτε περὶ κηλίδων. Δὲν ὑπάχουν κηλίδες εἰς τὸν ἥλιο». Sarvapalli Radakrishnan, Erzeugung des Glaubens aus dem Geist (γέννησις τῆς πίστεως ἐκ τοῦ πνεύματος). Ullsteinbuch Nr. 238, σελὶς 168, Φραγκφούρτη 1962. Μετάφρασις ἐκ τοῦ ἀμερικανικοῦ ὑπὸ τὸν τίτλον Recovery of faith.

Ε Υ Κ Λ Ε Ι Δ Η Σ

1. Περὶ τοῦ Εὐκλείδου, τοῦ μεγάλου Ἕλληνος μαθηματικοῦ, δὲν ἐσώθησαν βιογραφικαὶ πληροφορίαι. Δὲν γνωρίζομεν οὔτε τὸν τόπον οὔτε τὸν χρόνον τῆς γεννήσεως καὶ τοῦ θανάτου του. Τὸ μόνον γνωστὸν εἶναι ὅτι ἦτο Ἕλλην καὶ ὅτι ἔδρασεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν, πόλιν τὴν ὁποίαν ἵδρυσε κατὰ τὰς ἀρχὰς τοῦ ἔτους 331 π.Χ. ὁ Μέγας Ἀλέξανδρος. Ἡ ἀκμή του συμπίπτει μὲ τὸν χρόνον τῆς βασιλείας τοῦ Πτολεμαίου τοῦ Α΄ (323 - 285 π.Χ). Καθ' ὅλας τὰς ἐνδείξεις ὁ Εὐκλείδης ἦτο ὁ πρῶτος Διευθυντὴς τῆς περιφήμου Ἀλεξανδρινῆς Σχολῆς, ἢ ὁ πρῶτος πρύτανις τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Ἀλεξανδρείας, ἐὰν θελήσωμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὸν τίτλον του μὲ τὸν σύγχρονον τρόπον ἐκφράσεως.

Ὁ Πρόκλος (410 - 485 μ.Χ.), ἐκ τῶν Διευθυντῶν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, ἀποκαλεῖ τὸν Εὐκλείδην πλατωνικόν, τουτέστιν γνώστην καὶ ὀπαδὸν τῆς φιλοσοφίας τοῦ Πλάτωνος. Ἀπὸ τοῦ θανάτου τοῦ Πλάτωνος (347 π.Χ.) μέχρι τοῦ πρώτου ἔτους τῆς βασιλείας τοῦ Πτολεμαίου τοῦ Α΄ (323 π.Χ.) παρῆλθον εἴκοσι τέσσαρα ἔτη. Ὅλαι αἱ ἐνδείξεις συνηγοροῦν ὅτι ὁ Εὐκλείδης κατὰ τὸ διάστημα αὐτὸ εὑρίσκετο εἰς τὰς Ἀθήνας καὶ εἶχεν ἀποκτήσει μεγάλην φήμην ὡς διαπρεπὴς μαθηματικός. Εἶναι λογικὴ ἡ σκέψις ὅτι, ὅταν ὁ Πτολεμαῖος ἐσκέφθη νὰ ἱδρύσῃ τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Ἀλεξανδρείας θὰ ἀνεζήτησε τοὺς καθηγητὰς αὐτοῦ ἐκ τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, τοῦ μοναδικοῦ τότε πνευματικοῦ κέντρου τῆς ἀνθρωπότητος.

Ἡ σκέψις αὐτὴ ἐνισχύεται ἀπὸ τὸ περιστατικὸν ὅτι ὁ Πτολεμαῖος εἶχε καλέσει εἰς τὴν Αἴγυπτον τὸν περίφημον κωμῳδιογράφον Μένανδρον, ὡς πληροφορούμεθα ἀπὸ τὰς χαριτωμένας ἐπιστολὰς τοῦ Ἀλκίφρονος (2ος αἰ. μ.Χ.). Εἰς ἐπιστολὴν πρὸς τὸν Μένανδρον ἡ φίλη του Γλυκέρα τοῦ γράφει: «Μένανδρον τὸν ἐμὸν ὁ Αἰγύπτου βασιλεὺς Πτολεμαῖος ἐν τῷ ἡμίσει τῆς βασιλείας τρόπον τινὰ μεταπέμπεται» (Τὸν Μένανδρόν μου ὁ βασιλεὺς τῆς Αἰγύπτου Πτολεμαῖος ἔστειλε καὶ τὸν κάλεσε προσφέρων εἰς αὐτόν, τρόπον τινά, τὸ μισὸ βασίλειό του). Προσθέτει δὲ ἡ Γλυκέρα, ἀλλὰ ἐὰν πᾶς, τί θὰ γίνουν αἱ Ἀθῆναι χωρὶς τὸν Μένανδρον; καὶ τί θὰ γίνῃ ὁ Μένανδρος χωρὶς τὴν Γλυκέραν; ἡ ὁποία καὶ τὰ προσωπεῖα τοῦ θεάτρου σοῦ διασκευάζω, καὶ ντύνω τοὺς ἠθοποιούς...; (Τί γὰρ Ἀθῆναι χωρὶς Μενάνδρου; τί δὲ Μένανδρος χωρὶς Γλυκέρας; ἥτις αὐτῷ καὶ τὰ προσωπεῖα διασκευάζω καὶ τὰς ἐσθῆτας ἐνδύω...).

('Αλκίφρων, 'Επιστολαὶ 'Εταιρῶν). Ὁ Μένανδρος δὲν ἐπῆγε εἰς τὴν 'Αλεξάνδρειαν.

Ὁ Εὐκλείδης, ὀλίγα ἔτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Πλάτωνος, ἐθεωρεῖτο ἐν 'Αθήναις, ὅπου πιστεύεται ὅτι ἔζη, ὡς μέγας μαθηματικός, ἔπρεπε μάλιστα νὰ εἶναι ὁ μεγαλύτερος διὰ νὰ κληθῇ ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου εἰς τὴν 'Αλεξάνδρειαν, ὡς ὑποτίθεται, διὰ νὰ ἀναλάβῃ τὴν ὀργάνωσιν καὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἱδρυομένου ἐκεῖ τότε Πανεπιστημίου. Ὡς πρὸς τὸν χαρακτῆρα τοῦ Εὐκλείδου πληροφορούμεθα παρὰ τοῦ μαθηματικοῦ Πάππου τοῦ 'Αλεξανδρέως (3ος αἰ. μ.Χ.) ὅτι ὁ Εὐκλείδης ἦτο ἐπιεικέστατος καὶ εὐμενὴς πρὸς ὅλους τοὺς δυναμένους νὰ συμβάλλουν εἰς τὴν πρόοδον τῶν μαθηματικῶν, ὅπως πρέπει, καὶ δὲν ἦτο καθόλου προσβλητικὸς καὶ ἦτο ἀκριβὴς μὲν ὄχι ὅμως ἀλαζονικὸς ὅπως αὐτὸς (ἐννοεῖ τὸν 'Απολλώνιον) (Πάππου Συναγωγὴ Ζ' Hultsc σελ. 676, A. Hakkert 'Αμστερντὰμ 1965). (ἐπιεικέστατος ὢν καὶ πρὸς ἅπαντας εὐμενὴς τοὺς καὶ κατὰ ποσὸν συναύξειν δυναμένους τὰ μαθήματα, ὡς δεῖ, καὶ μηδαμῶς προσκρουστικὸς ὑπάρχων, καὶ ἀκριβὴς μὲν οὐκ ἀλαζονικὸς δὲ καθάπερ οὗτος...).

Ὁ 'Ιωάννης Στοβαῖος (5ος αἰ. μ. Χ., ἐκ τῶν Στοβῶν τῆς Μακεδονίας) διέσωσε τὸ ἀκόλουθον χαρακτηριστικὸν μεταξὺ τοῦ Εὐκλείδου καί τινος μαθητοῦ του : Ὅταν κάποιος, ἀρχίσας νὰ διδάσκεται γεωμετρίαν ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου ἔμαθε τὸ πρῶτον θεώρημα, ἠρώτησε τὸν Εὐκλείδην, καὶ τώρα τί κέρδος θὰ ἔχω ἀφοῦ τὸ ἔμαθα ; Ὁ Εὐκλείδης καλέσας τὸν ὑπηρέτην του, εἶπε «δός του τρεῖς δεκάρες ἐπειδὴ πρέπει νὰ κερδίζῃ ἀπὸ ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα μανθάνει» (Παρ' Εὐκλείδῃ τις ἀρξάμενος γεωμετρεῖν, ὡς τὸ πρῶτον θεώρημα ἔμαθεν, ἤρετο τὸν Εὐκλείδην, τί δέ μοι πλέον ἔσται ταῦτα μανθάνοντι ; Καὶ ὁ Εὐκλείδης τὸν παῖδα καλέσας «δός αὐτῷ, ἔφη, τριώβολον, ἐπειδὴ δεῖ αὐτῷ ἐξ ὧν μανθάνει κερδαίνειν» ('Ανθολογία Στοβαίου, ἔκδ. Meineke τόμ. IV σ. 205).

Τὸ εὔχαρι τοῦ χαρακτῆρος τοῦ Εὐκλείδου θὰ ἠδύνατο νὰ φανερώσῃ καὶ τὸ ἀκόλουθον πρόβλημα, διατυπωμένον ὑπὸ μορφὴν στίχων, τὸ ὁποῖον ἀποδίδεται εἰς τὸν Εὐκλείδην :

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορτωμέναι σῖτον ὡδοιποροῦσαν·
ὑπὸ τὸ βάρος ὅμως τοῦ φορτώματος, τὸ ὁποῖον ἔφερον ἐστέναζεν ἡ ὄνος·
ταύτην ἰδοῦσα βαρυστενάζουσαν ἡ ἡμίονος τὴν ἠρώτησε·
«Μητέρα γιατὶ θρηνεῖς κλαίουσα σὰν κορίτσι;
'Εὰν μοῦ ἔδιδες ἕνα σάκκον θὰ εἶχα διπλασίους ἀπὸ σένα·
'Εὰν δὲ ἐλάμβανες ἀπὸ ἐμὲ ἕνα θὰ εἴχαμε ἴσους».
Εἰπὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν σάκκων ἄριστε γνῶστα τῆς γεωμετρίας.

(Σημ. Ἡ ὄνος εἶχε 5 καὶ ἡ ἡμίονος 7 σάκους)

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι σῖτον ἔβαινον·
αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθεϊ φόρτου ἑοῖς·
τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη·
Μῆτερ τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι, ἠΰτε κούρη;
εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα·
εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις»
Εἰπὲ τὸ μέτρον ἄριστε γεωμετρίης ἐπίιστορ.

Ἄραβες συγγραφεῖς ἀναφέρουν τὰ ἑξῆς περὶ τοῦ Εὐκλείδου: «Ὁ Εὐκλείδης ἦτο υἱὸς τοῦ Ναυκράτους καὶ ἔγγονος τοῦ Ζηνάρχου, εἶναι ὁ συγγραφεὺς τῆς γεωμετρίας, παλαιὸς φιλόσοφος, Ἕλλην τὴν καταγωγήν, ἐγεννήθη εἰς τὴν Τύρον καὶ διέμενεν εἰς τὴν Δαμασκόν· οὗτος ἐδίδασκε τὴν ἐπιστήμην τῆς γεωμετρίας καὶ ἐξέδωκε τὸ πλέον ἔξοχον καὶ χρησιμώτατον βιβλίον ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἀρχαὶ ἢ Στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας», ἔργον γενικώτερον, τοῦ ὁποίου δὲν ὑπῆρχεν προηγουμένως εἰς τοὺς Ἕλληνας. Ὅθεν εἶναι εὐνόητον ὅτι Ἕλληνες, Ρωμαῖοι καὶ ὄχι ὀλιγώτερον Ἄραβες συγγραφεῖς ἀνέλαβον τὸ καθῆκον νὰ ἐπεξηγοῦν τοῦτο καὶ ἐδημοσίευσαν πλῆθος σχολίων καὶ σημειώσεων ἐπὶ τοῦ ἔργου τούτου, ὡς καὶ περιλήψεις αὐτοῦ. Ἕνεκα τῆς σημασίας τῆς γεωμετρίας διὰ τὴν φιλοσοφίαν εἶχον ἀναρτήσει ἐπιγραφὴν εἰς τὸ ὑπέρθυρον τῶν Σχολῶν των ὅτι οὐδεὶς ἠδύνατο νὰ εἰσέλθῃ εἰς αὐτὰς ἐὰν δὲν ἐγνώριζε τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου». (Casiri Bibliotheca Arabico-hispana Escurialensis I, σ. 332).

Ἄραβες ἐπίσης συγγραφεῖς ἀναφέρουν ὅτι ὁ Πυθαγόρας (γενν. 580 π. Χ.) ἦτο μαθητὴς τοῦ Σολομῶντος (γενν. 925 π.Χ.) καὶ ὅτι ὁ περίφημος ἀστρονόμος Ἵππαρχος (περίπου 190—125 π.Χ.) ἦτο Χαλδαῖος. Τὸ ὄνομα Εὐκλείδης μερικοὶ Ἄραβες συγγραφεῖς τὸ ἑρμηνεύουν ὡς ἑξῆς : Ucli ἀραβιστὶ σημαίνει κλειδί, καὶ dis σημαίνει μέτρον καὶ κατ' ἐπέκτασιν μέτρον γῆς. Εὐκλείδης ἄρα (Uclidis) σημαίνει τὸ κλειδὶ τῆς γεωμετρίας.

Αἱ ἀνωτέρω πληροφορίαι τῶν Ἀράβων περὶ τοῦ βίου τοῦ Εὐκλείδου δὲν θεωροῦνται ἀκριβεῖς. Εἶναι φανερὰ ἡ σύγχυσις τῶν συγγραφέων αὐτῶν, εἰς ὅ,τι ἀναφέρουν διὰ τὸ ὑπέρθυρον τῶν φιλοσοφικῶν Σχολῶν τῶν Ἑλλήνων, πρὸς τὴν εἰς τὸ ὑπέρθυρον τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος ὑπάρχουσαν ἐπιγραφὴν «μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην». Ἐπίσης φανερὰ εἶναι ἡ ἀνακρίβεια ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἦτο μαθητὴς τοῦ Σολομῶντος καὶ ὅτι ὁ Εὐκλείδης ἔζησεν εἰς τὴν Δαμασκόν, πρωτεύουσαν ἐπὶ πολὺν χρόνον τοῦ ἀραβικοῦ κράτους, ὡς ἐπίσης καὶ ὅτι ὁ Ἵππαρχος ἦτο Χαλδαῖος.

Διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὸν ὅ,τι περὶ τοῦ ἔργου τοῦ Εὐκλείδου εἶναι δυνατὸν νὰ λεχθῇ ἐν συντομίᾳ κρίνομεν σκόπιμον νὰ προτάξωμεν ὀλίγα τινὰ σχετικῶς πρὸς τὴν δημιουργίαν καὶ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν ὑπὸ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων.

⁂

Κατὰ τὰς πληροφορίας τὰς ὁποίας παρέχουν παλαιοὶ συγγραφεῖς, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὁ Ἡρόδοτος καὶ ὁ Ἥρων ὁ Ἀλεξανδρεύς, ἡ μάθησις περὶ τὴν μέτρησιν τῆς γῆς, ἡ γεωμετρία, ἔχει τὰς ἀρχάς της εἰς τοὺς Αἰγυπτίους, οἱ ὁποῖοι ἤχθησαν εἰς τὴν ἀνακάλυψίν της, ἀπὸ τὴν ἀνάγκην μετρήσεως τῆς παρὰ τὰς ὄχθας τοῦ ποταμοῦ Νείλου γῆς. Μεθ' ἑκάστην πλήμμυραν καὶ ἀποχώρησιν τῶν ὑδάτων τοῦ ποταμοῦ ἔπρεπε ἡ διαβραχεῖσα γῆ νὰ μετρῆται πάντοτε, διὰ λόγους κτηματολογικοὺς καὶ φορολογικούς. Οἱ Αἰγύπτιοι εἶχον πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἱδρύσει εἰδικὸν σῶμα τοπογράφων, οἱ ὁποῖοι ὠνομάζοντο Ἁρπεδονάπται.

Τὰ παλαιότερα γραπτὰ τεκμήρια ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν γνῶσιν τῶν γεωμετρικῶν γνώσεων τῶν Αἰγυπτίων εἶναι δύο παλαιοὶ πάπυροι γραφέντες περὶ τὸ ἔτος 1.700 π.Χ. Ὁ εἷς ἐξ αὐτῶν ὀνομάζεται πάπυρος τοῦ Rhind, ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ Ἄγγλου τοῦ ἀποκτήσαντος αὐτὸν ἀρχαιοκαπηλικῶς πρὸ δεκαετηρίδων τινῶν εἰς τὴν Αἴγυπτον. Ἔχει γραφῆ ὑπὸ τοῦ Ahmes, πιθανῶς Αἰγυπτίου μαθηματικοῦ, καὶ φυλάσσεται εἰς τὸ Βρεταννικὸν Μουσεῖον τοῦ Λονδίνου. Ὁ ἄλλος πάπυρος εἶναι μικροτέρας ἐκτάσεως τοῦ παπύρου τοῦ Rhind καὶ φυλάσσεται εἰς τὸ Μουσεῖον τῆς Μόσχας, φέρεται δὲ εἰς τὴν μαθηματικὴν βιβλιογραφίαν, ὑπὸ τὸ ὄνομα πάπυρος τῆς Μόσχας. Καὶ ἀπὸ τοὺς δύο αὐτοὺς παπύρους φαίνεται ὅτι ἡ γεωμετρία τῶν Αἰγυπτίων ἦτο καθαρῶς ἐμπειρικῆς μορφῆς μάθησις χωρὶς νὰ ἔχῃ οὐδὲ τὸ παραμικρὸν στοιχεῖον ἐπιστήμης. Ἡ κατασκευὴ ἐξ ἄλλου τῶν πυραμίδων τῆς Αἰγύπτου μαρτυρεῖ ὅτι ἡ ἐμπειρικὴ γεωμετρία τῶν Αἰγυπτίων ἦτο ἀρκετὰ ἀνεπτυγμένη, ἤδη περὶ τὸ ἔτος 2600 π.Χ., ὅτε κατεσκευάσθη ἡ πυραμὶς τοῦ Χέοπος.

Ἡ δημιουργία τῆς γεωμετρίας ὡς ἐπιστήμης πρὸς ἔρευναν τῶν ἰδιοτήτων τοῦ χώρου εἶναι ἀποκλειστικὸν ἔργον τοῦ ἑλληνικοῦ πνεύματος. Αἱ ἑλληνικαὶ καὶ ἐν προκειμένῳ εἰδήσεις, προερχόμεναι ἐκ συγγραφέων μεταγενεστέρων τοῦ Ἡροδότου, ἀποδίδουν τὴν θεμελίωσιν τῆς γεωμετρίας εἰς τὸν ἐκ τῶν ἑπτὰ σοφῶν τῆς ἀρχαιότητος Θαλῆν τὸν Μιλήσιον. Μετὰ τὸν Θαλῆν ἀναφέρονται ὡς σπουδαῖοι μαθηματικοὶ ὁ Ἀναξίμανδρος καὶ ὁ Μαμέρτιος, ὁ ἀδελφὸς τοῦ ποιητοῦ Στησιχόρου (καταγομένου ἐκ τῆς πόλεως Ἡμέρα τῆς Σικελίας).

Ὁ Πρόκλος εἰς τὰ σχόλιά του ἐπὶ τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἀπαριθμεῖ κατὰ σειρὰν τοὺς σπουδαίους μαθηματικοὺς οἱ ὁποῖοι διὰ τῶν ἀνακαλύψεών των ἐδημιούργησαν τὴν Μαθηματικὴν Ἐπιστήμην. Ἐκτὸς τοῦ Θαλοῦ, τοῦ Ἀναξιμάνδρου καὶ τοῦ Μαμερτίου, μνημονεύονται καὶ οἱ ἑξῆς ἐπιστήμονες μέχρι τοῦ Εὐκλείδου : Πυθαγόρας, Ἱππίας ὁ Ἠλεῖος, Ἀναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος, Οἰνοπίδης ὁ Χῖος, Ἱπποκράτης ὁ Χῖος, Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος, Πλάτων, Λεωδάμας ὁ Θάσιος, Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος, Θεαίτητος ὁ Ἀθηναῖος, Νεοκλείδης, Λέων, Εὔδοξος ὁ Κνίδιος, Ἀμύκλας ὁ Ἡρακλεώτης (ἐκ τῆς παρὰ τὸν Εὔξεινον Πόντον πόλεως Ἡρακλείας), οἱ ἀδελφοὶ Μέναιχμος καὶ Δεινόστρατος, Θεύδιος ὁ Μάγνης (ἐκ τῆς Μαγνησίας τῆς Θεσσαλίας ἢ Μ. Ἀσίας), Ἀθήναιος ὁ ἐκ Κυζίκου, Ἑρμότιμος ὁ Κολοφώνιος, Φίλιππος ὁ Μενδαῖος (ἐκ τῆς Μένδης τῆς Χαλκιδικῆς).

2. Ὄχι πολὺ νεώτερος τῶν μαθητῶν τοῦ Πλάτωνος, προσθέτει ὁ Πρόκλος, ἦτο ὁ Εὐκλείδης, ὁ συναθροίσας ὅλα τὰ μέχρι τῆς ἐποχῆς του στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας καὶ πολλὰ μὲν εὑρεθέντα ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου συντάξας, πολλὰ δὲ ὑπὸ τοῦ Θεαιτήτου ἀνακαλυφθέντα τελειοποιήσας. Προσέτι δὲ ἐκεῖνα τὰ θεωρήματα, τὰ ὁποῖα πρὸ αὐτοῦ δὲν εἶχον αὐστηρὰς ἀποδείξεις τὰ διεμόρφωσε μὲ ἀνελέγκτους ἀποδείξεις. Ἤκμασε δὲ ὁ Εὐκλείδης ἐπὶ τοῦ Πτολεμαίου τοῦ πρώτου· ὁ δὲ Ἀρχιμήδης, μεταγενέστερος τοῦ Εὐκλείδου, τὸν μνημονεύει εἰς τὸ πρῶτον θεώρημά του.

Λέγεται δὲ ὅτι κάποτε ὁ βασιλεὺς Πτολεμαῖος ἐπιθυμήσας νὰ μάθῃ γεωμετρίαν ἠρώτησε τὸν Εὐκλείδην ἂν πρὸς τοῦτο ὑπῆρχε κανεὶς εὔκολος τρόπος καὶ ὁ Εὐκλείδης τοῦ ἀπήντησεν ὅτι δὲν ὑπάρχει βασιλικὸς δρόμος ἐκμαθήσεως τῆς γεωμετρίας (Πτολεμαῖος ἤρετό ποτε αὐτόν, εἴ τις ἔστιν περὶ γεωμετρίαν ὁδὸς συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως· ὁ δὲ ἀπεκρίνατο, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν). (Σημ. Κατὰ τὸν Στοβαῖον, σύγχρονον περίπου τοῦ Πρόκλου, τὸ ἀνέκδοτον αὐτὸ ἀναφέρεται μεταξὺ τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου καὶ τοῦ μαθηματικοῦ Μεναίχμου, μαθητοῦ τοῦ Πλάτωνος) (Στοβ. Ἐκλ. II κεφ. 21, 115).

Εἶναι λοιπὸν ὁ Εὐκλείδης νεώτερος τῶν περὶ Πλάτωνα, μεγαλύτερος ὅμως τοῦ Ἐρατοσθένους καὶ τοῦ Ἀρχιμήδους. Διότι αὐτοὶ ἦσαν σύγχρονοι, ὡς λέγει κάπου ὁ Ἐρατοσθένης. Ἠκολούθει δὲ τὴν φιλοσοφίαν τοῦ Πλάτωνος καὶ δι' αὐτὸ ἔθεσεν ὡς ἐπισφράγισμα τῆς συγγραφῆς τῶν Στοιχείων τὴν κατασκευὴν τῶν λεγομένων πλατωνικῶν σχημάτων (σημ. Νοεῖ τὴν κατασκευὴν καὶ ἐγγραφὴν εἰς σφαῖραν τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων: κύβου, τετραέδρου, ὀκταέδρου, εἰκοσαέδρου, δωδεκαέδρου). Ἐκτὸς ὅμως τῶν Στοιχείων ὁ Εὐκλείδης ἔγραψε καὶ πολλὰ ἄλλα συγγράμματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν θαυμαστὴν ἀκρίβειαν καὶ ἐπιστημοσύνην. Διότι τοιαῦτα εἶναι καὶ τὰ Ὀπτικὰ καὶ τὰ Κατοπτρικά, ὡς ἐπίσης καὶ τὰ Στοιχεῖα τῆς μουσικῆς, προσέτι δὲ καὶ τὸ βιβλίον τὸ ἔχον τὸν τίτλον Περὶ διαιρέσεων (σημ. Νοεῖ διαίρεσιν γεωμετρικῶν σχημάτων).

Εἶναι δὲ πολὺ ἄξιος θαυμασμοῦ διὰ τὴν συγγραφὴν τῶν Στοιχείων τῆς γεωμετρίας ἕνεκα τῆς τάξεως καὶ τῆς ἐκλογῆς τῶν θεωρημάτων καὶ τῶν προβλημάτων τῶν θεωρουμένων ὡς στοιχειωδῶν καὶ ἀπαραιτήτων διὰ κάθε ἄλλην μαθηματικὴν ἔρευναν. Διότι δὲν παρέλαβε ὅσα ἁπλῶς ἦσαν ἀναγκαῖα ὡς θεμέλιον, προσέτι δὲ ἐχρησιμοποίησε καὶ ὅλα τὰ εἴδη τῶν συλλογισμῶν καὶ μεθόδους ἀνελέγκτους καὶ ἀκριβεῖς καὶ οἰκείας πρὸς ἐπιστήμας.

Ἐχρησιμοποίησε δὲ κατὰ τὰς ἀποδείξεις του ὅλας τὰς διαλεκτικὰς μεθόδους, τὴν μὲν διαιρετικὴν διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν εἰδῶν, τὴν δὲ ὁριστικὴν εἰς τοὺς οὐσιώδεις λόγους, τὴν δὲ ἀποδεικτικὴν κατὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τὰς θεμελιώδεις ἀρχὰς εἰς τὰ ζητούμενα, τὴν δὲ ἀναλυτικὴν κατὰ τὴν μετάβασιν ἀντιστρόφως, ἀπὸ τὰ ζητούμενα πρὸς τὰς θεμελιώδεις ἀρχάς. Ἐπὶ πλέον βλέπει κανεὶς εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου τὰ ποικίλα εἴδη τῶν ἀντιστροφῶν καὶ τῶν ἁπλουστέρων καὶ τῶν συνθετωτέρων καὶ ποῖα μὲν ἐκ τῶν θεωρημάτων ἔχουν ἀντίστροφα, ποῖα δὲ ὄχι.

Ἰδιαιτέρως πρέπει νὰ τονίσωμεν τὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν τάξιν ἡ ὁποία παρατηρεῖται κατὰ τὴν σύνδεσιν τῶν προηγουμένων πρὸς τὰ ἑπόμενα θεωρήματα καὶ τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν ἕκαστον ἐξ αὐτῶν ἔχει διαυπωθῆ. Ἐπειδὴ δὲ πολλὰ θεωρήματα μερικὰς φορὰς φαίνονται ὅτι εἶναι ὀρθά, ἐνῷ εἰς τὴν πραγματικότητα δὲν εἶναι, ἔγραψε πραγματείαν ὅπου παραθέτει μεθόδους διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς πλάνης. Ὁ τίτλος τοῦ συγγράμματος αὐτοῦ εἶναι ψευδάρια.

Ἀλλὰ θὰ ἐρωτήσουν πολλοὶ ποῖος εἶναι ὁ σκοπὸς τῆς συγγραφῆς τῶν Στοιχείων ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου; Ἐγὼ θὰ ἀπαντήσω δι' ὀλίγων (συνεχίζει ὁ Πρόκλος) ὅτι ταῦτα ἀποβλέπουν εἰς τὴν τελειοποίησιν τῆς διανοίας. Διότι ὁρμώμενοι ἀπὸ τὰ Στοιχεῖα εἶναι δυνατὸν νὰ μάθωμεν καὶ τὰ ἄλλα μέρη τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης καὶ ἄνευ αὐτῶν εἶναι ἀδύνατον νὰ μάθωμεν ἄλλα πράγματα. Εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου ἔχουν συναθροισθῆ τὰ ἀρχοειδέστατα καὶ ἁπλούστατα θεωρήματα, ὁ δὲ Ἀρχιμήδης καὶ ὁ Ἀπολλώνιος καὶ ὅλοι οἱ ἄλλοι μαθηματικοὶ χρησιμοποιοῦν τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου ὡς ἀρχὰς ἀληθεῖς καὶ ἄνευ ἀμφισβητήσεως». (Πρόκλος εἰς α' Εὐκλείδου σ. 68, Friedlein, Λειψία).

*
**

Πρῶτος, ὁ ὁποῖος ἔγραψεν ἐγχειρίδιον γεωμετρίας ἀναφέρεται ὁ Ἀναξίμανδρος. Κατὰ τὴν ἐποχὴν ὅμως αὐτὴν ἡ γεωμετρία μόλις εἶχεν ἀρχίσει νὰ δημιουργῆται ὡς ἐπιστήμη. Ἑκατὸν περίπου ἔτη βραδύτερον ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐδημοσίευσεν εἰς τὰς Ἀθήνας τὰ μέχρι τῆς ἐποχῆς του γνωστὰ στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας. Φαίνεται δὲ ὅτι τὸ ἔργον αὐτὸ τοῦ Ἱπποκράτους θὰ ἐπέζησε περισσότερον τῶν ἑκατὸν ἐτῶν, μέχρι δηλαδὴ τῆς ἐποχῆς τοῦ Εὐκλείδου, διότι διὰ τὸ χρονικὸν αὐτὸ διάστημα δὲν μνημονεύεται καθόλου ἄλλο βιβλίον περιέχον στοιχεῖα τῶν μαθηματικῶν.

Ἀφ' ὅτου ὁ Εὐκλείδης ἐξέδωκε τὸ περίφημον βιβλίον του ὑπὸ τὸν τίτλον Στοιχεῖα (ὑπολογίζεται, περὶ τὸ 320—310 π.Χ.) κανεὶς ἄλλος δὲν ἐτόλμησε μέχρι σήμερον ἀκόμη, νὰ γράψῃ παρόμοιον βιβλίον. Ἔκτοτε, καὶ εἰς διάστημα 2250 ἐτῶν καὶ πλέον, τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου παραμένουν τὸ μαθηματικὸν Εὐαγγέλιον ὅλης τῆς ἀνθρωπότητος. Αἱ ἐκδόσεις τῶν Στοιχείων εἴτε αὐτουσίων εἴτε κατὰ μέρη, εἰς πολλὰς γλώσσας, εἶναι πάρα πολλαί. Οὐδὲν ἄλλο βιβλίον ἔχει τόσας πολλὰς ἐκδόσεις, ὅσας ἔχουν τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Μόνον ἡ Ἁγία Γραφὴ ἔχει περισσοτέρας ἐκδόσεις.

Ἡ ἔκδοσις τῶν Στοιχείων, ὅπως αὐτὰ ἐγράφησαν ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου, συνεχίσθη ἐπὶ 650 περίπου ἔτη. Κατὰ τὸ ἔτος 370 μ.Χ., ὁ Διευθυντὴς τῆς Σχολῆς τῆς Ἀλεξανδρείας Θέων ὁ Ἀλεξανδρεύς, ἐξέδωκε τὰ Στοιχεῖα μὲ ἀρκετὰς μεταβολάς, ἰδίως τῶν δυσκόλων μερῶν, διὰ νὰ τὰ καταστήσῃ εὐκολώτερα διὰ τοὺς μαθητάς του. Αὐτὴ ἡ ἔκδοσις τοῦ Θέωνος εἶναι ἐκείνη, ἡ ὁποία εἶχε μεγάλην διάδοσιν καὶ ἐπέζησε μέχρι τῶν ἀρχῶν τοῦ 19ου αἰῶνος.

Ὅτε οἱ Γάλλοι κατέλαβον τὴν Ρώμην (1797) ὁ Γάλλος μαθηματικὸς Peyrard, ὅστις ἀνῆκεν εἰς τὸ ἐπιστημονικὸν Ἐπιτελεῖον τοῦ Ναπολέοντος Βοναπάρτου (σημ. Ὁ Ναπολέων συνωδεύετο εἰς τὰς μεγάλας ἐκστρατείας του ὑπὸ πολλῶν ἐπιστημόνων), ἀνεκάλυψεν εἰς τὴν Βιβλιοθήκην τοῦ Βατικανοῦ μίαν ἔκδοσιν τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου στηριζομένην εἰς ἔκδοσιν πολὺ παλαιοτέραν τῆς ἐκδόσεως τοῦ Θέωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως. Κατὰ τὸ 1814—1818 ὁ Peyrard ἐξέδωκεν εἰς Παρισίους τὰ Στοιχεῖα ἐπὶ τῇ βάσει τῆς εὑρεθείσης παλαιοτέρας ἐκδόσεως (τὸ ἀρχαῖον δηλαδὴ κείμενον). Ἔκτοτε τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου ἐκδίδονται ἐπὶ τῇ βάσει τῆς παρισινῆς ἐκδόσεως Peyrard.

Ἐκ πολλῶν ἀραβικῶν ἐκδόσεων τῶν Στοιχείων, αἱ ὁποῖαι χρονολογοῦνται περὶ τὸ 800—1000 π.Χ., φαίνεται ὅτι οἱ Ἄραβες ἐγνώριζον τὴν παλαιοτέραν αὐτὴν ἔκδοσιν τῶν Στοιχείων. Πολλοὶ ὅμως Ἄραβες μαθηματικοὶ ἐχρησιμοποίουν τὴν μεταγενεστέραν ἔκδοσιν τοῦ Θέωνος, ἡ ὁποία ἀνετυποῦτο εἰς τὴν Εὐρώπην εἴτε εἰς τὸ πρωτότυπον εἴτε εἰς μεταφράσεις ἐπὶ 1500 περίπου ἔτη.

Μέχρι σήμερον εἶναι γνωσταὶ 1.800 περίπου ἐκδόσεις τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου εἰς διαφόρους γλώσσας. Ἡ μοναδικὴ βιβλιογραφία διὰ τὰς ἐκδόσεις τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἐδημοσιεύθη κατὰ τὰ ἔτη 1887—1893 ἐν Βολωνίᾳ ὑπὸ τοῦ Ἰταλοῦ P. Riccardi ὑπὸ τὸν τίτλον Saggio di una Bibliografia Euclidea.

Κατὰ τὰ τελευταῖα 75 ἔτη ἔγιναν πολλαὶ ἐκδόσεις τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, εἴτε αὐτουσίων εἴτε παραμορφωμένων, εἰς πολλὰς χώρας τῆς Νοτίου Ἀμερικῆς, τῆς Ἀφρικῆς καὶ τῆς Ἀσίας ἰδίως εἰς τὴν Ἰνδίαν καὶ τὴν Κίναν. Τὴν καταγραφὴν τῶν ἐκδόσεων αὐτῶν ὡς καὶ παλαιοτέρων, αἱ ὁποῖαι ἀκόμη εἶναι ἄγνωστοι, ἔχει ἀναλάβει ὁ διαπρεπὴς καθηγητὴς τοῦ Πολυτεχνείου τοῦ Μονάχου κ. M, Steck ἐν συνεργασίᾳ μετὰ τοῦ ἐν Παρισίοις, εἰς τὸ κέντρον πυρηνικῶν ἐρευνῶν ἐργαζομένου Ἕλληνος ἐπιστήμονος Γεωργίου

Καγιᾶ. Ὁ κ. Καγιᾶς ἔχει ἤδη συγκεντρώσει ὀγκώδη βιβλιογραφίαν διὰ τὰς ἐκδόσεις τῶν ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους.

***

Ἐκ τῶν ἀρχαίων συγγραφέων ἔγραψε σχόλια εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου ὁ Ἥρων ὁ Ἀλεξανδρεὺς (περίπου 1 αἰ. π.Χ.), ὁ Πορφύριος (ἀκμὴ 250 μ.Χ.), ὁ Πάππος (3ος αἰ. μ.Χ.), ὁ Πρόκλος, ὁ Σιμπλίκιος (6ος αἰ. μ.Χ.) καὶ ἄλλοι. Οὐδέποτε ἔπαυσεν ἡ συζήτησις διὰ τὴν ἀξίαν τῶν Στοιχείων καὶ ἰδίως διὰ τὴν ἀξίαν τῶν ἀξιωμάτων, τὰ ὁποῖα προτάσσονται εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον αὐτῶν. Καὶ αὐτὸς ἀκόμη ὁ μέγας γεωμέτρης τῆς ἀρχαιότητος Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος (ἐκ τῆς πόλεως Πέργης τῆς Μ. Ἀσίας, παρὰ τὴν Ἀττάλειαν) ἐπεχείρησε νὰ ἀποδείξῃ τὸ ἀξίωμα τοῦ Εὐκλείδου ὅτι «τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα» καί ἀπέτυχε, διότι τοῦτο δὲν ἀποδεικνύεται καὶ ὀρθῶς ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου κατετάχθη ἡ πρότασις αὐτὴ εἰς τὰ ἀξιώματα. (Πρόκλος εἰς α΄ Εὐκλείδου σελ. 183, 18).

Καὶ πολλοὶ ἄλλοι μαθηματικοί, καθ' ὅλην τὴν μακραίωνα ἱστορίαν τῶν Στοιχείων, ἐπεχείρησαν νὰ διορθώσουν τὸν Εὐκλείδην, ἀλλ' ἀπέτυχον. Μεταξὺ αὐτῶν καταλέγεται τελευταίως καὶ ὁ σπουδαῖος Γερμανὸς μαθηματικὸς Δαβὶδ Χίλμπερτ (David Hilbert 1862 - 1943), ὁ ὁποῖος διετύπωσε σύστημα ἀξιωμάτων ἰδικῆς του ἐμπνεύσεως καὶ ἐπίσης ἀπέτυχεν εἰς τὸ νὰ διορθώσῃ τὸν Εὐκλείδην.

Ὁ πρῶτος Λατῖνος συγγραφεύς, ὅστις ἀναφέρει τὸν Εὐκλείδην εἶναι ὁ Κικέρων. Δὲν εἶναι ὅμως γνωστόν, ἂν ἐπὶ τῆς ἐποχῆς τοῦ Κικέρωνος εἶχον μεταφρασθῆ εἰς τὴν λατινικὴν γλῶσσαν τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Οἱ Ρωμαῖοι ἐπιστήμονες καὶ οἱ περὶ τὴν φιλοσοφίαν ἀσχολούμενοι ἐδιάβαζαν τὰ Στοιχεῖα εἰς τὸ πρωτότυπον, διότι ἡ ἀνωτέρα τάξις τῶν Ρωμαίων ἐμάνθανε καλὰ τὰ ἀρχαῖα ἑλληνικά. Θεωρεῖται πιθανὸν ὅτι ἐβράδυνε πολὺ νὰ γίνῃ ἡ μετάφρασις τῶν Στοιχείων εἰς τὴν λατινικήν, διότι οἱ Ρωμαῖοι δὲν ἐνδιεφέροντο διὰ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην, παρὰ μόνον διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς αὐτῆς. Οὐδεὶς Ρωμαῖος ἀναφέρεται ὅτι ἀνεκάλυψε κάποιο θεώρημα εἰς τὰ μαθηματικά.

Ἡ πρώτη εἰς τὴν λατινικὴν μετάφρασις μερικῶν βιβλίων τῶν Στοιχείων ἀποδίδεται εἰς τὸν Ρωμαῖον Βοήθιον (Boethius περίπου 480 - 524 μ.Χ.).

3. Ὅταν οἱ Ἄραβες κατέλαβον περὶ τὸ 711 μ.Χ. μέγα μέρος τῆς Ἱσπανίας εἰσήγαγον ἐκεῖ τὴν διδασκαλίαν τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου. Ἔκτοτε ἡ διδασκαλία αὐτὴ διεδόθη καὶ εἰς τὴν λοιπὴν Εὐρώπην ἐκ μεταφράσεως τῶν Στοιχείων ἐκ τῆς ἀραβικῆς εἰς τὴν λατινικὴν γλῶσσαν. Δὲν εἶναι ὅμως γνωστοὶ οἱ μεταφρασταὶ τῆς ἐποχῆς ἐκείνης. Ἡ πρώτη γνωστὴ μετάφρασις τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου εἰς τὴν λατινικὴν ἔγινεν εἰς τὴν Ἀγγλίαν ὑπὸ τοῦ

Athelhard περὶ τὸ 1120, ἐκ τῆς ἀραβικῆς, ὁπότε διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ζωήν των οἱ Ἄγγλοι ἐμορφώθησαν πολύ. Ἡ δευτέρα μετάφρασις ἔγινεν εἰς τὴν Ἰταλίαν ὑπὸ τοῦ Γεράρδου τῆς Κρεμόνας (1114 - 1187) καὶ ἡ τρίτη, ἐπίσης ἐκ τῆς ἀραβικῆς εἰς τὴν λατινικήν, ὑπὸ τοῦ Ἰωάννου Καμπάνους τῆς Νοβάρας (Ἰταλίας) περὶ τὸ 1260.

Ἡ μετάφρασις τοῦ Καμπάνους εἶχε τὴν τύχην νὰ ἐκδοθῇ διὰ τοῦ Τύπου περὶ τὸ 1482 (ἡ τυπογραφία ἀνεκαλύφθη περὶ τὸ 1445), ἔκτοτε δὲ ἡ λατινικὴ αὐτὴ ἔκδοσις τῶν Στοιχείων διεδόθη εἰς ὅλην τὴν Εὐρώπην. Λατινικὴ μετάφρασις τῶν Στοιχείων, ἐκ τοῦ ἀρχαίου ὅμως ἑλληνικοῦ κειμένου καὶ ὄχι ἐκ τοῦ ἀραβικοῦ ἔγινε τὸ πρῶτον εἰς τὴν Βενετίαν ὑπὸ τοῦ B. Zampert (1505). Τὸ ἑλληνικὸν κείμενον ἐξεδόθη διὰ τοῦ Τύπου εἰς τὴν Βασιλείαν τῆς Ἑλβετίας τὸ πρῶτον ὑπὸ τοῦ S. Grynaeus κατὰ τὸ ἔτος 1533. Ἔκτοτε ἔγιναν πολλαὶ ἐκδόσεις τῶν Στοιχείων εἰς τὴν ἑλληνικὴν μὲ ἀντίστοιχον μετάφρασιν εἰς τὴν λατινικήν. Ἀπὸ τῆς ἐποχῆς αὐτῆς εἰσήχθη ἡ διδασκαλία τῶν Στοιχείων εἰς ὅλα σχεδὸν τὰ Γυμνάσια τῆς Εὐρώπης, Εἰς πολλὰ δὲ Πανεπιστήμια τῆς Ἀγγλίας ἱδρύθη ἕδρα ὑπὸ τὸ ὄνομα «Εὐκλείδης» τῆς ὁποίας ὁ καθηγητὴς ἐδίδασκεν ἀποκλειστικῶς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Ἡ ἕδρα αὐτὴ ὑπάρχει καὶ σήμερον.

Εἰς τὴν Κωνσταντινούπολιν, μέχρι τῆς ἐποχῆς τῆς ἁλώσεως αὐτῆς, ἐξεδίδοντο τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου εἰς τὴν ἀρχαίαν ἑλληνικὴν γλῶσσαν. Δὲν εἶναι ὅμως γνωστὸν πότε ἔγιναν αἱ διάφοροι ἐκδόσεις. Ὑποτίθεται ὅτι περὶ τὸ 900 μ. Χ., ὅτε ὁ αὐτοκράτωρ Λέων ὁ σοφὸς παρήγγειλε τὴν συγκέντρωσιν καὶ ἔκδοσιν κειμένων ἀρχαίων συγγραφέων θὰ περιελαμβάνετο εἰς αὐτοὺς καὶ ὁ Εὐκλείδης. Ὅτε μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου ἤνθησαν ἑλληνικαὶ Σχολαὶ εἰς διαφόρους πόλεις τῆς δούλης Ἑλλάδος τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου ἐξεδίδοντο ἐν περιλήψει εἰς τὴν νέαν ἑλληνικὴν ἐκ λατινικῆς μεταφράσεως, χρησιμοποιουμένης εἰς τὰ εὐρωπαϊκὰ σχολεῖα.

Μεταξὺ τῶν μεταφρασθέντων βιβλίων ἀναφέρεται καὶ ἡ: «γεωμετρία τοῦ Α. Ταχουεντίου, μετὰ σημειώσεων τοῦ Οὐΐστωνος, ἐξελληνισθεῖσα μὲν ἐκ τῆς λατινίδος φωνῆς ὑπὸ τοῦ Πανιερωτάτου Ἀρχιεπισκόπου Εὐγενίου τοῦ Βουλγάρεως, ἱεροδιακόνου ἔτι ὄντος, καὶ σχολαρχοῦντος ἔν τε Ἰωαννίνοις καὶ ἐν τῇ Ἀθωνιάδι Ἀκαδημίᾳ καὶ ἐν Κων)πόλει πρὸς ἀκρόασιν τῶν παρ' αὐτῷ μαθητιώντων, τὰ νῦν δὲ τύποις ἐκδοθέντα ὑπὸ τῆς Αὐταδελφότητος τῶν Ζωσιμαδῶν, ἐπὶ τῷ διανεμηθῆναι δωρεὰν τοῖς φιλεπιστήμοσιν Ἑλλήνων νεανίσκοις. Ἐν Βιέννῃ τῆς Αὐστρίας, ἐν τῇ ἑλληνικῇ Τυπογραφίᾳ Γεωργίου Βενδώτη, 1805».

Ἡ καλυτέρα ἔκδοσις τῶν ἔργων τοῦ Εὐκλείδου (τοῦ ἀρχαίου κειμένου μὲ ἀντίστοιχον λατινικὴν μετάφρασιν) εἶναι ἡ γενομένη ὑπὸ τοῦ Δανοῦ I. L. Heiberg καὶ τοῦ Menge εἰς ὀκτὼ τόμους, ἀπὸ τοῦ 1883 - 1916. Εἰς τοὺς πρώτους τέσσαρας τόμους (1883—86) περιλαμβάνονται τὰ Στοιχεῖα, ἐνῷ εἰς τὸν πέμπτον ἔχουν συναθροισθῆ τὰ σχόλια τῶν ἀρχαίων (1888). Εἰς τὸν ἕκτον τόμον περιλαμβάνεται τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον «Δεδομένα» ἔργον (1896), ἐνῷ εἰς τὸ ἕβδομον τὰ ὑπὸ τοὺς τίτλους «Ὀπτικὰ καὶ Κατοπτρικὰ» (1895) καὶ εἰς τὸν ὄγδοον τὰ ὑπὸ τοὺς τίτλους «Φαινόμενα, Κατατομὴ Κανόνος, Εἰσαγωγὴ Ἁρμονική» (1916). Οἱ αὐτοὶ συγγραφεῖς μὲ τὴν συνεργασίαν τοῦ Γερμανοῦ καθηγητοῦ Curtze ἐξέδοσαν εἰς τὴν λατινικὴν ἕνα τόμον σχολίων τοῦ 10ου βιβλίου τῶν Στοιχείων ἐκ τῆς ἀραβικῆς (τοῦ Ἄραβος an - Nairizi (Anaritius) 1899, Λειψία).

Ὅλαι αἱ προηγούμεναι ἐκδόσεις τοῦ ἀρχαίου ἑλληνικοῦ κειμένου τῶν Στοιχείων ἔχουν ἐξαντληθῆ. Ὁ ἐκδοτικὸς οἶκος τῆς Λειψίας B. Teubner ἀνέλαβε πάλιν τὴν ἐπανέκδοσιν καὶ ἀνέθεσε τὴν ἐπιμέλειαν τῆς ἐκδόσεως εἰς ἐμέ. Εἰς τὴν ἐπανέκδοσιν θὰ περιλαμβάνεται μόνον τὸ ἀρχαῖον κείμενον μὲ τὰς συναφεῖς μαρτυρίας, αἱ ὁποῖαι λείπουν εἰς τὰς προηγουμένας ἐκδόσεις.

Εἰς τὴν Ἑλλάδα (Ἀθήνας) ἐξεδόθησαν τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου εἰς τέσσαρας τόμους, ὑπὸ τοῦ γράφοντος τὰς γραμμὰς αὐτάς, κατὰ τὰ ἔτη 1952 - 1957, ἤτοι τοὐλάχιστον 1000 ἔτη μετὰ τὴν ὑποτιθεμένην ἔκδοσιν τοῦ αὐτοκράτορος Λέοντος τοῦ σοφοῦ. Εἰς τὴν ἔκδοσιν αὐτὴν τῶν Ἀθηνῶν, ἡ ὁποία ἐστηρίχθη εἰς τὴν γερμανικὴν ἔκδοσιν τῆς Λειψίας περιλαμβάνεται τὸ ἀρχαῖον κείμενον μὲ ἀντίστοιχον μετάφρασιν εἰς τὴν νέαν ἑλληνικὴν καὶ ἐπεξηγήσεις τῶν δυσκόλων θεωρημάτων.

***

Ἐκ τοῦ τίτλου Στοιχεῖα, τὸν ὁποῖον φέρει τὸ κύριον ἔργον τοῦ Εὐκλείδου καὶ ἀπὸ τὴν μελέτην αὐτῶν ἀντιλαμβάνεται κανεὶς ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο περιέχει τὰ στοιχεῖα τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης, ἤτοι τῆς γεωμετρίας, τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν καὶ τῆς ἀλγέβρας. Ὁ ὅρος «ἄλγεβρα» δὲν εἶναι ἑλληνικός, εἶναι ἀραβικός. Στοιχεῖα ὅμως τῆς ἀλγέβρας περιλαμβάνει ὁ Εὐκλείδης εἰς τὰ Στοιχεῖα του ὑπὸ μορφὴν γεωμετρικῶν θεωρημάτων, τὰ ὁποῖα οἱ νεώτεροι ὀνομάζουν γεωμετρικὴν ἄλγεβραν.

Ἡ στοιχειώδης μαθηματικὴ παραγωγὴ κατὰ τὴν γιγαντιαίαν πράγματι προσπάθειαν τοῦ ἑλληνικοῦ πνεύματος ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Θαλοῦ μέχρι τῆς ἐποχῆς τοῦ Εὐκλείδου (600 - 300 π.Χ.) ἔχει συγκεντρωθῆ ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου μὲ τάξιν καὶ ἐπιστημονικότητα ἀπαράμιλλον. Κάθε κριτικὴν τὰ Στοιχεῖα τὴν ὑφίστανται νικηφόρως. Καὶ αὐτὸ ἀποδεικνύει ὅτι ὁ Εὐκλείδης ἦτο μέγας μαθηματικός. Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν εἰς τὰ Στοιχεῖα περιλαμβάνωνται καὶ θεωρήματα, τὰ ὁποῖα ἔχει τυχὸν ἀνακαλύψει ὁ Εὐκλείδης. Πολλαὶ ὅμως ἐνδείξεις μαρτυροῦν ὅτι κατὰ πᾶσαν πιθανότητα πολλὰ θεωρήματα εἶναι ἐπινοήσεις τοῦ Εὐκλείδου.

Ἐὰν κανεὶς διαβάζῃ τὰ Στοιχεῖα εἰς τὸ πρωτότυπον, καταλήγει εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ Εὐκλείδης ἦτο πράγματι ὄχι μόνον μέγας μαθηματικός, ἀλλὰ καὶ συγχρόνως καὶ μέγας καλλιτέχνης. Ὅπως ὁ Φειδίας ἦτο καλλιτέχνης τοῦ μαρμάρου, οὕτω πως καὶ ὁ Εὐκλείδης ἦτο καλλιτέχνης τοῦ πνεύματος. Εἶναι, ὅπως λέγουν μερικοί, ὁ Φειδίας τοῦ πνεύματος. Ἡ διατύπωσις τῶν προτάσεων καὶ ἀποδείξεων ἔχει γίνει μὲ καλλιτεχνίαν ἄφθαστον.

Παλαιότερον πρὸς διάκρισιν τοῦ Εὐκλείδου, τοῦ συγγραφέως τῶν Στοιχείων τῶν μαθηματικῶν, ἀπὸ τοῦ ἐκ Μεγάρων φιλοσόφου Εὐκλείδου (συγχρόνου τοῦ Σωκράτους) ὁ Εὐκλείδης ὠνομάζετο «Εὐκλείδης ὁ στοιχειωτής». Μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου ἐχρησιμοποιεῖτο μόνον ἡ λέξις στοιχειωτής, ἀντὶ τῆς λέξεως Εὐκλείδης καὶ ἡ λέξις στοιχείωσις ἀντὶ Στοιχεῖα.

⁂

Τὰ Στοιχεῖα περιέχονται εἰς 13 βιβλία. Συνεκδίδονται ὅμως μὲ αὐτὰ καὶ ἄλλα δύο βιβλία γεωμετρικοῦ περιεχομένου, διὰ τὰ ὁποῖα ἡ νεωτέρα κριτικὴ ἀποφαίνεται ὅτι δὲν ἐγράφησαν ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη διαιροῦν μερικοὶ τὰ Στοιχεῖα ἀπὸ ἀπόψεως περιεχομένου καὶ διατάξεως τῆς ὕλης των εἰς τέσσαρα κύρια μέρη.

Εἰς τὸ πρῶτον μέρος, ὅπου προτάσσονται θεμελιώδεις ὁρισμοὶ τῶν γεωμετρικῶν σχημάτων καὶ ἐκτίθενται τὰ ἀξιώματα, ἐρευνῶνται τὰ γεωμετρικὰ μεγέθη εἰς τὸ ἐπίπεδον καὶ αἱ ἀμοιβαῖαι σχέσεις των, καθ' ἃς ταῦτα εἶναι ἴσα ἢ ἄνισα. Καὶ ὅταν μὲν ταῦτα εἶναι ἴσα εἶναι ἀρκετὴ ἡ ἀπόδειξις τῆς ἰσότητος αὐτῶν, ὅταν δὲ εἶναι ἄνισα πρέπει νὰ μετρηθῇ καὶ ὁ βαθμὸς τῆς ἀνισότητος. Πρὸς τοῦτο ὅμως χρειάζεται ὁ ἀριθμὸς διὰ τοῦ ὁποίου ἐκφράζεται τὸ μέτρον ἑκάστου μεγέθους καὶ συνεπῶς ἀπαιτεῖται σπουδὴ τῶν ἀριθμῶν, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸ δεύτερον κύριον μέρος τῶν στοιχείων.

Ὁ πλήρως ὁρισθεὶς ἀριθμὸς δὲν ἐξαρκεῖ εἰς τὴν μέτρησιν ὅλων ἐκείνων τῶν μεγεθῶν, ἅτινα ὑπόκεινται εἰς τὴν γεωμετρικὴν ἔρευναν. Ὑπάρχουν γεωμετρικὰ ἀντικείμενα, γραμμαὶ ἢ ἐπιφάνειαι ἢ στερεά, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθοῦν μὲ τὸ αὐτὸ κοινὸν μέτρον. Αὐτὰ ὀνομάζονται ἀσύμμετρα μεγέθη καὶ ἡ σπουδὴ αὐτῶν εἶναι ἀπαραίτητος. Ὅθεν τὸ τρίτον μέρος τῶν Στοιχείων ἀφορᾷ εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν. Τέλος, τὸ τέταρτον μέρος τῶν Στοιχείων ἀφορᾷ εἰς τὴν σπουδὴν τῶν γεωμετρικῶν ἰδιοτήτων τῶν στερεῶν καὶ ἀποτελεῖ τὸ ἐπιστέγασμα τοῦ ὅλου ἔργου τῶν Στοιχείων.

Εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου, ὡς καὶ εἰς μερικὰ ἄλλα σωζόμενα ἔργα του δὲν ὑπάρχει εἰσαγωγή. Τοῦτο δὲν συμβαίνει εἰς τὰ ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ τοῦ Ἀπολλωνίου. Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν εἰς τὰς πραγματείας τοῦ Εὐκλείδου ὑπῆρχε εἰσαγωγὴ οὔτε ἀπαντᾷ ὑπαινιγμός τις περὶ τούτου τῶν σχολιαστῶν τῶν εὐκλειδείων ἔργων. Ἀπὸ τοὺς σχολιαστὰς αὐτοὺς πληροφορούμεθα ὅτι τὰ πρῶτα βιβλία τῶν Στοιχείων, τὰ ἀφορῶντα εἰς τὴν ἐπιπεδομετρίαν προέρχονται κατὰ πολὺ μέρος ἐκ τῶν Πυθαγορείων. Κατ' ἀνώνυμον σχολιαστὴν ὁλόκληρον τὸ πέμπτον βιβλίον εἶναι ἐπινόησις τοῦ Εὐδόξου (25 θεωρήματα), ἐνῷ ἡ σύνταξις καὶ ἡ διάταξις αὐτῶν, ὡς καὶ ἡ ἀνέλεγκτος διατύπωσις τῶν ἀποδείξεων, ὀφείλονται εἰς τὸν Εὐκλείδην.

Τὸ δέκατον βιβλίον, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ τελειότερον, ἐκτενέστερον (115 θεωρήματα) καὶ δυσκολώτατον, ἀποδίδεται ὑπὸ Ἄραβος σχολιαστοῦ εἰς τὸν μαθηματικὸν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος Θεαίτητον. Ἡ διάταξις ὅμως καὶ ἡ σύνταξις τῶν ἀποδείξεων εἶναι εὐκλείδεια. Εἰς τὸν Θεαίτητον ἀποδίδεται ἐπίσης ἡ κατασκευὴ μερικῶν κανονικῶν πολυέδρων ἐκ τῶν ἐγγραφομένων εἰς τὴν σφαῖραν. Ὁ Ἀρχιμήδης μᾶς πληροφορεῖ ὅτι ὁ Εὔδοξος εἶχεν ἀνακαλύψει σπουδαῖα θεωρήματα τῆς στερεομετρίας, τὰ ὁποῖα περιλαμβάνονται εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Ἡ διατύπωσις τοῦ θεμελιώδους ἀξιώματος τῶν παραλλήλων ἀποδίδεται, κατ' ὁμόφωνον γνώμην τῆς νεωτέρας κριτικῆς τῶν Στοιχείων, προσωπικῶς εἰς τὸν Εὐκλείδην.

Αἱ προτάσεις τῶν Στοιχείων διακρίνονται εἰς δύο κατηγορίας, εἰς θεωρήματα καὶ εἰς προβλήματα. Εἰς τὰ θεωρήματα ἀνήκουν αἱ προτάσεις, τῶν ὁποίων ζητεῖται ἡ εὕρεσις τῆς ἀληθείας, δηλαδὴ τοῦ ἰσχυρισμοῦ των, ἀποδεικτικῶς. Εἰς τὰ προβλήματα ἀνήκουν αἱ προτάσεις εἰς τὰς ὁποίας ζητεῖται ἡ κατασκευὴ ὡρισμένου γεωμετρικοῦ σχήματος.

Μετὰ τὴν ἀπόδειξιν ἑκάστου θεωρήματος ὁ Εὐκλείδης ἐπαναλαμβάνει τὴν ἐκφώνησιν αὐτοῦ καὶ προσθέτει: ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Εἰς τὸ τέλος ἑκάστου προβλήματος, μετὰ τὴν παράθεσιν τῆς ἐκφωνήσεως προσθέτει τὴν φράσιν: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. Δὲν ὑπάρχουν μαρτυρίαι διὰ νὰ κρίνωμεν ἂν αἱ φράσεις αὗται ἐχρησιμοποιοῦντο ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων ἢ ὑπὸ τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος.

Μεταξὺ τῶν προτάσεων τῶν Στοιχείων ἀπαντῶμεν μερικὰς ὑπὸ τὸν τίτλον Πόρισμα καὶ Λῆμμα. Ἡ ἀλήθεια τοῦ πορίσματος δὲν ζητεῖται ἐξ ὑπαρχῆς, ἀλλὰ ἐὰν γεωμετρικὴ πρότασις τεθῇ πρὸς ἀπόδειξιν καὶ εὑρεθῇ ἀποδεικτικῶς ἡ ἀλήθεια αὐτῆς, ἐξ αὐτῆς ὅμως τῆς ἀποδείξεως συνάγεται καὶ ἡ ἀλήθεια ἄλλης προτάσεως, ἡ ὁποία δὲν εἶχε τεθῆ πρὸς ἀπόδειξιν, ἡ τελευταία αὐτὴ πρότασις λέγεται πόρισμα. Ὑπὸ τὸν ὅρον λῆμμα νοεῖται βοηθητικὴ πρότασις χρησιμεύουσα (λαμβανομένη) πρὸς ἀπόδειξιν ἄλλης προτάσεως. Εἰς μερικὰ λήμματα τῶν Στοιχείων γίνεται καὶ ἀπόδειξις. Ὁ Ἀρχιμήδης χρησιμοποιεῖ τὸ λῆμμα ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀξιώματος, ὅπως π.χ. Λαμβάνω δὲ ταῦτα: «Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν». (Ἀρχιμήδους, Περὶ Σφαίρας καὶ κυλίνδρου Α΄ σελ. 8, I. L. Heiberg, Λειψία 1910).

Τὸ περιεχόμενον τῶν Στοιχείων

4. Εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου προτάσσονται 23 ὁρισμοί, 5 αἰτήματα καὶ 9 κοιναὶ ἔννοιαι. Ἀκολούθως ἕπονται τὰ θεωρήματα

καὶ τὰ προβλήματα. Ἐν προκειμένῳ ὁ Εὐκλείδης ἀκολουθεῖ τὴν διάταξιν, τὴν ὁποίαν ἔχει καθορίσει ὁ Ἀριστοτέλης διὰ τὴν συγκρότησιν μιᾶς ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης. Καθορίζει διὰ τῶν ὁρισμῶν τὸ ἐπιστητόν, τὸ ὁποῖον θὰ εἶναι τὸ ἀντικείμενον τῆς μαθηματικῆς ἐρεύνης, χωρὶς ὅμως νὰ ἐξαντλῇ καθ' ὁλοκληρίαν τὸ ἐπιστητὸν αὐτό. Βραδύτερον παρέχει εἰς καταλλήλους θέσεις καὶ ἄλλους ἀναγκαίους ὁρισμούς.

Οἱ ὅροι «αἰτήματα» καὶ «κοιναὶ ἔννοιαι» δὲν ἀπαντοῦν εἰς τὰ συγγράμματα τοῦ Πλάτωνος καὶ εἰς τὰ σωζόμενα συγγράμματα τοῦ Ἀριστοτέλους. Ὡς ἐκ τούτου θεωρεῖται πολὺ πιθανὸν ὅτι οἱ ὅροι αὐτοὶ εἶναι δημιουργήματα τοῦ Εὐκλείδου ἢ ἐν μέρει καὶ τοῦ Αὐτολύκου, σπουδαίου μαθηματικοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι παλαιότερος τοῦ Εὐκλείδου κατὰ 25 περίπου ἔτη. Ὁ Ἀριστοτέλης καὶ διὰ τοὺς δύο αὐτοὺς ὅρους χρησιμοποιεῖ τὴν λέξιν ἀξίωμα, τὴν ὁποίαν ἔχει υἱοθετήσει καὶ χρησιμοποιεῖ καὶ ἡ σύγχρονος ἐπιστήμη. Διὰ νὰ γίνῃ καταληπτὴ ἡ μικρὰ διαφορά, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ αἰτήματος καὶ κοινῆς ἐννοίας παραθέτομεν τὰ δύο πρῶτα αἰτήματα καὶ ἐν συνεχείᾳ τὰς δύο πρώτας κοινὰς ἐννοίας.

Αἰτήματα: 1) Δεχόμεθα ὅτι ἀπὸ παντὸς σημείου εἶναι δυνατὸν εἰς πᾶν σημεῖον νὰ ἄγεται εὐθεῖα γραμμή. 2) Ἓν τμῆμα εὐθείας εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκβληθῇ εὐθυγράμμως καὶ ἀπὸ τὰ δύο μέρη.

Κοιναὶ ἔννοιαι: 1) Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ εἶναι καὶ μεταξύ των ἴσα. 2) Καὶ ἐὰν εἰς ἴσα προστεθοῦν ἴσα, τὰ ὅλα εἶναι ἴσα. (Ἠτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν. 2) Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν. 1) Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. 2) Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα).

Εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον τῶν Στοιχείων, τὸ ὁποῖον περιέχει 48 θεωρήματα καὶ προβλήματα ἐξετάζονται τὰ περὶ παραλλήλων εὐθειῶν καὶ αἱ ἰδιότητες τοῦ τριγώνου. Ὡς 47ον θεώρημα περιλαμβάνεται τὸ πυθαγόρειον θεώρημα, τὸ ὁποῖον λέγει ὅτι εἰς πᾶν ὀρθογώνιον τρίγωνον τὸ τετράγωνον τῆς μεγαλυτέρας πλευρᾶς (ὑποτεινούσης) ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν δύο ἄλλων πλευρῶν.

Τὸ δεύτερον βιβλίον περιέχει 14 θεωρήματα καὶ προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα κυρίως ἐξετάζονται γεωμετρικῶς θεμελιώδεις ταυτότητες τῆς ἀλγέβρας. Ὡς ἑνδεκάτη πρότασις (πρόβλημα) ἐξετάζεται τὸ λεγόμενον ὑπὸ τῶν νεωτέρων θεώρημα τῆς χρυσῆς τομῆς.

Εἰς τὸ τρίτον βιβλίον, ὅπου περιέχονται 37 θεωρήματα καὶ προβλήματα ἐξετάζονται αἱ ἰδιότητες τοῦ κύκλου, ἀφοῦ προτίθενται 11 ὁρισμοί, εἰς τοὺς ὁποίους καθορίζεται πότε οἱ κύκλοι εἶναι ἴσοι, πότε εὐθεῖα ἐφάπτεται κύκλου κλπ.

Εἰς τὸ τέταρτον βιβλίον, ἀφοῦ προτάσσονται 7 ὁρισμοὶ ἐξετάζεται ἡ κατασκευὴ τῶν ἁπλουστέρων κανονικῶν πολυγώνων καὶ ἡ ἐγγραφὴ καὶ περιγραφὴ αὐτῶν εἰς κύκλον εἰς 16 προτάσεις.

Εἰς τὸ πέμπτον βιβλίον προτάσσονται 18 ὁρισμοὶ καὶ ἀκολουθοῦν 25 θεωρήματα, εἰς τὰ ὁποῖα ἐρευνῶνται ἰδιότητες τῶν ἀναλογιῶν. Τὸν τέταρτον ὁρισμὸν οἱ νεώτεροι τὸν ὀνομάζουν ἀξίωμα τῆς συνεχείας, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιοῦν εἰς τὰ Ἀνώτερα λεγόμενα Μαθηματικά. Ὁ πέμπτος καθορίζει εὐφυέστατα, κατὰ τοὺς νεωτέρους, τὴν ἰσότητα δύο λόγων (λόγος εἶναι ἡ παράστασις τῆς διαιρέσεως ἀριθμοῦ δι' ἄλλου), ὅταν οὗτοι ἀπαρτίζωνται ἀπὸ ἀσυμμέτρους ἀριθμούς.

Εἰς τὸ ἕκτον βιβλίον προτάσσονται πέντε ὁρισμοὶ καὶ ἀκολουθοῦν 33 θεωρήματα, εἰς τὰ ὁποῖα γίνεται ἡ ἔρευνα ὁμοίων σχημάτων.

Τὰ βιβλία 7, 8, 9 περιέχουν τὰ στοιχεῖα τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν. Εἰς τὸ ἕβδομον βιβλίον προτάσσονται 23 ὁρισμοὶ καὶ ἀκολουθοῦν 39 θεωρήματα. Εἰς τὰ βιβλία ὄγδοον καὶ ἔνατον δὲν ὑπάρχουν ὁρισμοί, διότι θεωροῦνται ἀρκετοὶ οἱ προτασσόμενοι εἰς τὸ ἕβδομον βιβλίον. Τὸ ὄγδοον βιβλίον περιέχει 27 θεωρήματα, ἐνῷ τὸ ἔνατον περιέχει 36.

Τὸ δέκατον βιβλίον εἶναι τὸ ἐκτενέστερον ὅλων. Περιέχει 4 ὁρισμοὺς καὶ 115 θεωρήματα. Εἶναι τὸ δυσκολώτερον ἀπὸ ὅλα τὰ βιβλία τῶν Στοιχείων. Εἶναι ζήτημα ἂν ὑπάρχουν ἐλάχιστοι μαθηματικοὶ εἰς τὸν κόσμον, οἱ ὁποῖοι τὸ κατανοοῦν. Ἐξ ἄλλου δὲν ὑπάρχει ὁμοφωνία μεταξὺ τῶν εἰδικῶν διὰ τὸν σκοπὸν τοῦ βιβλίου αὐτοῦ, τὸ ὁποῖον κατά τινας ἀποσκοπεῖ εἰς τὸ νὰ δείξῃ ὅτι ἡ ἁρμονία τοῦ σύμπαντος διέπεται ὑπὸ τῆς συμμετρίας καὶ τῆς ἀσυμμετρίας, αἱ ὁποῖαι συνδυαζόμεναι παράγουν ἁρμονίαν, ὡς θεωρεῖται ὅτι νοεῖται τοῦτο ὑπὸ τῆς πλατωνικῆς διδασκαλίας.

Ὁ Γάλλος συγγραφεὺς Paul - Henri Michel γράφει εἰς τὸ σύγγραμμά του Ἀπὸ τοῦ Πυθαγόρα μέχρι τοῦ Εὐκλείδου, ὅτι εἰς τὴν βάσιν τοῦ οἰκοδομήματος τοῦ δεκάτου βιβλίου τῶν Στοιχείων ἀνευρίσκομεν τὰς τρεῖς πρώτας ἀναλογίας (τὴν ἀριθμητικήν, τὴν γεωμετρικὴν καὶ τὴν ἁρμονικήν), ὡς ἓν ἐνθύμιον τοῦ ἀρχαίου Πυθαγορισμοῦ καὶ ὡς μίαν μαρτυρίαν τῆς εὐκλειδείου πίστεως πρὸς τὸ πνεῦμα τοῦ Πλάτωνος (De Pythagore à Euclide, σελ. 455 Paris, 1950).

Τὰ βιβλία ἑνδέκατον, δωδέκατον, δέκατον τρίτον ἀφοροῦν εἰς τὴν στερεομετρίαν. Τοῦ ἑνδεκάτου βιβλίου προτάσσονται 28 ὁρισμοί, οἱ ὁποῖοι καθορίζουν τὰ στερεὰ σχήματα καὶ ἕπονται 39 θεωρήματα, εἰς τὰ ὁποῖα ἐξετάζονται τὰ πρίσματα. Ἡ πυραμίς, ὁ κῶνος, ὁ κύλινδρος καὶ ἡ σφαῖρα, ἐξετάζονται εἰς 18 θεωρήματα τοῦ δωδεκάτου βιβλίου, ἐνῷ ἡ σπουδὴ καὶ ἡ ἐγγραφὴ τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων εἰς σφαῖραν γίνεται εἰς τὸ δέκατον τρίτον καὶ τελευταῖον βιβλίον τῶν Στοιχείων, τὸ ὁποῖον περιέχει ἐπίσης 18 θεωρήματα.

*
**

Εἰς τὰ γεωμετρικὰ σχήματα τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου χρησιμοποιοῦνται εὐθεῖαι γραμμαὶ καὶ κύκλοι καὶ καμμία ἄλλη καμπύλη. Τὰ ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων σχεδιάζονται αἱ εὐθεῖαι γράμμαὶ καί οἱ κύκλοι εἶναι ὁ κανὼν καὶ ὁ διαβήτης ἀντιστοίχως. Πολλὰ ἔτη πρὸ τοῦ Εὐκλείδου οἱ Ἕλληνες ἐχρησιμοποίησαν εἰς τὰ μαθηματικὰ τῶν καὶ ἄλλας καμπύλας, ὅπως π.χ. τὰς κωνικὰς τομάς. Αἱ κωνικαὶ τομαὶ δὲν ἐμπίπτουν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν στοιχείων τῶν μαθηματικῶν, ἀλλὰ εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἀνωτέρων μαθηματικῶν, ὡς ὑποτίθεται ὑπό τινων ὅτι ἐθεωροῦντο κατὰ τὴν ἀρχαιότητα αἱ κωνικαὶ τομαὶ (παραβολή, ἔλλειψις, ὑπερβολή). Ἐξ ἄλλου ἡ στοιχειώδης σπουδὴ τῶν κωνικῶν τομῶν γίνεται εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου μόνον δι' εὐθειῶν γραμμῶν.

Μεγάλην ἐντύπωσιν προκαλεῖ τὸ γεγονὸς ὅτι καὶ εἰς τὰ 13 βιβλία τῶν Στοιχείων δὲν ὑπάρχει κανεὶς ἀριθμητικὸς ὑπολογισμός. Οἱ ἀριθμητικοὶ ὑπολογισμοὶ δὲν ἔχουν σχέσιν μὲ τὴν διάπλασιν τῆς ψυχῆς τοῦ ἀνθρώπου καὶ μὲ τὴν ἐπιστήμην. Οὗτοι καθὼς καὶ τὰ στοιχειώδη γράμματα εἶναι ὑπόθεσις τῶν καθημερινῶν ἀναγκῶν καὶ τῆς Τεχνικῆς καὶ εἶχον ἀφεθῆ κατὰ τὴν ἀρχαιότητα εἰς τὰ καθήκοντα τῶν δούλων, Pauly - Wissowa R. E., λ. Διδάσκαλος.

*
**

Ἐκ τῶν περισωθέντων ἄλλων ἔργων τοῦ Εὐκλείδου γνήσια θεωροῦνται τὰ ὑπὸ τοὺς τίτλους Δεδομένα καὶ Φαινόμενα. Τὰ Δεδομένα περιέχουν 94 θεωρήματα, συνεκδίδονται δὲ μὲ τὰ σχόλια τὰ ὁποῖα ἔχει γράψει ἐπ' αὐτῶν ὁ φιλόσοφος Μαρῖνος, ὅστις περὶ τὸ τέλος τοῦ πέμπτου αἰῶνος μ.Χ. διεδέχθη τὸν Πρόκλον εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος. Τῶν θεωρημάτων τῶν Δεδομένων προτάσσονται 15 ὁρισμοὶ μεταξὺ τῶν ὁποίων ὡς δέκατος τρίτος εἶναι ὁ ὁρισμὸς τῆς κατηγμένης εὐθείας καὶ ὡς δέκατος τέταρτος ὁ ὁρισμὸς τῆς ἀνηγμένης εὐθείας. Θεωρεῖται πιθανώτατον ὅτι ἀπὸ τοὺς ὁρισμοὺς αὐτοὺς ἐνεπνεύσθη ὁ μέγας Ἀπολλώνιος διὰ νὰ χρησιμοποιήσῃ τοὺς ὅρους κατηγμένη καὶ τεταγμένη εἰς τὸ ἔργον του περὶ τῶν Κωνικῶν καὶ μετὰ πάροδον 1800 ἐτῶν περίπου ὁ Καρτέσιος (Descartes, 1596—1650) διὰ τὴν χρησιμοποίησίν των εἰς τὴν ἀναλυτικὴν γεωμετρίαν.

Κατὰ τὸ ἔτος 1962 ἔγινεν εἰς τὸ Βερολῖνον ἡ δευτέρα ἔκδοσις τῶν Δεδομένων εἰς τὴν Γερμανικὴν γλῶσσαν ὑπὸ τοῦ Clemens Thaer, Springer Berlin (ἐκδοτ. Οἶκος Σπρίνγκερ), ἐνῷ ἡ πρώτη ἔκδοσις εἰς τὴν γερμανικὴν ἔγινε πάλιν εἰς τὸ Βερολῖνον ὑπὸ τοῦ J.F.Wurm κατὰ τὸ 1825. Εἰς τὰ Δεδομένα γίνεται ἀπόδειξις προτάσεων συγγενῶν πρὸς τὰς προτάσεις, αἱ ὁποῖαι περιέχονται εἰς τὰ 6 πρῶτα βιβλία τῶν Στοιχείων.

Πολλοὶ ἐκ τῶν νεωτέρων κατατάσσουν τὰ Δεδομένα εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν βιβλίων, ἅτινα περιέχουν ἀλγεβρικοὺς καὶ τριγωνομετρικοὺς τύπους διατυπωμένους ὑπὸ μορφὴν γεωμετρικήν. Τὰ τριγωνομετρικὰ θεωρήματα τῶν Δεδομένων θεωροῦνται τὰ ἀρχαιότατα τῆς Τριγωνομετρίας. Εἶχον ὅμως ἀποδειχθῆ πολὺ πρὸ τοῦ Εὐκλείδου.

Ἡ πραγματεία ὑπὸ τὸν τίτλον Φαινόμενα, περιλαμβάνει 16 θεωρήματα καὶ εἶναι ἔργον καθαρῶς ἀστρονομικόν. Τὰ ὑπόλοιπα σωζόμενα συγγράμματα τοῦ Εὐκλείδου ὑπὸ τοὺς τίτλους Ὀπτικά, Κατοπτρικά, Κατανομὴ Κανόνος (πραγματεία μουσικῆς), Εἰσαγωγὴ Ἁρμονικὴ (ἐπίσης πραγματεία μουσικῆς) δὲν θεωροῦνται γνήσια. Τὰ Ὀπτικὰ καὶ τὰ Κατοπτρικὰ θεωροῦνται μὲν εὐκλείδεια, ἀλλ' ἔχουν ὑποστῆ πολλὰς μεταβολὰς ὑπὸ τοῦ Θέωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως. Αἱ πραγματεῖαι περὶ μουσικῆς φαίνεται ὅτι προέρχονται ἐκ σημειώσεων μαθητῶν τοῦ Εὐκλείδου.

Σπουδαιότατα ἔργα τοῦ Εὐκλείδου ἐχάθησαν. Ἀπὸ μεταγενεστέρους γνωρίζομεν τοὺς τίτλους αὐτῶν καὶ περίπου ἐν γενικαῖς γραμμαῖς τὸ περιεχόμενόν των. Τὰ χαθέντα ἔργα ἔφερον τοὺς τίτλους: 1) Περὶ Διαιρέσεων (σχημάτων). 2) Ψευδάρια. 3) Πορίσματα. 4) Τόποι πρὸς Ἐπιφανείᾳ, δύο βιβλία (γεωμετρικοὶ τόποι εἰς τὸ ἐπίπεδον). 5) Περὶ κωνικῶν τομῶν 4 βιβλία. 6) Περὶ μηχανικῆς.

Τὸ περὶ Διαιρέσεων βιβλίον ἐδημοσιεύθη εἰς τὴν Εὐρώπην εἰς τὴν λατινικήν, τροποποιημένον πολὺ καὶ μὲ διάφορα ὀνόματα συγγραφέων, οἰκειοποιηθέντων αὐτό! Κατὰ τὸ 1851 ὁ Γερμανὸς μαθηματικὸς Woepcke ἀνεκάλυψε εἰς τὴν Βιβλιοθήκην τῶν Παρισίων παλαιὸν χειρόγραφον εἰς τὴν ἀραβικὴν τοῦ ἔργου τούτου καὶ ἐδημοσίευσεν αὐτὸ εἰς τὴν λατινικήν. Ἐκ τῶν 36 θεωρημάτων τῆς πραγματείας αὐτῆς τοῦ Εὐκλείδου ὁ Ἄραψ μαθηματικὸς μετέφρασε τὰς ἀποδείξεις μόνον τεσσάρων (19, 20, 28, 29), διότι κατὰ τὸν Ἄγγλον T. Heath πιθανῶς τὰς ἄλλας τὰς ἐθεώρησεν ὡς πολὺ εὐκόλους. Ἐν τῷ μεταξὺ ὁ Ἰταλὸς μαθηματικὸς καὶ ἔμπορος κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν Σταυροφοριῶν Λεονάρδος τῆς Πίζης (ἢ Fibonacci, περίπου 1180 - 1250) ἐδημοσίευσε τὸ βιβλίον αὐτὸ τοῦ Εὐκλείδου ὡς ἰδικόν του, μὲ μερικὰς τροποποιήσεις τοῦ εἰς τὴν ἀραβικὴν χειρογράφου, τὸ ὁποῖον, φαίνεται, ἐπρομηθεύθη ὡς Σταυροφόρος, ἢ ἔμπορος ἀκολουθῶν τοὺς Σταυροφόρους, εἰς τὴν Συρίαν (T. Heath, A. History of Greek Mathematies, Oxford, 1921, σελ. 429).

5. Εἰς τὸ ἕβδομον βιβλίον τῶν Στοιχείων, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ πρῶτον ἐκ τῶν τριῶν βιβλίων τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν, προτάσσονται 23 ὁρισμοί. Ὁ πρῶτος ἐκ τούτων δίδει τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος : Μονάς ἐστιν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. Ὁ δεύτερος παρέχει τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀριθμοῦ: Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος. Ὁ δωδέκατος καθορίζει τί εἶναι πρῶτος ἀριθμός: Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος (δη-

λαδὴ πρῶτος ἀριθμὸς εἶναι ὁ διαιρούμενος μόνον διὰ τῆς μονάδος, ὅπως ὁ 2, 5, 7, 11, 13 κλπ.).

Ὁ εἰκοστὸς τρίτος ὁρισμὸς καθορίζει πότε εἷς ἀριθμὸς εἶναι τέλειος: Τέλειος ἀριθμός ἐστιν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν (δηλαδὴ τέλειος ἀριθμὸς εἶναι ἐκεῖνος, ὅστις ἰσοῦται μὲ τὰ μέρη του, ὅπως π.χ. ὁ $6=1+2+3$, ὁ $28=1+2+4+7+14$). Τὸν ὁρισμὸν τοῦ τελείου ἀριθμοῦ θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ τὸν διατυπώσωμεν καὶ ὡς ἑξῆς: τέλειος ἀριθμὸς εἶναι ἐκεῖνος, τοῦ ὁποίου ὅλα τὰ δυνατὰ πηλίκα, περιλαμβανομένου καὶ τοῦ πηλίκου τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀριθμοῦ διὰ τοῦ ἑαυτοῦ του (τοῦ 1), προστιθέμενα μᾶς δίδουν τὸν ἀριθμόν. Οἱ λοιποὶ ὁρισμοὶ προσδιορίζουν διαφόρους ἀριθμητικὰς ἰδιότητας.

Τὸ ἕβδομον βιβλίον τῶν Στοιχείων ἀποδίδεται ὑπὸ πολλῶν μελετητῶν τῶν ἑλληνικῶν μαθηματικῶν εἰς τὰς ἀνακαλύψεις τῶν Πυθαγορείων, ἐνῷ τὸ ὄγδοον καὶ τὸ ἔνατον ἀποδίδονται καὶ εἰς τοὺς Πυθαγορείους καὶ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος. Μεταξὺ τῶν περιφήμων θεωρημάτων τῶν ἀριθμητικῶν βιβλίων τῶν Στοιχείων ἀξίζει νὰ σημειώσωμεν ἰδιαιτέρως τὰ θεωρήματα περὶ εὑρέσεως τοῦ μεγίστου κοινοῦ διαιρέτου δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται καὶ εἰς τὴν Ἀνωτέραν Μαθηματικὴν Ἀνάλυσιν, συνήθως ὑπὸ τὴν ὀνομασίαν «εὐκλείδειος ἀλγόριθμος», τὸ θεώρημα ὅτι «τὸ πλῆθος τῶν πρώτων ἀριθμῶν εἶναι μεγαλύτερον παντὸς δοθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν» καὶ τὸ θεώρημα, εἰς τὸ ὁποῖον ἀποδεικνύεται πότε εἷς ἀριθμὸς εἶναι τέλειος.

Εἶναι φανερὸν ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὅτι ὁ ὁρισμὸς τοῦ ἀριθμοῦ ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων ἀφορᾷ εἰς τοὺς ἀκεραίους θετικοὺς ἀριθμούς, ἐνῷ οἱ σύγχρονοι ὁρισμοὶ (ρητοί, ἀσύμμετροι, μιγάδες ἀριθμοὶ κλπ.) ἀποτελοῦν σημαντικὴν ἐπέκτασιν τῆς ἐννοίας ἀριθμός. Πρέπει ὅμως νὰ προσθέσωμεν ὅτι ἡ θεωρία τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν τῶν Ἑλλήνων εἶναι εὐρυτέρα ἢ τοὐλάχιστον ἰσότιμος πρὸς τὴν σύγχρονον θεωρίαν τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν.

***

Αἱ μέθοδοι ἀποδείξεως, τὰς ὁποίας χρησιμοποιεῖ ὁ Εὐκλείδης εἰς τὰ Στοιχεῖα εἶναι αἱ ἑξῆς τέσσαρες: 1) ἡ συνθετική, 2) ἡ τῆς ἀπαγωγῆς εἰς ἄτοπον (ἢ εἰς ἀδύνατον), 3) ἡ ἀναλυτικὴ καὶ 4) ἡ τῆς τελείας ἐπαγωγῆς (ἢ τοῦ ἀναδρομικοῦ συλλογισμοῦ). Κατὰ γενικὴν ὁμολογίαν ἡ συνθετικὴ μέθοδος εἶναι ἡ κατ' ἐξοχὴν χρησιμοποιουμένη ὑπὸ τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Ὁ Ἀριστοτέλης ὀνομάζει αὐτὴν δεικτικὴν ἢ κατηγορικήν. Κατὰ τὴν μέθοδον αὐτὴν πρὸς ἀπόδειξιν μαθηματικῆς τινος προτάσεως ὁρμώμεθα ἐξ ἀληθῶν καὶ πρώτων προτάσεων μὴ ἐπιδεχομένων ἀναγωγήν τινα εἰς ἁπλουστέρας, δηλαδὴ ὁρμώμεθα ἐκ τῶν ἀξιωμάτων, καὶ διὰ σειρᾶς συλλογισμῶν προχωροῦμεν εἰς τὴν κατάδειξιν τῆς ἀληθείας τῆς πρὸς ἀπόδειξιν τεθείσης προτάσεως.

Κατὰ τὴν ἀποδεικτικὴν μέθοδον τῆς εἰς ἄτοπον ἢ ἀδύνατον ἀπαγωγῆς, ὅταν ὑπάρχουν δύο προτάσεις ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία εἶναι ἀντίθετος τῆς ἄλλης καὶ ἀποδειχθῇ (διὰ τῆς συνθετικῆς μεθόδου) ὅτι ἡ μία πρότασις εἶναι ψευδὴς συνάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ ἀντίθετος ἄλλη πρότασις εἶναι ἀληθής. Τυπικὸν παράδειγμα ἀποδείξεως διὰ τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς θεωρεῖται ἡ ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους μνημονευομένη πρότασις, καθ' ἣν ἡ διαγώνιος τετραγώνου εἶναι πρὸς τὴν πλευρὰν αὐτοῦ ἀσύμμετρος. Δηλαδὴ δὲν ὑπάρχει κοινὸν μέτρον διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου καὶ τῆς πλευρᾶς ἑνὸς τετραγώνου. Τοῦτο ἀποδεικνύεται διὰ τῆς εἰς ἄτοπον (ἢ ἀδύνατον) ἀπαγωγῆς. Ἡ ἀπόδειξις εἶχε γίνει πρὸ τοῦ Ἀριστοτέλους, ὅστις μνημονεύει αὐτὴν εἰς τὰ Ἀναλυτικὰ Πρότερα ὡς ἑξῆς: οἷον ὅτι ἀσύμμετρος ἡ διάμετρος διὰ τὸ γίγνεσθαι τὰ περιττὰ ἴσα τοῖς ἀρτίοις συμμέτρου τεθείσης. (Παραδείγματος χάριν ἐφαρμόζομεν τὴν μέθοδον τῆς εἰς ἄτοπον ἀπαγωγῆς ὅταν ἀποδεικνύωμεν ὅτι ἡ διαγώνιος (σημ. εἰς τὴν ἀρχαίαν ἐποχὴν ἡ διαγώνιος τοῦ τετραγώνου ἢ παραλληλογράμμου ἐλέγετο διάμετρος) τοῦ τετραγώνου εἶναι ἀσύμμετρος πρὸς τὴν πλευρὰν αὐτοῦ. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἶναι αὕτη σύμμετρος περιπίπτομεν εἰς τὸ ψεῦδος ὅτι ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς εἶναι ἄρτιος καὶ περιττὸς (Ἀριστοτέλους, Ἀναλυτικὰ Πρότερα Α 41, 26). Τὴν ἀπόδειξιν τῆς ἀνωτέρω προτάσεως, τὴν ὁποίαν περιέχουν πλεῖστα συγγράμματα τῶν Ἀνωτέρων Μαθηματικῶν περιλαμβάνει ὁ Εὐκλείδης ὑπ' ἀριθμὸν 27 εἰς τὸ Παράρτημα κατὰ Heiberg τοῦ δεκάτου βιβλίου τῶν Στοιχείων.

Κατὰ τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον, ὅταν τεθῇ πρὸς ἀπόδειξιν πρότασίς τις Α, δεχόμεθα πρὸς στιγμὴν ὅτι αὕτη εἶναι ἀληθής. Ἀναχωροῦντες ἐκ τῆς ὑποτεθείσης ἀληθείας τῆς προτάσεως Α ἀποδεικνύομεν τὴν ἀλήθειαν τῶν προτάσεων Β, Γ, Δ... Ἐὰν γνωρίζωμεν ἐξ ἄλλης ἀποδείξεως ὅτι ἡ τελευταία ἐκ τῶν προτάσεων τούτων, ἔστω ἐδῶ ἡ Δ, εἶναι ἀληθὴς συμπεραίνομεν ὅτι καὶ ἡ ἀρχικῶς τεθεῖσα πρότασις εἶναι ἀληθής. Ἡ χρησιμοποίησις τῆς ἀναλυτικῆς μεθόδου προϋποθέτει ὅτι ἡ πορεία τῶν ἀποδείξεων Α, Β, Γ, Δ... εἶναι ἀντιστρεπτή. Πρέπει δηλαδὴ εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδειχθῇ ἐκ τῆς ἀληθείας τῆς ποτάσεως Δ, ἡ ἀλήθεια τῆς προτάσεως Γ· ἐκ ταύτης ἡ ἀλήθεια τῆς προτάσεως Β καὶ ἐκ ταύτης ἡ ἀλήθεια τῆς προτάσεως Α. Τοῦτο ὅμως δὲν εἶναι πάντοτε δυνατὸν καὶ ἐδῶ παρουσιάζεται μειονεξία τῆς ἀναλυτικῆς μεθόδου· ἡ μέθοδος ὅμως αὕτη εἶναι χρησιμωτάτη εἰς τὴν θεωρίαν τῶν γεωμετρικῶν τόπων καὶ τῶν γεωμετρικῶν κατασκευῶν, ὅπου κυρίως εὑρίσκει ἐφαρμογήν.

Ἡ μέθοδος τῆς τελείας ἐπαγωγῆς ἢ τοῦ ἀναδρομικοῦ συλλογισμοῦ raisonnement par récurrence, ὡς ὀνομάζει αὐτὴν ὁ διαπρεπὴς Γάλλος μαθηματικὸς Ἑρρῖκος Πουανκαρὲ (Henri Poincaré, 1854 - 1912), χρησιμοποιεῖται εἰς ἀρκετὰ θεωρήματα τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου. Κατὰ τοὺς τελευταίους αἰῶνας ἡ μέθοδος αὐτὴ ἐφαρμόζεται πολὺ εἰς τὴν Ἀνωτέραν Μαθηματικὴν Ἀνάλυσιν. Πολλοὶ μαθηματικοὶ καθορίζουν τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς διὰ καταλλήλων συμβολικῶν ἐκφράσεων. Ὑπὸ ἁπλῆν ἔκφρασιν εἶναι δυνατὸν ὁ ὁρισμὸς τῆς μεθόδου τῆς τελείας ἐπαγωγῆς νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς:

Ἐὰν ἰσχυρισμός τις εἶναι ἀληθὴς τοὐλάχιστον διὰ δύο ἀριθμοὺς (φυσικούς, ὡς εἶναι οἱ 1, 2, 3...) καὶ ἀποδειχθῇ ὅτι εἶναι ἀληθὴς καὶ δι' ἕνα ἀκόμη τυχόντα φυσικὸν ἀριθμόν, ὁ ἰσχυρισμὸς ἔχει γενικὴν ἰσχύν.

Εἰς τὰ ἀριθμητικὰ βιβλία τῶν Στοιχείων συναντῶμεν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου τῆς τελείας ἐπαγωγῆς εἰς τὰ θεωρήματα ὑπ' ἀριθ. 3, 14, 27, 35 τοῦ ἑβδόμου βιβλίου, εἰς τὸ θεώρημα 13 τοῦ ὀγδόου βιβλίου καὶ εἰς τὰ θεωρήματα 8, 9, 20 τοῦ ἐνάτου βιβλίου. Διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ προηγουμένη μέθοδος παραθέτομεν ἐν γενικαῖς γραμμαῖς τὸν εὐκλείδειον συλλογισμὸν διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ 20οῦ θεωρήματος τοῦ ἐνάτου βιβλίου, ὅπου ἀποδεικνύεται ὁ ἰσχυρισμὸς ὅτι «τὸ πλῆθος τῶν πρώτων ἀριθμῶν εἶναι μεγαλύτερον παντὸς δοθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν».

Ὁ Εὐκλείδης θεωρεῖ τυχὸν πλῆθος πρώτων ἀριθμῶν, ἔστω τυχόντας τρεῖς πρώτους ἀριθμούς, τοὺς Α, Β, Γ καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ὑπάρχει καὶ τέταρτος πρῶτος ἀριθμὸς ὁ Δ. Τοῦτο εἶναι ἀρκετὸν διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἰσχυρισμοῦ τοῦ θεωρήματος, διότι ἂν θέλωμεν, ἐκ τῶν τεσσάρων ἤδη πρώτων ἀριθμῶν τῶν Α, Β, Γ, Δ, λαμβάνομεν τοὺς τρεῖς τελευταίους τοὺς Β, Γ, Δ καὶ ἀποδεικνύομεν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὡς προηγουμένως, ὅτι ὑπάρχει ἐκτὸς τῶν τριῶν Β, Γ, Δ καὶ τέταρτος, ὁ Ε, ὁπότε ἔχομεν ἤδη πέντε πρώτους ἀριθμούς, τοὺς Α, Β, Γ, Δ, Ε. Λαμβάνομεν πάλιν τοὺς τρεῖς τελευταίους, τοὺς Γ, Δ, Ε καὶ ἀποδεικνύομεν ὅτι ὑπάρχει καὶ τέταρτος πρῶτος, ὁ Ζ (διὰ τῆς αὐτῆς ὡς ἐν ἀρχῇ ἀποδεικτικῆς μεθόδου), ὁπότε ἔχομεν πρώτους ἀριθμοὺς τοὺς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ. Εἶναι φανερὸν ὅτι δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν τὰς ἀποδείξεις ἐπ' ἄπειρον, ἀλλ' ἐπίσης εἶναι φανερὸν ὅτι τοῦτο δὲν χρειάζεται, διότι εἶναι ἀρκετὸν ὅτι ἐκάμαμεν τὴν πρώτην ἀπόδειξιν, ἡ ὁποία μᾶς ἐπιτρέπει νὰ συναγάγωμεν τὴν ἀλήθειαν τοῦ ἰσχυρισμοῦ τοῦ θεωρήματος, ὅτι τὸ πλῆθος τῶν πρώτων ἀριθμῶν εἶναι μεγαλύτερον παντὸς δοθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Πρό τινων ἐτῶν ἐθεωρεῖτο ὅτι ἡ μέθοδος τῆς τελείας ἐπαγωγῆς ἦτο ἐπινόησις τῶν νεωτέρων χρόνων. Μερικοὶ Εὐρωπαῖοι ἀπέδιδον αὐτὴν εἰς τὸν Φραγκῖσκον Μαυρόλυκον (1494 - 1575) γεννηθέντα ἐν Σικελίᾳ ἐξ Ἑλλήνων γονέων καταγομένων ἐκ Κων)πόλεως. Ὁ πατὴρ τοῦ Μαυρολύκου ἦτο ἐκ τῶν λογίων ἀνδρῶν τοῦ Βυζαντίου, ἀπὸ ὅπου ἔφυγε μετὰ τὴν ἅλωσιν τῆς Πόλεως ὑπὸ τῶν Τούρκων. Φαίνεται ὅμως ὅτι ἐν Σικελίᾳ εὑρέθη εἰς μεγάλην οἰκονομικὴν δυσχέρειαν ἕνεκα τῆς ὁποίας ὁ υἱός του Φραγκῖσκος ἠναγκάσθη νὰ γίνῃ Καθολικὸς μοναχός. Ὁ Φραγκῖσκος διέπρεψεν εἰς τὰ μαθηματικά, ὅπου μερικὰς φορὰς ἐχρησιμοποίησε καὶ τὴν ἀποδεικτικὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς. Τοῦτο παρέσχε τὴν ἀφορμὴν εἴς τινας Καθολικοὺς συγγραφεῖς τῆς ἐποχῆς ἐκείνης διὰ νὰ ἐκθειάσουν ὡς μαυρολύκειον ἐπινόησιν τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς, τὴν ὁποίαν προφανῶς ὁ Μαυρόλυκος εἶχε διδαχθῆ ἐκ τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, ἅτινα ἐπιμελῶς εἶχεν διδάξει εἰς αὐτὸν ὁ λόγιος πατήρ του.

Μεταγενέστεροι συγγραφεῖς, ἀπέδοσαν τὴν ἐπινόησιν τῆς μεθόδου εἰς τὸν Ἑλβετὸν Ἰάκωβον Μπερνοῦλλι (Jacob Bernoulli 1645 - 1705) καὶ ἄλλοι εἰς τὸν Γάλλον Μπλαῖζ Πασκὰλ (Blaise Pascal, 1623 - 1662).

Κατὰ τὸ 1953 ἔγινε (παρὰ τοῦ γράφοντος) λεπτομερὴς ἀνακοίνωσις εἰς τὴν Ἀκαδημίαν Ἀθηνῶν ὅτι ἡ μέθοδος τῆς τελείας ἐπαγωγῆς χρησιμοποιεῖται εἰς ἀρκετὰ θεωρήματα τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου (Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν 11.6.1953) καὶ ὅτι αὕτη εἶναι ἐπινόησις τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων καὶ ὄχι τῶν νεωτέρων χρόνων. Κατὰ τὸ αὐτὸ ἔτος ὁ διαπρεπὴς **Ὁλλανδὸς καθηγητὴς** τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Utrecht Χὰνς Φρόϊντεντὰλ (Hans Freudenthal) ἐδημοσίευσε περισπούδαστον ἄρθρον, εἰς τὸ ὁποῖον ὑποστηρίζει ὅτι τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς ἀνεκάλυψαν καὶ ἐφήρμοζον πρῶτοι οἱ Πυθαγόρειοι, πολὺ πρὸ τοῦ Εὐκλείδου, (Archives Intern. d'Hist. des Scienses, Revue trim. de l'Union Inter. d. Sciences Nr 22, 1953, p. 17 — 36). Ἤδη ὅμως ἀπὸ τοῦ 1939 (ὡς σημειώνει ὁ Freudenthal) ὁ ἐπίσης Ὁλλανδός, διαπρεπὴς καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Ζυρίχης Β. Λ. φὰν (φὸν) ντὲρ Βαῖρντεν (B. L, v. d. Waerden) παρετήρησεν ὅτι ὁ Ζήνων ὁ Ἐλεάτης ἐγνώριζε τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς (Mathem. Annalen **117** (1939), 148). Ὁ v. d. Waerden ὡρμήθη εἰς τὴν παρατήρησίν του ἐκ τῶν σχολίων τοῦ Σιμπλικίου εἰς τὰ Φυσικὰ τοῦ Ἀριστοτέλους (Simpl. Phy. 140, 34).

Ἀκόμη ἐνωρίτερον, ἀπὸ τοῦ 1930, οἱ Γερμανοὶ καθηγηταὶ Helmut Hasse (μαθηματικὸς) καὶ Heinrich Scholz (φιλόλογος) εἰς τὴν κοινὴν πραγματείαν των ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἡ κρίσις τῶν ἀρχῶν τῶν ἑλληνικῶν μαθηματικῶν» (Μετάφρασις εἰς τὴν ἑλληνικὴν ὑπὸ Φίλωνος Βασιλείου (μαθηματικοῦ) καὶ Χρίστου Καπνουκάγια (φιλολόγου) εἰς Δελτίον Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἑταιρείας, τόμ. ΙΔ΄ α΄ β΄, τόμ. ΙΕ΄ α΄) εἶχον σημειώσει ὅτι ὁ Ἀριστοτέλης ἐγνώριζε τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς, ὡς συνάγεται ἐκ τοῦ ἀριστοτελικοῦ χωρίου: «τὸ καθόλου δὲ ὑπάρχει τότε ὅταν ἐπὶ τοῦ τυχόντος καὶ πρώτου δεικνύηται». (Ἀναλυτικὰ Ὕστερα 73 b 32). Τὸ νόημα τοῦ χωρίου τούτου ἀποδίδει εὐστόχως ὁ Κων. Δ. Γεωργούλης ὡς ἑξῆς: Ἐὰν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδείξωμεν, ὅτι ἰδιότης τις ἀποδεικνύεται διὰ μίαν τυχαίως ληφθεῖσαν περίπτωσιν τάξεώς τινος, εἰς ἣν κατὰ πρωταρχικὴν σχέσιν ἡ ληφθεῖσα περίπτωσις ὑπάγεται, τότε αὕτη δύναται νὰ ἀποδειχθῇ διὰ πᾶσαν περίπτωσιν ἀνήκουσαν εἰς τὴν τάξιν αὐτήν. (Κων. Δ. Γεωργούλης, Ἀριστοτέλης ὁ Σταγιρίτης, σελ. 281, Θεσσαλονίκη 1962).

6. Κατὰ τὸν Πρόκλον ἡ ἑλληνικὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη δέχεται ὅτι τὰ στερεὰ ἔχουν τρεῖς διαστάσεις, (μῆκος, πλάτος, ὕψος), αἱ ἐπιφάνειαι ἔχουν δύο (μῆκος πλάτος), αἱ γραμμαὶ ἔχουν μίαν (μῆκος). Ἐκ τῆς θεωρήσεως τῆς γραμμῆς ὡς ἐχούσης μίαν διάστασιν συνάγεται ἡ ἔννοια τοῦ σημείου ὡς μὴ ἔχοντος διάστασιν. Ἡ ἔννοια τῆς διαστάσεως δὲν ὁρίζεται ἀλλὰ θεωρεῖται δεδομένη εἰς τὸν ἄνθρωπον ἐκ τῆς ἐν τῇ φύσει πραγματικότητος.

Εἶναι φανερὸν ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὅτι οἱ Ἕλληνες μαθηματικοὶ λαμβάνουν τὸν χῶρον ὡς ἔχοντα τρεῖς διαστάσεις χωρὶς νὰ δίδουν καμμίαν ἄλλην ἐξήγησιν ἐπ᾽ αὐτοῦ. Ἡ ἑρμηνεία τοῦ προβλήματος «χῶρος», ὅπως ἐπίσης καὶ τοῦ προβλήματος «χρόνος» ἔχει ἀφεθῇ ὄχι μόνον εἰς τὴν φυσικὴν ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν φιλοσοφίαν.

Τὰ πέρατα μιᾶς γραμμῆς ὀνομάζονται σημεῖα. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ γραμμὴ (εὐθεῖα ἢ καμπύλη) ἀποτελεῖται ἀπὸ σημεῖα. Ἐπὶ τῇ βάσει τῶν προηγουμένων ἀντιλήψεων ὁ Εὐκλείδης ἀρχίζει νὰ συντάσσῃ τὸ μνημειῶδες ἔργον του τῶν Στοιχείων προτάσσων ὡς πρῶτον ὁρισμόν: «Σημεῖον ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν». Δηλαδὴ σημεῖον εἶναι ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον δὲν ἔχει μέρος. Ἐδῶ ἀρχίζει ἡ κριτικὴ ὄχι μόνον τῶν ἀρχαίων, ἀλλὰ καὶ τῶν νεωτέρων. Ἀφοῦ τὸ σημεῖον δὲν ἔχει μέρος, πῶς ὑπάρχει; Ἡ ἀπάντησις εἶναι ὅτι τὸ σημεῖον δὲν εἶναι κάτι τὸ ὑλικὸν ἀλλὰ μόνον νοητόν, χωρὶς διάστασιν.

Τότε γεννᾶται τὸ ἐρώτημα: ὁ χῶρος, τοῦ ὁποίου ἡ γεωμετρία ἐρευνᾷ τὰς ἰδιότητας ἀναχωροῦσα ἀπὸ τὴν ἔννοιαν σημεῖον εἶναι ἁπλῶς ἓν νοητικὸν κατασκεύασμα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος καὶ δὲν ἔχει πραγματικὴν ὑπόστασιν; Οἱ Ἕλληνες μαθηματικοί, καὶ φυσικοί, παρ᾽ ὅλον ὅτι ὁ Ζήνων ὁ Ἐλεάτης ἀνεκίνησε ζωηρότατα τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου, ἀφῆκαν τὴν συναφῆ ἔρευναν εἰς τὰς φιλοσοφικὰς ἀναζητήσεις καὶ ἐπεδόθησαν εἰς τὴν ἔρευναν τῶν ἰδιοτήτων τοῦ χώρου δεχθέντες τοῦτον ὅπως ὑποπίπτει, εἰς τὴν ἀντίληψίν μας μὲ τὰς τρεῖς διαστάσεις του, ὅπως δηλαδὴ θεωροῦμεν ἐποπτικῶς τὸν χῶρον ὑπάρχοντα εἰς τὴν πραγματικότητα.

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω προϋποθέσεων ὁ Εὐκλείδης προχωρεῖ καὶ δίδει τὸν ὁρισμὸν τῆς εὐθείας γραμμῆς «Εὐθεῖα γραμμὴ ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται». Δηλαδὴ εὐθεῖα γραμμὴ εἶναι ἐκείνη, ἡ ὁποία κεῖται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν σημείων της. Ἀμέσως ὑποπίπτει εἰς τὴν ἀντίληψίν μας ὅτι ἡ ἑρμηνεία τοῦ ὁρισμοῦ αὐτοῦ τῆς εὐθείας γραμμῆς δὲν εἶναι εὔκολος. Ἐπὶ δύο χιλιάδας καὶ πλέον ἔτη προσπαθοῦν οἱ εἰδικοὶ νὰ δώσουν ἱκανοποιητικὴν ἑρμηνείαν τοῦ ὁρισμοῦ αὐτοῦ τοῦ Εὐκλείδου καὶ δὲν τὸ κατορθώνουν. Ὑποθέτουν τέλος, ὅτι δυνάμεθα νὰ νοήσωμεν τὴν εὐθεῖαν γραμμὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ ἀνύσματα, δηλ. εὐθύγραμμα τμήματα ἔχοντα τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ ὅτι τὰ εὐθύγραμμα αὐτὰ τμήματα δὲν κλίνουν οὔτε πρὸς τὰ κάτω οὔτε πρὸς τὰ ἄνω καὶ ὅτι ἀκολουθεῖ τὸ ἓν κατόπιν τοῦ ἄλλου. Εἰς τὴν Λογικὴν ὅμως ὁ συλλογισμὸς αὐτὸς λέγεται φαῦλος κύκλος, διότι διὰ τῆς ἀνερμηνεύτου ἐννοίας «εὐθύγραμμον τμῆμα» ἐξηγοῦμεν τί εἶναι εὐθεῖα γραμμή.

Εἰς τὴν αὐτὴν ἀπορίαν εὑρισκόμεθα ὅταν θελήσωμεν νὰ κατανοήσωμεν τὴν ἔννοιαν «ἐπίπεδος ἐπιφάνεια» τὴν ὁποίαν ὁ Εὐκλείδης ὁρίζει ὡς ἑξῆς: «Ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται». Δηλαδὴ ἐπίπεδος ἐπιφάνεια εἶναι ἐκείνη ἡ ὁποία κεῖται ἐξ ἴσου εἰς τὰς ἐπ' αὐτῆς εὐθείας ἢ ἐφάπτεται ἐξ ἴσου τῶν ἐπ' αὐτῆς εὐθειῶν. Καὶ ἐδῶ ὁ ὁρισμὸς δὲν εἶναι εὔκολον νὰ ἑρμηνευθῇ.

Παρ' ὅλην τὴν δυσκολίαν τῆς ἑρμηνείας τῶν εὐκλειδείων ὁρισμῶν περὶ εὐθείας γραμμῆς καὶ ἐπιπέδου ἐπιφανείας οἱ γεωμέτραι τῆς ἀρχαίας ἐποχῆς ἀποδέχονται ὡς κατανοητὴν τὴν ἔννοιαν τῆς εὐθείας γραμμῆς καὶ τῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας.

Διὰ νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ διὰ μέσου τῶν αἰώνων παρακολούθησις τῆς ἀνθρωπίνης σκέψεως ἐπὶ τῶν ἀρχῶν τῆς γεωμετρίας παραθέτομεν τὰ πέντε αἰτήματα καὶ ἀκολούθως τὰς ἐννέα κοινὰς ἐννοίας ἤτοι τὰς δεκατέσσαρας θεμελιώδεις προτάσεις τῆς ἑλληνικῆς γεωμετρίας, αἱ ὁποῖαι σήμερον ὅλαι ὀνομάζονται ἀξιώματα.

Αἰτήματα: 1) Δεχόμεθα ὅτι ἀπὸ παντὸς σημείου εἰς πᾶν σημεῖον δύναται νὰ ἄγεται εὐθεῖα γραμμή. 2) Καὶ ὅτι πεπερασμένην εὐθεῖαν εἶναι δυνατὸν νὰ τὴν προεκτείνωμεν συνεχῶς καὶ εὐθυγράμμως. 3) Καὶ ὅτι μὲ πᾶν κέντρον καὶ κάθε ἀκτῖνα γράφεται κύκλος. 4) Καὶ ὅτι ὅλαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι εἶναι μεταξύ των ἴσαι. 5) Καὶ ἐὰν δύο εὐθεῖαι τεμνόμεναι ὑπὸ τρίτης σχηματίζουν τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας μικροτέρας τῶν δύο ὀρθῶν, ὅταν αἱ δύο εὐθεῖαι προεκταθοῦν ἐπ' ἄπειρον θὰ συμπέσουν, πρὸς τὸ μέρος πρὸς τὸ ὁποῖον εἶναι αἱ μικρότεραι τῶν δύο ὀρθῶν γωνίαι.

Κοιναὶ ἔννοιαι: 1) Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ ἴσα εἶναι καὶ μεταξύ των ἴσα. 2) Καὶ ἐὰν εἰς ἴσα προστεθοῦν ἴσα τὰ ἐξαγόμενα εἶναι ἴσα. 3) Καὶ ἂν ἀπὸ ἴσων ἀφαιρεθοῦν ἴσα, τὰ ὑπόλοιπα εἶναι ἴσα. 4) Καὶ ἂν εἰς ἄνισα προστεθοῦν ἴσα, τὰ ἐξαγόμενα εἶναι ἄνισα. 5) Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια εἶναι μεταξύ των ἴσα. 6) Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση εἶναι μεταξύ των ἴσα. 7) Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα εἶναι μεταξύ των ἴσα. 8) Καὶ τὸ ὅλον εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέρους. 9) Καὶ δύο εὐθεῖαι δὲν περιέχουν ἐπιφάνειαν (νοεῖται, τιθέμεναι ἡ μία ἐπὶ τῆς ἄλλης).

Αὐτὰ εἶναι τὰ περίφημα δέκα τέσσαρα ἀξιώματα, (5 αἰτήματα καὶ 9 κοιναὶ ἔννοιαι), τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ θεμέλιον τοῦ ὅλου γεωμετρικοῦ οἰκοδομήματος. Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι αἱ ἐννέα κοιναὶ ἔννοιαι ἀποτελοῦν ἀξιώματα ἔχοντα ἐφαρμογὴν ὄχι μόνον εἰς τὴν γεωμετρίαν ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν.

Ἐκεῖ ὅπου ἔγινεν ἀπὸ τῆς παλαιᾶς ἐποχῆς αὐστηροτάτη κριτικὴ εἰς τὸν Εὐκλείδην εἶναι τὰ δύο τελευταῖα, ἐκ τῶν πέντε, αἰτήματα, ἤτοι τὸ τέταρτον καὶ τὸ πέμπτον. Τὸ τέταρτον αἴτημα λέγει «δεχόμεθα ὅτι ὅλαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι εἶναι ἴσαι», ἐνῷ τὸ πέμπτον εἶναι τὸ λεγόμενον ὑπὸ τῶν μεταγενεστέρων τοῦ Εὐκλείδου «τὸ αἴτημα τῶν παραλλήλων».

***

Πρῶτος, ὅστις ἔγραψεν ἱστορίαν τῶν ἑλληνικῶν μαθηματικῶν εἶναι ὁ ἐκ Ρόδου καταγόμενος μαθητὴς τοῦ Ἀριστοτέλους Εὔδημος (ἀκμὴ περίπου 310 π.Χ. ἤτοι σύγχρονος τοῦ Εὐκλείδου). Τῆς πραγματείας αὐτῆς τοῦ Εὐδήμου ἐσώθησαν ἐλάχιστα ἀποσπάσματα. Περὶ τὸ 100 π.Χ. ἔγραψεν ἱστορίαν τῶν ἑλληνικῶν μαθηματικῶν ὁ Γεμῖνος κατὰ πᾶσαν πιθανότητα ἐπίσης Ρόδιος. Καὶ ἡ πραγματεία αὐτὴ τοῦ Γεμίνου ἐχάθη. Ὁ Πρόκλος ὅμως ὅστις ἔγραψε πολὺ ἐνδιαφέροντα σχόλια εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου φαίνεται ὅτι ἔχει ἀντλήσει πολλὰς πληροφορίας ἀπὸ τὸν Εὔδημον, περισσοτέρας δὲ ἀπὸ τὸν Γεμῖνον, τὸν ὁποῖον μνημονεύει ἐπανειλημμένως.

Γράφει λοιπὸν ὁ Πρόκλος τὰ ἑξῆς: Ὀρθῶς γὰρ καὶ ὁ Γεμῖνος ἐπέστησεν ὅτι οἱ μὲν καὶ τῶν ἀναποδείκτων ἀποδείξεις ἐπενόησαν καὶ ἀπὸ ἀγνωστοτέρων μέσων τὰ γνώριμα πᾶσιν κατασκευάζειν ἐπεχείρησαν... οἱ δὲ καὶ τὰ ἀποδείξεως δεόμενα ἐν τοῖς ἀναποδείκτοις προσειλήφασιν, ὡς αὐτὸς Εὐκλείδης τό τε πέμπτον αἴτημα καὶ τὸ τέταρτον. Καὶ γὰρ τοῦτό τινες ὡς ἀμφίβολον ἀποδείξεως δεῖσθαί φασι. Καὶ πῶς γὰρ οὐ γελοῖον, ὧν τὰ ἀντίστροφα θεωρήματά ἐστιν ἀποδεικτά, ταῦτα ὡς ἀναπόδεικτα προστάττειν; Ὅτι γὰρ τῶν συμπιπτουσῶν εὐθειῶν αἱ ἐντὸς ἐλάσσους εἰσὶ δυεῖν ὀρθαῖν, αὐτὸς ὁ Εὐκλείδης δείκνυσιν ἐν ἐκείνῳ τῷ θεωρήματι «παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν πάντῃ μεταλαμβάνονται». Ἔοικεν οὖν κατὰ τὴν τούτου διάταξιν τρία μὲν εἶναι αἰτήματα, τὰ δὲ λοιπὰ δύο δεῖσθαι τῆς ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης, αὐτά τε καὶ τὰ ἀντιστρέφοντα αὐτοῖς, ἐν δὲ τοῖς ἀξιώμασι, τὸ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν προσκεῖσθαι περιττῶς, εἴπερ δι᾿ ἀποδείξεως ἔχοι τὸ πιστόν. (Πρόκλου εἰς α΄ Εὐκλείδου, σελ. 183, 14).

(Διότι ὀρθῶς καὶ ὁ Γεμῖνος ἐπέστησε τὴν προσοχὴν ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι ἄλλοι μὲν μαθηματικοὶ ἐπενόησαν ἀποδείξεις καὶ τῶν μὴ ἀποδεικνυομένων (ὅπως εἶναι τὰ ἀξιώματα) καὶ ἐπεχείρησαν διὰ τῶν ἀγνωστοτέρων μέσων νὰ κατασκευάσουν τὰ εἰς ὅλους γνωστά... ἄλλοι δὲ καὶ ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀνάγκην ἀποδείξεως τὰ συμπεριέλαβον εἰς τὰ μὴ δυνάμενα νὰ ἀποδειχθοῦν (δηλ. εἰς τὰ ἀξιώματα), ὅπως ἔκαμε καὶ αὐτὸς ἀκόμη ὁ Εὐκλείδης, ὅστις περιέλαβεν εἰς τὰ αἰτήματα καὶ τὸ τέταρτον αἴτημα καὶ τὸ πέμπτον.

Διότι μερικοὶ τοῦτο (τὸ τέταρτον αἴτημα), ὡς ἀμφίβολον, λέγουν ὅτι ἔχει ἀνάγκην ἀποδείξεως. Διότι καὶ πῶς δὲν εἶναι γελοῖον, ἐκεῖνα τὰ θεωρήματα, τῶν ὁποίων τὰ ἀντίστροφα δύνανται νὰ ἀποδειχθοῦν νὰ λέγωμεν ὅτι εἶναι ἀναπόδεικτα; Διότι αὐτὸς ὁ ἴδιος ὁ Εὐκλείδης ἀποδεικνύει ὅτι, ὅταν δύο εὐθεῖαι συγκλίνουν καὶ τμηθοῦν ὑπὸ τρίτης αἱ δύο ἐντὸς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίαι εἶναι μικρότεραι τῶν δύο ὀρθῶν, εἰς ἐκεῖνο τὸ θεώρημα ὅπου λέγει ὅτι «παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι εἶναι μικρότεραι τῶν δύο ὀρθῶν, καθ' οἱονδήποτε τρόπον καὶ ἂν λαμβάνωνται».

Δὲν πρέπει λοιπὸν νὰ δεχθῶμεν ὡς ἀναπόδεικτα ἐκεῖνα τῶν ὁποίων τὰ ἀντίστροφα ἀποδεικνύονται, λέγει ὁ Γεμῖνος. Φαίνεται λοιπὸν κατὰ τὴν διάταξιν τούτου (τοῦ Γεμίνου) ὅτι τρία μὲν εἶναι τὰ αἰτήματα, τὰ ἄλλα δὲ δύο ἔχουν ἀνάγκην ἀποδείξεως, καὶ αὐτὰ καὶ τὰ ἀντίστροφα αὐτῶν, ἡ δὲ συμπερίληψις εἰς τὰ ἀξιώματα τῆς προτάσεως ὅτι δύο εὐθεῖαι τιθέμεναι ἡ μία ἐπὶ τῆς ἄλλης δὲν περιέχουν ἐπιφάνειαν εἶναι περιττή, ἐὰν βεβαίως θὰ ἦτο δυνατὸν τοῦτο νὰ ἀποδειχθῇ). Κατὰ τὴν γνώμην τοῦ Γεμίνου ὁ Εὐκλείδης ἔκαμε λάθος νὰ θεωρήσῃ ὡς ἀξιώματα, τὰ αἰτήματα τέταρτον καὶ πέμπτον, ἐνῷ αὐτὰ εἶναι θεωρήματα καὶ δύνανται νὰ ἀποδειχθοῦν, ἀφοῦ ἀποδεικνύωνται τὰ ἀντίστροφα αὐτῶν. Ὅπερ ὅμως ἄτοπον· διότι ὁ Γεμῖνος σφάλλεται, ἐπειδὴ πρῶτον δὲν ὑπεβλήθη εἰς τὸν κόπον νὰ ἀποδείξῃ τὰ δύο αἰτήματα καὶ δεύτερον διότι οἱ δοκιμάσαντες κατὰ τὴν διάρκειαν 2000 ἐτῶν νὰ ἀποδείξουν τὰ αἰτήματα αὐτὰ ἀπέτυχον. Ὁ ἰσχυρισμὸς τοῦ ἐκ τῶν νεωτέρων διαπρεποῦς Γερμανοῦ μαθηματικοῦ Δαβὶδ Χίλμπερτ ὅτι κατώρθωσε νὰ ἀποδείξῃ τὸ τέταρτον αἴτημα εἶναι ἀμφίβολος.

Καὶ ὁ περίφημος ἀστρονόμος, μαθηματικὸς καὶ γεωγράφος Κλαύδιος Πτολεμαῖος ἐδοκίμασε νὰ διορθώσῃ τὸν Εὐκλείδην ἰσχυρισθεὶς ὅτι τὸ πέμπτον αἴτημα ἀποδεικνύεται, ἀλλ' ἀπέτυχεν, ὡς μᾶς πληροφορεῖ ὁ Πρόκλος (ἔκδ. Friedlein, σελ. 191, 16). Ἐπίσης ὁ ἰατροφιλόσοφος Σέξτος ὁ Ἐμπειρικὸς (2ος αἰ. μ.Χ. δράσας ἐν Ἀλεξανδρείᾳ) ἀσκεῖ κριτικὴν τοῦ Εὐκλείδου διὰ τὸν ὁρισμὸν ὅτι σημεῖον εἶναι τὸ μὴ ἔχον μέρος οὐδὲν λέγων τὰ ἑξῆς : Τίθεται τὸ πρόβλημα νὰ διχοτομήσωμεν τὸν κύκλον· τοῦτο ὅμως εἶναι ἀδύνατον (κατὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦ σημείου ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου)· διότι τὸ κέντρον, τὸ ὁποῖον εἰς κάθε κύκλον εἶναι εἰς τὸ μέσον ἢ διχοτομεῖται κατὰ τὴν διχοτόμησιν τοῦ κύκλου ἢ μεταβαίνει εἰς ἓν ἐκ τῶν δύο τμημάτων. Ἀλλὰ νὰ διχοτομηθῇ τὸ κέντρον εἶναι ἐκ τῶν ἀδυνάτων· διότι πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπινοήσωμεν ὅτι τὸ ἀμερὲς (δηλ. τὸ κέντρον, ὡς σημεῖον) μερίζεται ; Ἐὰν δὲ μεταβαίνῃ εἰς ἓν ἐκ τῶν δύο τμημάτων, τὰ τμήματα γίνονται ἄνισα καὶ ἑπομένως ὁ κύκλος δὲν διχοτομεῖται.

(Πρόβλημα ἐστι τὸν κύκλον δίχα τεμεῖν· ὅπερ ἐστιν ἀδύνατον· τὸ γὰρ κέντρον, ὅπερ παντὸς κύκλου μεσαίτατόν ἐστι, ἤτοι δίχα τέμνεται κατὰ τὴν τοῦ κύκλου διχοτόμησιν ἢ τῷ ἑτέρῳ προσμερίζεται τμήματι. Ἀλλὰ δίχα μὲν τμηθῆναι τῶν ἀδυνάτων· πῶς γὰρ οἷόν τε τὸ ἀμερὲς ἐπινοεῖν μεριζόμενον; εἰ δὲ τῷ ἑτέρῳ προσμερίζεται τμήματι ἄνισα γίνεται τὰ τμήματα καὶ ὁ κύκλος οὐ μέσος διαιρεῖται) Sextus Empir. Opera. Πρὸς Φυσικοὺς Α', adv. Math. IX 284, H. Mutschman, 1914. Ἡ νεωτέρα κριτικὴ λέγει ὅτι ὁ Σέξτος δὲν ἔχει δίκαιον.

Εἶναι φανερὸν ὅτι κατὰ τὸ νόημα τοῦ Εὐκλείδου τὸ ἀμερὲς σημεῖον εἶναι νοητὸν καὶ δὲν διχοτομεῖται. Δεχόμεθα ὅτι καὶ ἕκαστον ἡμικύκλιον ἔχει κέντρον κείμενον ἐπὶ τῆς διαμέτρου αὐτοῦ. Ὁπωσδήποτε ὅμως ἡ παρατήρησις τοῦ Σέξτου εἶναι ὀξυτάτη καὶ ἐλέγχει τὸ πρόβλημα τί εἶναι σημεῖον. Ἐὰν δὲν δεχθῶμεν τὴν ἔννοιαν σημεῖον εἶναι ζήτημα ἂν δύναται νὰ ὑπάρξῃ εὐκλείδειος γεωμετρία. Ὁ Πλάτων ἔχει ὑπ' ὄψει του ἀκριβῶς τὸν ὁρισμὸν τοῦ σημείου, ὁ ὁποῖος θὰ ἔχῃ διατυπωθῆ τὸ βραδύτερον εἰς τὴν Ἀκαδημίαν του (καὶ ἐπομένως δὲν εἶναι ἐπινόησις τοῦ Εὐκλείδου), ὅταν λέγῃ ὅτι ἡ γεωμετρία εἶναι ἐπιστήμη σχετικὴ (Πολιτεία 533c) καὶ ὄχι ἀπόλυτος, ὅπως ἡ φιλοσοφία ἄνευ συμβιβασμῶν, ὡς πρὸς τοὺς ὁρισμούς.

7. Τὸ πέμπτον αἴτημα τοῦ Εὐκλείδου (τὸ ἀξίωμα τῶν παραλλήλων) οἱ νεώτεροι τὸ διατυπώνουν ὡς ἑξῆς : ἐὰν εἰς ἐπίπεδον θεωρήσωμεν εὐθεῖαν γραμμὴν καὶ σημεῖον τι ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐκτὸς τῆς εὐθείας κείμενον, ἐκ τοῦ σημείου πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἄγεται μία καὶ μόνη παράλληλος. Μεταβολὴ τῆς διατυπώσεως τοῦ ἀξιώματος τῶν παραλλήλων ὡδήγησεν εἰς τὴν ἀπόφανσιν ὅτι ἔκ τινος σημείου τοῦ ἐπιπέδου ἄγονται πρὸς δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἐπ' αὐτοῦ ἄπειροι παράλληλοι. Τοῦτο διετυπώθη κατὰ τὸ πρῶτον ἥμισυ τοῦ δεκάτου ἐνάτου αἰῶνος. Οἱ μεταγενέστεροι μαθηματικοὶ ὠνόμασαν τὰ ἐκ τῆς ἀποδοχῆς τοῦ διαφόρου ἀξιώματος τῶν παραλλήλων προκύπτοντα θεωρήματα γεωμετρίαν «Μὴ εὐκλείδειον» ἢ «ὑπερβολικήν».

Ἡ τοιαύτη ὀνομασία δὲν θεωρεῖται ὑπὸ πολλῶν, ὡς ἐπιτυχής. Διότι, ἐκ τῶν 14 ἀξιωμάτων τοῦ Εὐκλείδου λαμβάνουν τὰ 13, τὰ ὀνομάζουν «ἀπόλυτον γεωμετρίαν» προσθέτουν εἰς τὴν «ἀπόλυτον γεωμετρίαν» τὸ νέον ἀξίωμα τῶν παραλλήλων καὶ τὸ οἰκοδόμημα αὐτὸ τὸ καλοῦν Μὴ εὐκλείδειον γεωμετρίαν, ὄχι ἐπιτυχῶς, διότι τοῦτο κατὰ τὰ 13) 14 εἶναι εὐκλείδειον καὶ θὰ ἠδύνατο νὰ λάβῃ τὴν ὀνομασίαν «ἀσκήσεις τινὲς ἐπὶ τῆς εὐκλειδίου γεωμετρίας». Τὸ αὐτὸ θὰ ἠδύνατο νὰ λεχθῆ καὶ διὰ μίαν ἄλλην Μὴ εὐκλείδειον γεωμετρίαν, τὴν καλουμένην «ἐλλειπτικήν», εἰς τὴν ὁποίαν τὸ ἀξίωμα τῶν παραλλήλων τοῦ Εὐκλείδου ἀντικαθίσταται μὲ τὸ ἀξίωμα ὅτι, ἐὰν εἰς τὸ ἐπίπεδον θεωρήσωμεν εὐθεῖαν γραμμὴν καὶ σημεῖόν τι ἐκτὸς αὐτῆς οὐδεμία παράλληλος ἄγεται ἐκ τοῦ σημείου πρὸς τὴν εὐθεῖαν. Ἡ ἔκφρασις τοῦ ἀξιώματος αὐτοῦ ἀποδίδεται εἰς τὸν διαπρεπῆ Γερμανὸν μαθηματικὸν Βερνάρδον Ρῆμαν (Ber. Riemann)

Ὁ Ρῆμαν ἐρευνᾷ τὴν ἔννοιαν «ν πολλαπλότητος ἐκτεταμένου μεγέθους», δηλαδὴ τὴν ἔννοιαν ἑνὸς μεγέθους ἔχοντος ν διαστάσεις (καὶ ὄχι 3 ὅπως ἔχει ὁ χῶρος τοῦ Εὐκλείδου), ὅπου τὸ ν δύναται νὰ εἶναι ἀριθμὸς μεγαλύτερος τοῦ 3, καὶ μεταφέρει τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἐρευνῶν του εἰς τὸν χῶρον τῶν ν διαστάσεων. (B. Riemann, Ueber die Hypothesen welche der Geometrie zu Grunde liegen Ἐκδ. .H. Weber Dover N. York, 1953).

Διὰ τῆς ἐπινοίας του ὁ Ρῆμαν εἰσάγει εἰς τὴν γεωμετρίαν τὸν νοητικὸν χῶρον τῶν ν διαστάσεων καὶ ἀγνοεῖ τὸν κοινὸν εὐκλείδειον χῶρον τῶν τριῶν διαστάσεων (μήκους, πλάτους, ὕψους), ἀποδέχεται ὅμως σιωπηρῶς τὴν εὐκλείδειον ἔννοιαν σημεῖον. Ἐπὶ τούτοις χρησιμοποιεῖ τὴν ἔννοιαν «γραμμικὸν στοιχεῖον», δηλαδὴ στοιχειωδῶς μικρὰν γραμμήν, βασίζων αὐτὴν εἰς τὴν ἔννοιαν τοῦ «διαφορικοῦ». Ἐπὶ τῆς ἐλλειπτικῆς γεωμετρίας τοῦ Ρῆμαν στηριζόμενος ὁ Ἀϊνστάϊν διετύπωσε τὴν εἰδικὴν καὶ τὴν γενικὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος ἀπὸ τοῦ 1905. Συμπεράσματα τῆς εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος εἶναι ὅτι: 1) Δὲν ὑπάρχει εἰς τὸν κόσμον ταχύτης μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός, 2) ὁ νόμος καθ' ὃν ἡ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς ὕλην καὶ ἡ ὕλη μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν, καὶ 3) ἡ μᾶζα τῶν κινουμένων σωμάτων αὐξάνεται. Τοῦτο φαίνεται ἰδίως εἰς τὰ σώματα τὰ ἔχοντα μεγάλην ταχύτητα. Οἱ ἀντίπαλοι τῆς εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος ὑποστηρίζουν ὅτι ὑπάρχει εἰς τὸν κόσμον ταχύτης μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς καὶ ὅτι ὁ νόμος μετατροπῆς τῆς ὕλης εἰς ἐνέργειαν καὶ τῆς ἐνεργείας εἰς ὕλην ἔχει ἀνακαλυφθῆ πολὺ πρὸ τοῦ Ἀϊνστάϊν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας. (W. Ostwald τῷ 1895 (1853 - 1932) τῷ 1897 Gustav le Bon (1841 - 1931), Hasenöhrl τῷ 1904 (W. Riezler, Einführung in die Kernphysik, σελ. 26, 1959 (Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν πυρηνικὴν Φυσικήν).

Ἡ σύγχρονος ἐπιστήμη ἔχει ἀποδεχθῆ τὸν νόμον μετατροπῆς τῆς ὕλης εἰς ἐνέργειαν καὶ τἀνάπαλιν. Ἡ κατασκευὴ τῆς ὑδρογονικῆς βόμβας εἰς τὸν νόμον αὐτὸν στηρίζεται.

Εἰς τὰ συμπεράσματα τῆς γενικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος περιλαμβάνεται καὶ τὸ ὅτι ὁ κόσμος εἶναι πεπερασμένος μὲ μεγάλην ἔκτασιν. Οἱ ἀντίπαλοι τῆς γενικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος (ἡ ὁποία στηρίζεται εἰς τὸν νοητικὸν χῶρον τῶν πολλῶν διαστάσεων), μεταξὺ τῶν ὁποίων καταλέγονται καὶ οἱ καθηγηταὶ Hugo Dingler τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Μονάχου καὶ Georg Hammel τοῦ Πολυτεχνείου τοῦ Βερολίνου, ὑποστηρίζουν ὅτι μόνον ἡ εὐκλείδειος γεωμετρία ἔχει σχέσιν πρὸς τὴν πραγματικότητα, ἐνῷ ἡ γεωμετρία τοῦ Ρῆμαν οὐδεμίαν σχέσιν ἔχει πρὸς αὐτὴν καὶ εἶναι ἁπλῶς ἓν νοητικὸν κατασκεύασμα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος (H. Dingler, Ueber Gesch. und Wesen d. Experiments, München 1952, G. Hammel, Was ist Geometrie? Math. Nachr. B. 4, 1950-51, σελ. 502 κ. ἑξῆς). Ἐπὶ τοῦ παρόντος, λέγουν, ἡ γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητος τοῦ Ἀϊνστάϊν δὲν ἔχει ἀποδειχθῆ εἰς τὰ πράγματα καὶ ὁ πραγματικὸς χῶρος εἰς τὸν ὁποῖον ζῇ ὁ ἄνθρωπος εἶναι ὁ εὐκλείδειος χῶρος τῶν τριῶν διαστάσεων καὶ οὐδεὶς ἄλλος. Ἐπὶ τούτοις πολλοὶ ἐπιστήμονες διερωτῶνται, διατί τὰ αὐτοκίνητα, τὰ ἀεροπλάνα, οἱ πύραυλοι, οἱ δορυφόροι, οἱ πυρηνικοὶ ἀντιδραστῆρες, τὰ μέσα τηλεπικοινωνίας, κλπ. κατασκευάζονται καὶ λειτουργοῦν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας τῶν Ἑλλήνων; Διατί οἱ κατασκευασταί των δὲν δοκιμάζουν νὰ ἐφαρμόσουν καὶ τὰς μὴ εὐκλειδείους γεωμετρίας, τοὐλάχιστον εἰς τοὺς πυραύλους καὶ τοὺς δορυφόρους, ἀφοῦ ἔχει διατυπωθῆ ἡ γνώμη ὅτι αἱ μὴ εὐκλείδειοι γεωμετρίαι ἰσχύουν κυρίως εἰς τὰς μεγάλας ἀποστάσεις;

***

Ὀλίγα ἔτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Ρῆμαν, ὁ Γερμανὸς μαθηματικὸς Felix Klein, περὶ τὸ 1870 ἐσκέφθη νὰ καταργήσῃ τὴν εὐκλείδειον γεωμετρίαν ἰσχυριζόμενος ὅτι δημιουργεῖ νέαν γεωμετρίαν στηριζομένην μόνον εἰς τὴν προβολικὴν γεωμετρίαν. Διετυπώθη ὅμως εἰς αὐτὸν ἡ παρατήρησις ὅτι καὶ ἡ προβολικὴ γεωμετρία στηρίζεται εἰς τὴν εὐκλείδειον! Εἰς ἀπ᾽ εὐθείας κριτικὴν καὶ μεταλλαγὴν τῶν ἀρχῶν τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας προέβη ὁ ἐκ τῶν διαπρεπεστέρων μαθηματικῶν τῆς ἐποχῆς του Γερμανὸς καθηγητὴς Δαβὶδ Χίλμπερτ (D. Hilbert, 1862 - 1943). Ὁ Χίλμπερτ εἰς τὴν πραγματείαν του Ἀρχαὶ τῆς Γεωμετρίας (Grundlagen der Geometrie, Stuttgart 1956, ὀγδόη ἔκδοσις) ἀρχίζει ὡς ἑξῆς:

Erklärung = διασάφησις. (Ἀποφεύγει τὸν εὐκλείδειον ὅρον «ὁρισμὸς» =Definition, αὐτὸν ὅμως ὑπονοεῖ).

«Φανταζόμεθα τρία διάφορα συστήματα πραγμάτων: τὰ πράγματα τοῦ πρώτου συστήματος τὰ ὀνομάζομεν σημεῖα καὶ τὰ παριστῶμεν μὲ τὰ γράμματα A, B, C..., τὰ πράγματα τοῦ δευτέρου συστήματος τὰ ὀνομάζομεν εὐθείας καὶ τὰ παριστῶμεν μὲ τὰ γράμματα a, b, c,..., τὰ πράγματα τοῦ τρίτου συστήματος τὰ ὀνομάζομεν ἐπίπεδα καὶ τὰ παριστῶμεν μὲ τὰ ἑλληνικὰ γράμματα α, β, γ... Τὰ σημεῖα τὰ ὀνομάζομεν καὶ στοιχεῖα τῆς γραμμικῆς γεωμετρίας, καὶ τὰ σημεῖα καὶ τὰς εὐθείας τὰ ὀνομάζομεν στοιχεῖα τῆς ἐπιπέδου γεωμετρίας, καὶ τὰ σημεῖα, τὰς εὐθείας καὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ ὀνομάζομεν στοιχεῖα τῆς γεωμετρίας τοῦ χώρου ἢ στοιχεῖα τοῦ χώρου. Ἐν συνεχείᾳ διατυπώνει πέντε ὁμάδας ἀξιωμάτων.

Εἶναι φανερὸν ὅτι ὁ Χίλμπερτ κατὰ κρυπτοφανῆ κάπως τρόπον κάμνει χρῆσιν καὶ ἀοριστολογικὴν κατάχρησιν τῶν εὐκλειδείων ὅρων, διότι παρέχων τοὺς προηγουμένους ὁρισμοὺς ἔχει εἰς τὸν νοῦν του τὴν εὐκλείδειον γεωμετρίαν. Θεωρεῖ κατόπιν τὸν χῶρον ἁπλῶς ὡς ἓν νοητικὸν κατασκεύασμα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος ἄσχετον πρὸς τὴν πραγματικότητα καὶ ἀκολούθως μεταφέρει τὰ ἀποτελέσματα τῶν σκέψεών του εἰς τὸν εὐκλείδειον πραγματικὸν χῶρον τῶν τριῶν διαστάσεων. Ἡ κυρία προσπάθεια τοῦ Χίλμπερτ παρατηρεῖται ἀκολούθως εἰς τὴν διατύπωσιν τῶν 5 ὁμάδων τῶν ἀξιωμάτων του καὶ τὸν καθορισμὸν τῶν ἐννοιῶν «κεῖται», «μεταξύ», «ἴσος», «παράλληλος».

Ἀπὸ τῆς πρώτης ἤδη ἐκδόσεώς των αἱ Ἀρχαὶ τῆς Γεωμετρίας τοῦ Χίλμπερτ ὑπέστησαν σφοδροτάτην κριτικὴν ὑπὸ πλείστων μαθηματικῶν, οἱ ὁποῖοι τὰς ἀπορρίπτουν. Μεταξὺ αὐτῶν ἀναφέρομεν τὸν E. B. Wilson (Arch. Math. Phys. (3) 6 (1904) καὶ τὸν G. Frege (Jahresbericht DMV 12 (1903) (Ἐπετηρὶς τῆς Ἑταιρείας τῶν Μαθηματικῶν τῆς Γερμανίας). Ὁ Frege γράφει σχετικῶς τὰ ἑξῆς: «Ἀνέκαθεν ὀνομάζεται ἀξίωμα εἷς συλλογισμὸς τοῦ ὁποίου ἡ ἀλήθεια εἶναι προφανής, χωρὶς αὕτη νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποδειχθῇ διὰ σειρᾶς συλλογισμῶν... Οὐδέποτε ἐπιτρέπεται κάτι νὰ παρέχεται ὡς ὁρισμός, τὸ ὁποῖον διὰ τὴν ἀλήθειάν του ἔχει ἀνάγκην ἀποδείξεως ἢ τῆς ἐποπτείας. Ἐξ ἄλλου δὲν εἶναι ἐπιτρεπτὸν ἀξιώματα ἢ θεωρήματα νὰ καθορίζουν τὴν σημασίαν μιᾶς λέξεως ἢ ἑνὸς συμβόλου (ὅπως τοῦτο συμβαίνει μὲ τὰ ἀξιώματα τοῦ Χίλμπερτ). Πληροφορούμεθα πράγματι διὰ «τῶν ἀξιωμάτων τῆς διατάξεως» τοῦ Χίλμπερτ, πότε λαμβάνει χώραν ἡ σχέσις «κεῖται» ἑνὸς πράγματος ; Ὄχι· τοὐναντίον, ὅταν ἔχωμεν ἤδη κατανοήσει τὴν σχέσιν αὐτήν, τότε ἀναγνωρίζομεν τὴν ἀλήθειαν τοῦ ἀξιώματος. Τὸ σύστημα τῶν ἀξιωμάτων τοῦ Χίλμπερτ εἶναι ἓν σύστημα ἐξισώσεων μὲ πολλοὺς ἀγνώστους, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀδύνατον νὰ λυθῇ. Ἐὰν θελήσωμεν νὰ ἀπαντήσωμεν εἰς τὸ ἐρώτημα, ἂν ἓν ἀντικείμενον — π.χ. τὸ ὡρολόγιόν μου — εἶναι ἓν σημεῖον, προσκρούομεν εὐθὺς ἀμέσως εἰς τὴν δυσκολίαν ἐκ τοῦ πρώτου ἀξιώματος, διότι αὐτὸ ἤδη ὁμιλεῖ περὶ δ ύ ο ἀντικειμένων».

Ὁ Frege παρῳδεῖ ἀκολούθως τὸν Χίλμπερτ λαμβάνων ἀφορμὴν ἐκ τῆς ἀνωτέρω ἀναφερομένης πρώτης διασαφήσεως, λέγων: «Διασάφησις: Φανταζόμεθα ἀντικείμενα, τὰ ὁποῖα ὀνομάζομεν Θεούς. Ἀξίωμα 1. Κάθε Θεὸς εἶναι παντοδύναμος. Ἀξίωμα 2. Ὑπάρχει τοὐλάχιστον εἷς Θεός».

Εἶναι φανερὸν ὅτι αἱ παρατηρήσεις τοῦ Frege ἀναφέρονται καὶ εἰς τὰ ἀξιώματα καὶ εἰς τὴν ἀρχικὴν διασάφησιν τοῦ Χίλμπερτ, ὅστις θέλει νὰ περιγράψῃ τὸν χῶρον ὡς συνιστάμενον ἀπὸ ἀντικείμενα παριστώμενα διὰ γραμμάτων τοῦ ἀλφαβήτου· πράττει δὲ τοῦτο διὰ νὰ ἀποφύγῃ τὸν εὐκλείδειον ὁρισμὸν τοῦ σημείου, τῆς εὐθείας καὶ τῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας.

Τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου, τοῦ ὁποίου τὰς ἰδιότητας ἐρευνᾷ ἡ γεωμετρία, εἶχεν ἐπισύρει τὴν προσοχὴν τῶν Ἑλλήνων ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Πυθαγόρου, ἰδίως ὅμως ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Ζήνωνος τοῦ Ἐλεάτου (γενν. περὶ τὸ 495 π.Χ.), ὁ ὁποῖος ἠρνεῖτο τὴν ὕπαρξιν τοῦ χώρου παραδεχόμενος ὅτι τὸ σύμπαν ἀποτελεῖται ἀπὸ κόσμους ὄχι ὅμως ἀπὸ κενόν. Κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη ὁ Ζήνων ἠμφεσβήτει τὴν ὕπαρξιν τοῦ χώρου λέγων «ἐὰν ὑπάρχῃ χῶρος, ποῦ κεῖται αὐτὸς ὁ χῶρος;». Δὲν εἶναι δύσκολον νὰ λύσῃ κανεὶς τὴν ἀπορίαν τοῦ Ζήνωνος, προσθέτει ὁ Ἀριστοτέλης..., διότι ἐὰν ὁ Ζήνων ἀξιοῖ ὅτι ὅλα τὰ ὄντα πρέπει νὰ κατέχουν κάποιον χῶρον δὲν τὸ ἀξιοῖ καλῶς· διότι οὔτε ἡ ὑγεία οὔτε ἡ ἀνδρεία οὔτε ἄλλα μύρια εἶναι δυνατὸν νὰ εἴπῃ κανεὶς ὅτι εὑρίσκονται εἰς κάποιον τόπον...» (Φυσικὰ 43, 210 b 22).

Ἡ ἑλληνικὴ μαθηματικὴ ἐπιστήμη, τῆς ὁποίας τὰς ἀρχὰς διέσωσε μέχρις ἡμῶν ὁ Εὐκλείδης διὰ τῶν Στοιχείων του, δέχεται ἁπλῶς ὅτι ὁ χῶρος ἔχει τρεῖς διαστάσεις (μῆκος πλάτος ὕψος), ὡς τοῦτο ὑποπίπτει εἰς τὴν ἄμεσον ἐποπτείαν μας, χωρὶς νὰ ἐνδιαφέρεται νὰ καθορίσῃ τί εἶναι χῶρος, θεωροῦσα τὸν καθορισμὸν αὐτὸν ἀντικείμενον τῶν φιλοσοφικῶν ἀναζητήσεων.

Ὁ Ἰσαὰκ Νεύτων ἀπεδέχθη τὴν ἔννοιαν τοῦ τρισδιαστάτου χώρου, ὁ ὁποῖος ἀπὸ τὰ τέλη περίπου τοῦ 17ου αἰῶνος ὠνομάσθη ἀπόλυτος χῶρος. Μὲ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Φυσικῆς καὶ τῶν Μαθηματικῶν ὑπέστη ἔρευναν μεγάλην καὶ τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου. Διαπρεπεῖς ἐπιστήμονες ἐκ τῶν νεωτέρων, ὅπως ὁ Γκάους, ὁ Ρῆμαν, ὁ Χίλμπερτ, ὁ Πουανκαρέ, ὁ Ἀϊνστάϊν, ὁ Ντιρὰκ καὶ ἄλλοι προέβησαν εἰς σπουδαίας ἐρεύνας ἐπὶ τοῦ ζητήματος αὐτοῦ χωρὶς ὅμως νὰ κατορθώσουν νὰ δώσουν μίαν ἱκανοποιητικὴν ἀπάντησιν. Τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου παραμένει πρόβλημα ἄ λ υ τ ο ν, ὡς προσφυῶς τονίζει ὁ Ἰσραηλίτης καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου Bar - Ilan (Ἰσραήλ), Max Jammer εἰς τὴν πραγματείαν του Das Problem des Raumes (τὸ πρόβλημα τοῦ χώρου σελ. 220), Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1960). Μετάφρασις ἐκ τοῦ ἀμερικανικοῦ ὑπὸ τὸν τίτλον : Concepts of Space, Harvard Univ. Press, Cambridge U. S. A. Ὁ πραγματικὸς ὅμως χῶρος, εἰς τὸν ὁποῖον ζῶμεν εἶναι ὁ εὐκλείδειος χῶρος τῶν τριῶν διαστάσεων, ἀσχέτως πρὸς τὸ ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ τὸν ὁρίσωμεν.

8. Ἡ κριτικὴ κατὰ τοὺς τελευταίους δύο αἰῶνας τῶν ἀρχῶν τῆς ἑλληνικῆς γεωμετρίας ὡς αὗται διετυπώθησαν ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου εἰς τὰ Στοιχεῖα του, ἔδωκεν ἀφορμὴν εἰς μεγάλην πρόοδον τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης· ἐδημιουργήθησαν δὲ σὺν τῷ χρόνῳ καὶ νέοι πολλοὶ κλάδοι τῶν μαθηματικῶν, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἔχει μεγάλο περιεχόμενον, τόσον, ὥστε ἡ παρακολούθησις ὅλων αὐτῶν τῶν κλάδων νὰ ἀποβαίνῃ πολὺ δύσκολος καὶ ἴσως ἀνέφικτος δι᾽ ἕνα μαθηματικόν. Μεταξὺ τῶν κλάδων αὐτῶν ἀναφέρομεν τὴν Τοπολογίαν, τὴν Θεωρίαν τῶν πιθανοτήτων, τὴν Θεωρίαν τῶν πληροφοριῶν (Informationstheorie) κλπ.

Καθημερινῶς τὰ μαθηματικὰ διεισδύουν εἰς ὅλας σχεδὸν τὰς ἐκδηλώσεις τῆς ἀνθρωπίνης δραστηριότητος. Θὰ φανῇ ἴσως παράδοξον, ἐὰν προσθέσωμεν, ὅτι ἔχει δημιουργηθῇ τελευταίως καὶ κλάδος ἐφηρμοσμένων μαθηματικῶν «τῶν μαθηματικῶν τῆς οὐρᾶς»! Οἱ Ἕλληνες, καὶ ἰδίως οἱ Ἀθηναῖοι, ἔχουν πικρὰν πεῖραν τῆς οὐρᾶς, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν διὰ νὰ πάρουν σειρὰν πρὸς ἐπιβίβασιν εἰς τὰ λεωφορεῖα, ἢ διὰ τὴν ἀγορὰν εἰσιτηρίου εἰς τοὺς σιδηροδρόμους ἢ τὰ ποδοσφαιρικὰ γήπεδα κλπ. Ὁ νέος κλάδος «τῶν μαθηματικῶν τῆς οὐρᾶς» ἀσχολεῖται μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ ὑπολογισμοῦ, πόσον στοιχίζει εἰς τοὺς ἀναμένοντας, τὸ Κράτος καὶ τὴν Κοινωνίαν ὁ χανόμενος χρόνος τῆς ἀναμονῆς καὶ ποῖα μέτρα ἐνδείκνυνται διὰ τὴν ἀποφυγὴν τῆς προκαλουμένης ζημίας. Ἀλλὰ καὶ τὰ συγκοινωνιακὰ προβλήματα, ὅπως ἐδημιουργήθησαν κατὰ τοὺς τελευταίους χρόνους, ἐμπίπτουν εἰς τὴν ἀνάγκην μαθηματικῶν ὑπολογισμῶν καὶ ἀναλύσεων.

Τὰ διὰ πρακτικοὺς σκοποὺς καλλιεργούμενα μαθηματικὰ ἐπ᾽ οὐδενὶ λόγῳ πρέπει νὰ ἀποτελοῦν ἐμπόδιον εἰς τὴν θεραπείαν τῶν καθαρῶν μαθηματικῶν, εἰς τὰ ὁποῖα κυρίως βασίζεται ἡ ἀνάπτυξις τῶν ἐφηρμοσμένων μαθηματικῶν. Τυπικὸν παράδειγμα δικαιολογοῦν τὸν ἰσχυρισμὸν τοῦτον ἀποτελεῖ ἡ σπουδὴ τῶν θεωρημάτων τῆς ἕλικος ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὅταν ὁ Ἀρχιμήδης περὶ τὸ 250 π.Χ. ἐσπούδαζε τοὺς νόμους τῆς ἕλικος δὲν ὡδηγεῖτο εἰς αὐτὸ ἀπὸ σκέψιν πρακτικῆς ἐφαρμογῆς τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν ἐρευνῶν του, τὰς ὁποίας ἔκαμε μόνον καὶ μόνον πρὸς θεραπείαν τῆς ἐπιστήμης, ἀσχέτως πρὸς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Ἰδοὺ ὅμως μετὰ 2200 καὶ πλέον ἔτη ἡ ἕλιξ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀποτελεῖ τὴν βάσιν λειτουργίας τοῦ τελειοτέρου ὀργάνου, τὸ ὁποῖον ἐπενόησε τὸ ἀνθρώπινον πνεῦμα, τοῦ κυκλοτρονίου, δι' οὗ γίνεται ἡ ἔρευνα τῆς ὕλης καὶ τῆς ἐνεργείας.

Μερικαὶ πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῶν μαθηματικῶν κατέστησαν ἀπολύτως ἀναγκαῖαι κατὰ τὸν δεύτερον παγκόσμιον πόλεμον. Μετὰ τὴν ἀπόβασιν τῶν Ἀμερικανῶν εἰς τὴν Εὐρώπην ἐδημιουργήθη μέγα πρόβλημα ἐφοδιασμοῦ, τὸ ὁποῖον διὰ νὰ λυθῇ ἐχρειάσθη τὴν γνῶσιν εἰδικῶν μαθηματικῶν μεθόδων ἐξ ὧν προέκυψε νέος κλάδος Ἀλγέβρας, τοῦ ὁποίου ἡ ἀνάπτυξις κατὰ τὸ διαρρεῦσαν διάστημα ἔχει σημειώσει μεγάλην πρόοδον.

Ἐπὶ τούτοις ἀνεκαλύφθη ὅτι ἡ δημιουργία τῶν γλωσσῶν ἔχει μαθηματικὴν προέλευσιν. Οἱ διάφοροι λαοὶ ἐξ ἀνάγκης ἢ ἐνστίκτου ἐδημιούργησαν τὰς γλώσσας χωρὶς νὰ γνωρίζουν ὅτι ἀκολουθοῦν ὡρισμένους μαθηματικοὺς νόμους. Ἡ νέα ἐπιστήμη τῆς Κυβερνητικῆς (Cybernetics) φιλοδοξεῖ νὰ ἀνεύρῃ τοὺς νόμους αὐτούς, ἐκ τῶν ὁποίων ὁδηγουμένη θὰ συμπληρώσῃ ὅλα ἢ τὰ περισσότερα κενὰ τὰ ὑπάρχοντα εἰς τὰ χειρόγραφα καὶ τοὺς παπύρους τοὺς περιέχοντας ἀρχαῖα κείμενα.

Τὰ προβλήματα τῆς ζωῆς δημιουργοῦν τὴν ἀνάγκην ἀναπτύξεως νέων κλάδων τῶν μαθηματικῶν, ἀσχέτως πρὸς τὴν θεωρητικὴν ἔρευναν, ἡ ὁποία γίνεται ἐπειδὴ ὁ ἄνθρωπος φύσει ὀρέγεται τοῦ εἰδέναι, κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη.

Ὅλα τὰ πολιτισμένα Κράτη, χωρὶς νὰ παραμελοῦν τὴν θεραπείαν τῶν ἀφῃρημένων ἢ καθαρῶν μαθηματικῶν ἔχουν δώσει μεγάλην ἔμφασιν εἰς τὴν σπουδὴν τῶν ἐφηρμοσμένων μαθηματικῶν, τὰ ὁποῖα συνδέονται ἀμέσως πρὸς τὰς ἀνάγκας τῆς ζωῆς καὶ πρὸς τὴν ἰσχὺν καὶ τὴν ἀσφάλειαν τῶν Κρατῶν. Ἐξαίρεσις ἢ μονομέρεια ὡς πρὸς τὴν σπουδὴν τῶν μαθηματικῶν, παρατηρεῖται εἰς μερικὰς χώρας, ὅπου εἰς τὸ ἔνατον σχολικὸν ἔτος κατηργήθη ἡ διδασκαλία τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας, ἀπὸ ὑπερβάλλοντα ζῆλον νεωτερισμοῦ καὶ ἀντικατεστάθη αὕτη μὲ τὴν διδασκαλίαν τῶν πρακτικῶν μαθηματικῶν, ὡς ταῦτα παρέχονται εἰς τὰς κατωτέρας Τεχνικὰς Σχολάς.

Δὲν εἶναι εὔκολον νὰ ἀποφανθῇ κανεὶς πότε πρέπει εἰς τὰ σχολεῖα νὰ ἀρχίζῃ ἡ σπουδὴ τῶν θεωρητικῶν μαθηματικῶν καὶ πρὸ παντὸς ἡ σπουδὴ τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας. Ἀσχέτως πρὸς τὸ γεγονὸς τοῦτο παρατηρεῖται διεθνῶς μία τάσις ὡρισμένων κύκλων πρὸς ἀντικατάστασιν τῆς Λογικῆς τοῦ Ἀριστοτέλους διὰ τῆς Μαθηματικῆς ἢ Συμβολικῆς λεγομένης Λογικῆς καὶ τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου διὰ τῶν λεγομένων «μοντέρνων» μαθηματικῶν, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀνακαλυφθῆ καὶ χρησιμοποιηθῆ ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος διὰ τὰς ὀντολογικάς του ἀναζητήσεις καὶ ἀναφέρονται εἰς τὸν διάλογον Παρμενίδης (Πρακτικὰ Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν 26.10.1958).

Εἶναι ἀφ' ἑαυτοῦ φανερὸν ὅτι ἡ Λογικὴ εἶναι μία καὶ μόνη, ἔστω καὶ ἂν εἶχε τὸ ἀτύχημα διὰ μερικοὺς ξένους κύκλους νὰ διατυπωθῆ καὶ νὰ συστηματοποιηθῆ ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους. Ἐξ ἄλλου ἡ παράλειψις τῆς διδασκαλίας τῆς εὐκλειδείου γεωμετρίας εἶναι ἐπόμενον ὅτι θὰ ὁδηγήσῃ εἰς τὴν πτῶσιν τοῦ πνευματικοῦ ἐπιπέδου τῶν λαῶν. Εἶναι ἀληθὲς ὅτι εἶναι ὀλίγον δύσκολος ἀλλὰ δὲν ὑπάρχει βασιλικὴ ἀτραπὸς διὰ τὴν ἐκμάθησίν της.

***

Ἀναταραχὴν ἐπὶ πλέον ἔχει ἐπιφέρει εἰς τὴν Ἐκπαίδευσιν μερικῶν χωρῶν ἡ εἰσαγωγὴ εἴς τινας γυμνασιακὰς τάξεις στοιχείων τῆς λεγομένης θεωρίας τῶν Συνόλων. Ἡ θεωρία αὐτή, πιθανὸν νὰ χρειάζεται εἰς τοὺς σπουδάζοντας μαθηματικὰ εἰς τὸ Πανεπιστήμιον. Ὁ ἀριθμὸς ὅμως τῶν φοιτητῶν τῶν μαθηματικῶν ὅλου τοῦ κόσμου ἀποτελεῖ μόνον τὸ 4 ἐπὶ τοῖς χιλίοις τῶν ἀποφοίτων τῶν Γυμνασίων.

Ἡ κατὰ τοὺς τελευταίους χρόνους μεγάλη στροφὴ τῆς ψυχολογικῆς καὶ παιδαγωγικῆς ἐπιστήμης πρὸς τὰς μεθόδους τῆς ἐποπτείας καὶ τὴν ἰδέαν τῆς «ὁλότητος» (Holoismus) ηὐνόησε κατὰ πολὺ καὶ τὴν διάδοσιν εἰς τὴν περιοχὴν τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης ὄχι μόνον τῆς ἐποπτείας ἀλλὰ καὶ τῆς θεωρίας τῶν Συνόλων. Ἀπὸ τοῦ 1900 ὁ Γερμανὸς καθηγητὴς Felix Klein ὅστις ἀπὸ τῶν ἀρχῶν τοῦ ἐπιστημονικοῦ του σταδίου εἶχεν ἐνθουσιασθῆ μὲ τὴν θεωρίαν τῶν ὁμάδων (Gruppentheorie) κατέβαλε μεγάλην δραστηριότητα διὰ νὰ εἰσαχθοῦν καὶ εἰς τὰ γυμνασιακὰ προγράμματα αἱ νέαι μαθηματικαὶ θεωρίαι καὶ νὰ συνδεθοῦν διὰ μέσου ἐποπτικῶν ἁπλουστεύσεων τὰ γυμνασιακὰ μαθηματικὰ μὲ τὰς θεωρίας τὰς διδασκομένας εἰς τὰς ἀνωτέρας σχολάς. Πολλαὶ ὅμως ἐκ τῶν νέων μαθηματικῶν θεωριῶν εὑρίσκονται εἰσέτι ὑπὸ συζήτησιν καὶ ἀμφισβήτησιν ὡς πρὸς τὰς θεμελιωτικάς των βάσεις. Ἡ προσπάθεια δὲ χρησιμοποιήσεως ἐποπτικῶν μέσων παραστάσεως ὑπάρχει φόβος νὰ ἐπιφέρῃ ἀναστολὴν εἰς τὴν περαιτέρω πρόοδον ἐγκλείουσα τὴν μαθηματικὴν σκέψιν εἰς μορφὰς ἐκφράσεως δεσμευούσας τὴν προχώρησιν τοῦ πνεύματος.

Ἕνεκα τῶν λόγων τούτων αἱ νέαι θεωρίαι πρέπει νὰ ἐξετάζωνται μετὰ στοργῆς μὲν ἀλλὰ καὶ μετὰ μεγάλης προσοχῆς καὶ ὡς ἀσφαλιστικὴ δικλεὶς ἐπαληθεύσεως αὐτῶν νὰ χρησιμοποιῆται ἡ ὑπὸ τῶν ἀρχαίων ἑλληνικῶν μαθηματικῶν ἀπαρτισθεῖσα μαθηματικὴ θεωρία, τῆς ὁποίας τὴν ὑπερχρονικὴν ἀξίαν ἔχει ἐπιβεβαιώσει ἡ θριαμβευτικὴ καὶ γόνιμος διὰ μέσου τῶν αἰώνων ἐπιβίωσίς της.

Εἰς μερικὰς πραγματείας τῆς Ἑσπερίας καὶ τῆς Ἐγγὺς Ἀνατολῆς (τῆς Παλαιστίνης) ἀπαντᾷ κανεὶς τὴν γνώμην ὅτι ὁ Εὐκλείδης ἦτο μέγας διδάσκαλος ὄχι ὅμως μεγάλος μαθηματικὸς καὶ ὅτι τὰ νεώτερα μαθηματικὰ στηρίζονται ἐπὶ τῆς ἀξιωματικῆς μεθόδου, ἡ ὁποία δὲν ἔχει καμμίαν σχέσιν μὲ τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Αἱ ἀνωτέρω γνῶμαι ἐλέγχονται ὡς πάντῃ ἀνακριβεῖς. Ὁ Ἀρχιμήδης καὶ ὁ Ἀπολλώνιος ἐκφράζονται μὲ σεβασμὸν καὶ εὐλάβειαν διὰ τὸν Εὐκλείδην, τοῦ ὁποίου τὰ Στοιχεῖα θεωροῦν ὡς ἀληθείας ὡμολογημένας. Ὁ ἰσχυρισμὸς ἐξ ἄλλου ὅτι τὰ σύγχρονα μαθηματικὰ ἀκολουθοῦν τὴν σπουδαίαν ἀξιωματικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία ἔχει καταστήσει τὸν Εὐκλείδην παρῳχημένον, ὀφείλεται εἰς τὸ θάρρος τῆς ἀγνοίας τῶν γραφόντων καὶ προκαλεῖ τὴν θυμηδίαν καὶ τὴν ἱλαρότητα τῶν ἐπαϊόντων, διότι εἰς τὰ ἑλληνικὰ μαθηματικὰ καὶ μόνον ἀπαντᾶται ἡ ἀξιωματικὴ μέθοδος.

***

Ἐπισφραγίζοντες τὴν περὶ Εὐκλείδου σύντομον ἔκθεσιν δὲν κρίνομεν ἄσκοπον νὰ προσθέσωμεν ἕνα ὕμνον πρὸς τὴν Ἑλλάδα, τὸ ἑλληνικὸν πνεῦμα καὶ τὸν Εὐκλείδην τοῦ διαπρεποῦς Γάλλου μαθηματικοῦ καὶ φιλοσόφου καὶ πρώην διευθυντοῦ τῆς περιφήμου Σχολῆς τῶν Παρισίων Ecole Normale Superieur Ἰουλίου Ταννερὺ (Jules Tannery), ὅστις δὲν συμφωνεῖ πρὸς πολλὰς ἐκ τῶν νεωτέρων θεωριῶν. Διὰ νὰ γίνῃ καταληπτὸν τὸ νόημα τοῦ λεπτοῦ δηκτικοῦ πνεύματος τοῦ Γάλλου φιλοσόφου παραθέτομεν προεισαγωγικῶς μερικὰ κατατοπιστικὰ στοιχεῖα.

1) Ὁ Ἀϊνστάϊν ὑποστηρίζει ὅτι δὲν ὑπάρχει εἰς τὸν κόσμον ταχύτης μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ φωτὸς ἐνῷ οἱ ἀντίπαλοί του ὑποστηρίζουν τὸ ἀντίθετον. 2) Ὁ Πουανκαρὲ γράφει ὅτι αἱ μὴ εὐκλείδειοι γεωμετρίαι εἶναι ἰσότιμοι πρὸς τὴν εὐκλείδειον καὶ ὅτι ἰσχύουν διὰ τὰς μεγάλας ἀστρονομικὰς ἀποστάσεις ἰδιαιτέρως. 3) Οἱ Γερμανοὶ διατείνονται ὅτι οἱ μαθηματικοί των Dedekind (1831 - 1916) καὶ Cantor (1845 - 1918) ἀνεκάλυψαν τὸ σπουδαιότατον Ἀξίωμα τῆς συνεχείας, εἰς τὰ Ἀνώτερα μαθηματικά, τὸ ὁποῖον εἶχεν ἤδη ἐφράσει περὶ τὸ 450 π.Χ. ὁ Ἀναξαγόρας κατὰ τὰς φιλοσοφικάς του συζητήσεις μὲ τὸν Περικλῆ καὶ τὴν Ἀσπασίαν καὶ μὲ ἄλλας καταλλήλους λέξεις τὸ περιλαμβάνει ὁ Εὐκλείδης εἰς τὸ πέμπτον βιβλίον τῶν Στοιχείων του (ὁρισμὸς 4).

Ἐπὶ πλέον ὅτι ὁ Dedekind ἔδωκεν ὁλόκληρον θεωρίαν περὶ ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν· αὕτη ἀπησχόλησε πολὺ τοὺς φοιτητὰς τῶν μαθηματικῶν ὅλου τοῦ κόσμου μέχρις ὅτου ἀνεκαλύφθη ὅτι ὁ Εὔδοξος περὶ τὸ 370 π.Χ. εἶχεν ἐπινοήσει τὴν θεωρίαν αὐτήν, τὴν ὁποίαν περιέλαβεν ὁ Εὐκλείδης εἰς 5 στίχους μόνον εἰς τὰ Στοιχεῖα του (5ον βιβλίον, 5ος ὁρισμός). 4) Ὁ Χίλμπερτ περιέλαβε τὸ αἴτημα τῶν παραλλήλων τοῦ Εὐκλείδου εἰς τὰ ἀξιώματά του, τοῦ ἤλλαξε ὅμως τὴν θέσιν καὶ δὲν ἀφῆκε τοῦτο πέμπτον ἀλλὰ τὸ ἔθεσε τέταρτον. 5) ὁ Γκάους, ἰσχυρίζονται οἱ Γερμανοὶ ἐξ ἐπιστολῆς του πρὸς τὸν μαθηματικὸν Bessel ἀπὸ 27.1.1829, εἶχεν ἀνακαλύψει πρῶτος τὰς μὴ εὐκλειδείους γεωμετρίας, ἀλλὰ δὲν ἐδημοσίευσε τίποτε περὶ αὐτῶν, ἐπειδὴ ἐφοβεῖτο τὴν κριτικήν, ἐφοβεῖτο τὰς κραυγὰς τῶν Βοιωτῶν (οἱ ὁποῖοι ἐθεωροῦντο κατὰ τὴν ἀρχαιότητα γκρινιάρηδες), ὡς λέγει ὁ ἴδιος εἰς τὴν σχετικὴν ἐπιστολήν του, ὅπου ὅμως δὲν ὁμιλεῖ περὶ μὴ εὐκλειδείων γεωμετριῶν. Εἰς τὴν ἐπιστολὴν αὐτὴν λέγει ὅτι ἡ γεωμετρία τοῦ Εὐκλείδου περιέχει κενά, τὰ ὁποῖα εἶναι δυνατὸν νὰ συμπληρωθοῦν καὶ ὅτι ὁ ὁρισμὸς τῆς ἐπιπέδου ἐπιφανείας παρὰ τοῦ Εὐκλείδου ἐγκλείει σιωπηρῶς θεώρημα, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀποδειχθῇ· δὲν ἐδοκίμασεν ὅμως ὁ Γκάους νὰ συμπληρώσῃ τὰ κενὰ τοῦ Εὐκλείδου οὔτε νὰ ἀποδείξῃ τὸ δῆθεν ἐλλεῖπον θεώρημα. Εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῆς πόλεως Γκαίτιγκεν ἐδίδαξεν ὁ Γκάους, ὁ Ρῆμαν, ὁ Ντέντεκιντ καὶ ὁ Χίλμπερτ, οἱ ποῖοι ἦσαν μεγάλοι μαθηματικοί. Ὁ Γκάους μάλιστα ἐλέγετο ὁ πρίγκηψ τῶν μαθηματικῶν τῆς ἐποχῆς του. 6) Κατὰ τὸν Ἀμερικανὸν ἀστρονόμον Hubble (1889 - 1953) τὸ σύμπαν δὲν εἶναι στατικὸν καὶ πεπερασμένον, ὡς ἰσχυρίζεται ἡ γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητος τοῦ Ἀϊνστάϊν ἀλλὰ διαρκῶς καὶ ἀκαταπαύστως διαστέλλεται. Τὸ τελευταῖον αὐτὸ ἀποδέχεται ἡ σύγχρονος ἀστρονομικὴ ἐπιστήμη. 7) Ἡ καλυτέρα ἔκδοσις τοῦ ἀρχαίου κειμένου τῶν στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλαι αἱ μεγάλαι Βιβλιοθῆκαι τοῦ κόσμου, εἶναι ἡ γενομένη ἐν Λειψίᾳ ὑπὸ τοῦ Δανοῦ μαθηματικοῦ Heiberg πρὸ 85 περίπου ἐτῶν. 8) Μερικοὶ ὑπεστήριζον ὅτι τὴν ἀποδεικτικὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς εἶχον ἀνακαλύψει οἱ: Μαυρόλυκος — Πασκὰλ — Μπερνούλλι, ἐνῷ περιέχεται εἰς πολλὰ θεωρήματα τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου.

Ἂς δώσωμεν τώρα τὸν λόγον εἰς τὸν Ἰούλιον Ταννερύ. (Science et philosophie, κεφ. 9, Paris 1934), ὅστις ἐν συνόψει γράφει τὰ ἑξῆς:

«Πόσον θὰ εἴχομεν νὰ ὠφεληθῶμεν, ἐὰν ἦτο δυνατὸν νὰ ἐπαναφέρωμεν ἐκ τοῦ Ὑπερπέραν τὸν Εὐκλείδην μεταξύ μας. Ὁ Ζεύς, πατὴρ ἀνδρῶν τε Θεῶν τε, εἰσήκουσε τὴν παράκλησιν αὐτὴν τῶν ἀνθρώπων καὶ ἔδωκε τὴν ἄδειαν εἰς τὸν Εὐκλείδην νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν γῆν. Ὥρισεν ὡς σύνοδόν του τὸν Ἐρρῖκον Πουανκαρέ. Ὁ Εὐκλείδης ἀκολουθῶν τὴν γεωμετρίαν του καὶ τρέχων διὰ τοῦ κενοῦ ἔφθασεν ἐκ τοῦ οὐρανοῦ εἰς τὸ Βερολῖνον ἀστραπιαίως, ὅπου τὸν ὑπεδέχθησαν μὲ μεγάλον ἐνθουσιασμόν. Ἐκεῖ τοῦ ἐνεχείρισαν τηλεγράφημα ἐκ Παλαιστίνης διὰ τοῦ ὁποίου παρεκαλεῖτο νὰ μὴ ἀνακοινώσῃ ὅτι ἔφθασεν ἐξ οὐρανοῦ ἀστραπιαίως, διότι τοῦτο ἀπαγορεύεται ὑπὸ τῆς εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος, ἰσχυριζομένης ὅτι δὲν ὑπάρχει ταχύτης μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

Ἐν τῷ μεταξὺ ὁ Πουανκαρέ, ὅστις ἀπεφάσισε νὰ ταξιδεύσῃ πρὸς τὴν γῆν μὴ εὐκλειδείως, ἐπειδὴ ἐπίστευεν ὅτι αἱ μὴ εὐκλείδειοι γεωμετρίαι εἶναι ἰσότιμοι πρὸς τὴν εὐκλείδειον, εἶχε φθάσει εἰς τὸ νεφέλωμα τῆς Ἀνδρομέδας καὶ ἤθελεν ἀκόμη μερικὰ ἑκατομμύρια ἔτη διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὴν γῆν μὴ εὐκλειδείως. Ὁ Εὐκλείδης ἀνεκηρύχθη εἰς τὸ Βερολῖνον Γενικὸς Ἐπιθεωρητὴς τῶν Μαθηματικῶν ὅλου τοῦ κόσμου καὶ ἀκολούθως μετέβη εἰς τὴν Λειψίαν ὅπου ἐπρομηθεύθη παρὰ τοῦ ἐκδοτικοῦ οἴκου B. G. Teubner τὸ περίφημον βιβλίον τοῦ Δανοῦ I. L. Heiberg, «Τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου»!

Μὲ ἐφόδιον τὸ βιβλίον αὐτὸ ἐπεσκέφθη τὴν πόλιν Γκαίτιγκεν τῆς Γερμανίας, καὶ ἤρχισε τὴν ἐπιθεώρησιν τῶν Σχολείων καὶ τῶν Πανεπιστημίων, ὁπότε ἐπληροφορήθη ἔκπληκτος περὶ τῆς ὑπάρξεως μὴ εὐκλειδείων γεωμετριῶν. Ἐκεῖ ἔλαβε γνῶσιν ὅτι ὁ Γκάους δὲν ἐδημοσίευσε τίποτε τὸ σχετικὸν μὲ τὰς γεωμετρίας αὐτάς, ἕνεκα τοῦ φόβου τῶν κραυγῶν τῶν Βοιωτῶν καὶ ἔμεινε πολὺ εὐχαριστημένος, ὅταν ἐπληροφορήθη ὅτι εἰς τὸ 5ον αἴτημά του περὶ παραλλήλων εὐθειῶν εἶχε δοθῆ τιμητικὴ θέσις εἰς τὸ σύστημα ἀξιωμάτων τοῦ Χίλμπερτ καὶ εἶπε: «Τί θὰ συνέβαινεν εἰς τὸν κόσμον ἂν δὲν εἶχε δοθῆ ἡ τιμητικὴ αὐτὴ θέσις»!

Κατόπιν ἐρωτώμενος κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς ἐπιστημονικῆς δεξιώσεως ἀπήντησεν ὡς ἑξῆς: «Θαυμάζω τὸ ἀξίωμα τῆς συνεχείας τῶν Dedekind—Cantor τὴν μέθοδον τῆς τελείας ἐπαγωγῆς τῶν: Μαυρολύκου — Pascal — Bernoulli καὶ τὴν τομὴν τοῦ Dedekind περὶ ἀσυμμέτρων, τὰ ὁποῖα περιέχονται καὶ εἰς τὰ Στοιχεῖα μου! Ἐν τῷ μεταξὺ τὸ σύμπαν διεστέλλετο διαρκῶς καὶ ὁ Εὐκλείδης εὑρέθη εἰς τὴν ἀνάγκην νὰ ἐρωτήσῃ, ποῦ τέλος πάντων κεῖται τὸ κέντρον τοῦ ἀενάως διαστελλομένου σφαιρικοῦ σύμπαντος;

Ἀκολούθως ἐξέφρασε τὴν ἀνησυχίαν του, διότι ὁ Πουανκαρὲ τρέχων μὴ εὐκλειδείως δὲν εἶχεν ἀκόμη φθάσει ἐκ τοῦ Ὑπερπέραν. «Πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ συμβαίνῃ αὐτό ; ἠρώτησε. «Ἔχω ἀκούσει ὅτι αἱ μὴ εὐκλείδειοι γεωμετρίαι ἰσχύουν ἰδιαιτέρως διὰ τὰς μεγάλας ἀποστάσεις καὶ τὰ μεγάλα τρίγωνα»!

Ὅταν ἐδήλωσαν εἰς τὸν Γενικὸν Ἐπιθεωρητὴν τῶν Μαθηματικῶν ὅλου τοῦ κόσμου, ὅτι οἱ σημερινοὶ μαθηταὶ μανθάνουν τὴν γεωμετρίαν διὰ νὰ κερδίζουν τὸ ψωμί των καὶ ὄχι διὰ τὴν διάπλασιν τῆς ψυχῆς των ἀνεπήδησεν ἀπὸ τὸ κάθισμά του, ἤνοιξε τοὺς μεγάλους ὀφθαλμούς του, τοὺς ἔκλεισε πάλιν καὶ εἶπε μονολογῶν: «Τί μεγάλαι μεταβολαὶ ἐπῆλθον τώρα εἰς τὴν ζωὴν τῶν ἀνθρώπων, ἐνῷ προηγουμένως ὁ λαμπρὸς ἥλιος τῆς Ἑλλάδος, αἱ διαυγεῖς γραμμαὶ τῶν βουνῶν της, τὸ διαρκὲς γέλιο τῶν θαλασσῶν της, οἱ περίλαμπροι ναοί, τὰ μεγαλοπρεπῆ ἀγάλματα, οἱ ποιηταὶ καὶ αἱ φιλοσοφικαὶ συζητήσεις, τὰ πάντα τέλος προσεφέροντο διὰ τὴν ἀγωγὴν τῶν νέων».

Α Ρ Χ Ι Μ Η Δ Η Σ

1. Ἡ νῆσος Σικελία κεῖται εἰς τὸ νότιον μέρος τῆς Ἰταλικῆς Χερσονήσου, ἀπὸ τῆς ὁποίας ἀπέχει 4 χιλιόμετρα (στενὸν τῆς Μεσσήνης). Ἔχει ἔκτασιν 25.462 τετραγωνικὰ χιλιόμετρα, ἤτοι εἶναι μεγαλυτέρα τῆς Πελοποννήσου κατὰ 3.800 τετρ. χιλιόμ. περίπου. Ἐπειδὴ τὸ σχῆμα της εἶναι τριγωνικόν, ἐλέγετο πολὺ παλαιότερον Τριναχρία, ὡς ἔχουσα τρεῖς ἄκρας, τρεῖς κορυφὰς τριγώνου. Τὸ ὄνομα Σικελία εἶναι μεταγενέστερον τοῦ ὀνόματος Τριναχρία, χωρὶς ὅμως νὰ εἶναι ἀκριβῶς γνωστὸν πότε ἐδόθη τὸ ὄνομα Σικελία. Ἐκτὸς τῶν αὐτοχθόνων καὶ τῶν ἀπὸ βορρᾶ ἀποίκων ἐγκατεστάθησαν εἰς τὴν νῆσον ἄποικοι Φοίνικες. Βραδύτερον ἱδρύθησαν ἐκεῖ ἑλληνικαὶ ἀποικίαι, πρώτη τῶν ὁποίων ἦτο ἡ πόλις τῶν Συρακουσῶν.

Αἱ Συρακοῦσαι (ἢ Συράκουσαι) ἱδρύθησαν ὑπὸ τῶν Κορινθίων, περὶ τὸ 734 π.Χ., οἱ ὁποῖοι ἦσαν Δωριεῖς καὶ εἶχον ἀρχηγὸν τὸν Ἀρχίαν. Ἐπὶ μακροὺς αἰῶνας διετήρησαν στενώτατον σύνδεσμον μὲ τὴν Κόρινθον. Ἡ πόλις κατέχει τὸ νοτιοανατολικὸν ἄκρον τῆς Σικελίας. Τὸ ἀκρότατον μέρος αὐτῆς εἶναι ἡ μικρὰ νῆσος Ὀρτυγία, ἡ ὁποία χωρίζεται ἀπὸ τὴν ἄλλην πόλιν μὲ θαλάσσιον στενὸν πλάτους ὀλίγων μέτρων. Εἰς τὸ νότιον ἄκρον τῆς πόλεως καὶ πλησίον πολὺ τῆς νήσου Ὀρτυγίας εὑρίσκετο ἡ ἀκρόπολις τῆς πόλεως ἐπὶ βράχου προστατευομένου διὰ τείχους ἀπὸ ξηρᾶς καὶ ἀπὸ θαλάσσης, ὅπου εὑρίσκοντο καὶ τὰ ἀνάκτορα τοῦ βασιλέως. Κατὰ τὴν ἀρχαίαν ἑλληνικὴν ἐποχὴν τῶν Συρακουσῶν αἱ συνοικίαι τῆς πόλεως ἦσαν: Ἡ Ἀχραδίνη πρὸς ἀνατολάς, 2) ἡ Νεάπολις πρὸς νότον, 3) ἡ Τύχη πρὸς βορρᾶν, 4) εἰς τὸ μέσον καὶ πρὸς δυσμὰς αἱ Ἐπιπολαί, 5) ἡ νῆσος Ὀρτυγία.

Κατὰ τὸ ἔτος 360 π.Χ. περίπου ὁ τύραννος τῶν Συρακουσῶν Διονύσιος ὁ πρῶτος ὠχύρωσε τὴν πόλιν μὲ ἰσχυρότατον φρούριον. Ἐπὶ ἀρκετοὺς αἰῶνας αἱ Συρακοῦσαι ἦσαν ἡ μεγαλυτέρα, ἰσχυροτέρα καὶ πλουσιωτέρα πόλις τῆς Σικελίας καὶ Κάτω Ἰταλίας (τῆς Μεγάλης Ἑλλάδος). Ἡ περίμετρος τῆς πόλεως ἀνήρχετο εἰς 33 χιλιόμετρα. Κατὰ νεωτέρας μετρήσεις ἡ περίμετρος ἦτο περίπου 27 χιλιόμετρα, ἡ δὲ ἔκτασις τῆς πόλεως μετὰ τῆς νήσου Ὀρτυγίας ὑπολογίζεται εἰς 18 τετραγωνικὰ χιλιόμετρα. Αἱ Συρακοῦσαι ὑπέστησαν κατὰ τὴν μακραίωνα ἱστορίαν των πολλὰς πολιορκίας. Δύο ὅμως ἐξ αὐτῶν ἔχουν παγκόσμιον ἱστορικὴν σημασίαν. Ἡ πρώτη ἐκ τούτων ἔγινε ὑπὸ τῶν Ἀθηναίων (414 - 413 π.Χ.), ὁπότε οὗτοι ὑπέστησαν μεγάλην καταστροφήν. Ἡ δευτέρα ἔγινε ὑπὸ τῶν Ρωμαίων, ὑπὸ τὴν ἀρχηγίαν τοῦ Ὑπάτου Μαρκέλλου (ἢ Μάρκου) καὶ διήρκεσε τρία περίπου ἔτη (215 - 212 π.Χ.).

*
**

Ὁ Ἀρχιμήδης ἐγεννήθη εἰς τὰς Συρακούσας περὶ τὸ ἔτος 287 π.Χ. καὶ ἀπέθανεν ἐκεῖ φονευθεὶς ὑπὸ βαρβάρου Ρωμαίου στρατιώτου κατὰ τὴν ἅλωσιν τῆς πόλεως ὑπὸ τῶν Ρωμαίων. Ὁ Βυζαντινὸς συγγραφεὺς Ἰωάννης Τζέτζης (περίπου 1110 - 1185 μ.Χ.), παρέχει τὴν πληροφορίαν ὅτι, ὅταν ὁ Ἀρχιμήδης ἐφονεύθη ἦτο ἡλικίας 75 ἐτῶν. Ἐκ τῆς πληροφορίας αὐτῆς τοποθετεῖται ἡ γέννησις τοῦ Ἀρχιμήδους κατὰ τὸ 287 π.Χ. Ἄλλη πληροφορία ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης κατὰ τὸν θάνατόν του ἦτο μεγάλης ἡλικίας παρέχεται ὑπὸ τοῦ Πολυβίου (περίπου 200 - 120 π.Χ.), ὁ ὁποῖος ὀνομάζει αὐτὸν πρεσβύτην.

Ὅτι ἦτο συγγενὴς τοῦ βασιλέως τῶν Συρακουσῶν Ἱέρωνος ἐπιμαρτυρεῖται ὑπὸ τοῦ Πλουτάρχου, ἐνῷ ὁ Τζέτζης θεωρεῖ αὐτὸν φίλον καὶ σύμβουλον τοῦ Ἱέρωνος. Ἡ ὑπὸ τοῦ Κικέρωνος ἀναγραφομένη πληροφορία ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης κατήγετο ἐκ πτωχῆς οἰκογενείας ἐλέγχεται ὡς μὴ ἀκριβὴς κατόπιν τῆς ὀρθῆς ἑρμηνείας τοῦ παρεφθαρμένου συναφοῦς χωρίου τοῦ Κικέρωνος (Paul - Wissowa R. E. στήλη 509, Archimedes). Τὸ ὅτι ἦτο γόνος πλουσίας οἰκογενείας ἐπιμαρτυρεῖται ὑπὸ πολλῶν συγγραφέων, οἱ ὁποῖοι ἀναφέρουν ὅτι συνωδεύετο εἰς τὸ λουτρὸν ὑπὸ ὑπηρετῶν καὶ ὅτι ἔκαμε ταξίδιον εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν, ὅπου διέμεινε πολὺν χρόνον.

Ὁ πατήρ του ἦτο ἀστρονόμος καὶ ὠνομάζετο Φειδίας, κατὰ τὴν μαρτυρίαν τοῦ ἰδίου τοῦ Ἀρχιμήδους, ὁ ὁποῖος μνημονεύει ἀστρονομικὴν μέτρησιν τοῦ πατρός του διὰ τῆς φράσεως «Φειδία δὲ τοῦ ἁμοῦ πατρός...» (σημ. τὸ ἁμοῦ εἶναι δωρικὸς τύπος τοῦ ἐμοῦ), (Ἅπαντα τόμ. II σελ. 220, 21, I. L. Heiberg Λειψία 1913). Ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ἐπεσκέφθη τὴν Αἴγυπτον μνημονεύεται δύο φορὰς ὑπὸ τοῦ ἱστορικοῦ Διοδώρου τοῦ Σικελιώτου, ὅστις γράφει τὰ ἑξῆς: Τὸ Δέλτα τοῦ ποταμοῦ Νείλου ἔχει σχῆμα τριγωνικὸν καὶ εἶναι ὅμοιον πρὸς τὸ σχῆμα τῆς Σικελίας. Ἡ περίμετρος αὐτοῦ ἔχει μῆκος 1300 σταδίων 1300Χ164 μ. = 213.200 μέτρα), εἶναι δὲ τὸ Δέλτα ποταμμόχωστον καὶ κατάρρυτον καὶ παράγει πολλοὺς καρπούς, διότι ἀρδεύεται ὑπὸ τῶν ἀνθρώπων διά τινος μηχανῆς, τὴν ὁποίαν ἐπενόησε μὲν ὁ Ἀρχιμήδης ὁ Συρακόσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος αὐτῆς κοχλίας. (Ἱστορίαι I 34). Λεπτομερὴς περιγραφὴ τοῦ κοχλίου διεσώθη ὑπὸ τοῦ Ρωμαίου συγγραφέως Βιτρουβίου (De Archit.X κεφ. VI, 1).

Εἰς τὸ πέμπτον βιβλίον τῆς αὐτῆς πραγματείας του ὁ Διόδωρος μνημονεύει τὰς ἐργασίας, αἱ ὁποῖαι ἐγίνοντο εἰς τὰ μεταλλεῖα τῆς Ἱσπανίας, (τὴν ὁποίαν ὀνομάζει Σπανίαν) διὰ τὴν παραλαβὴν τῶν μετάλλων, λέγων, ὅτι ἡ χώρα αὐτη εἶναι πλουσία εἰς φλέβας ἀργύρου καὶ χρυσοῦ. Πολλὰς φορὰς οἱ ἐργάται τῶν ὀρυχείων συναντοῦν ὑπογείους ποταμούς, ἐκ τῶν ὁποίων πλημμυρίζουν ὅλαι αἱ ὑπόγειοι στοαί. Διὰ τὴν ἀπομάκρυνσιν τῶν ὑδάτων χρησιμοποιοῦν τοὺς αἰγυπτιακοὺς καλουμένους κοχλίας, τοὺς ὁποίους εὗρεν ὁ Ἀρχιμήδης ὁ Συρακόσιος ὅτε διέμενεν εἰς τὴν Αἴγυπτον... Ἐπειδὴ δὲ ἡ ἀντλητικὴ αὐτὴ μηχανὴ ἦτο κατεσκευασμένη μὲ πολλὴν ἐπιδεξιότητα, δι᾽ ἁπλῆς προσπαθείας φέρεται πρὸς τὰ ἐπάνω παραδόξως τὸ ἀπροσπέλαστον ἄλλως ὕδωρ καὶ ὅλον τὸ ποτάμιον ρεῦμα χύνεται ἔξω πρὸς τὸ ἔδαφος. Εἶναι δὲ εὔλογον ὅτι δύναται κανεὶς νὰ θαυμάσῃ τὴν ἐφευρετικότητα τοῦ τεχνίτου ὄχι μόνον εἰς αὐτὰς τὰς ἀντλητικὰς μηχανάς, ἀλλὰ καὶ εἰς πολλὰς ἄλλας καὶ σπουδαιοτέρας, αἱ ὁποῖαι εἶναι περιβόητοι εἰς ὅλην τὴν οἰκουμένην, περὶ τῶν ὁποίων θὰ ἀσχοληθῶμεν λεπτομερῶς καὶ ἀκριβῶς ὅταν ἔλθωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον περὶ Ἀρχιμήδους (V 37). (...ἀπαρύτουσι τὰς ρύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακόσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον... Φιλοτέχνου δ᾽ ὄντος τοῦ ὀργάνου καθ᾽ ὑπερβολήν, διὰ τῆς τυχούσης ἐργασίας ἄπλατον ὕδωρ ἀναρριπτεῖται παραδόξως, καὶ πᾶν τὸ ποτάμιον ρεῦμα ῥᾳδίως ἐκ βυθοῦ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Θαυμάσαι δ᾽ ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην, περὶ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν ἀκριβῶς διέξιμεν). Δυστυχῶς τὸ περὶ Ἀρχιμήδους πολύτιμον κεφάλαιον τῶν Ἱστοριῶν τοῦ Διοδώρου δὲν διεσώθη. Ἐκ τῆς μαρτυρίας ὅμως τοῦ Τζέτζη φαίνεται καθαρὰ ὅτι ἐσώζετο μέχρι τοῦ 12ου αἰῶνος.

Καθ᾽ ὅλας τὰς ἐνδείξεις τὰ ἐγκύκλια μαθήματα τὰ ἤκουσεν εἰς τὰς Συρακούσας καὶ ἰδίως πλησίον τοῦ πατρός του. Ὑποτίθεται ὅτι εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν μετέβη δι᾽ εὐρυτέρας σπουδάς. Θὰ ἦτο ὅμως ἀρκετὰ μεγαλύτερος τῶν 20 ἐτῶν, διότι τότε εἶχεν ἤδη διαδοθῆ τὸ ὄνομα τοῦ Ἀρχιμήδους ὡς μεγάλου μαθηματικοῦ. Τοῦτο συμπεραίνεται ἐκ τοῦ ὅτι εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν συνῆψε φιλικὰς σχέσεις μὲ τοὺς μεγάλους μαθηματικοὺς τῆς πόλεως μεταξὺ τῶν ὁποίων μνημονεύεται ὁ Κόνων, ὁ Ἐρατοσθένης καὶ ὁ Δοσίθεος. Θεωρεῖται πιθανὸν ὅτι ὁ Δοσίθεος ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Κόνωνος. Εἰκάζεται ὅτι τὴν ἐποχὴν κατὰ τὴν ὁποίαν μετέβη ὁ Ἀρχιμήδης εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν περὶ τὸ 265 π.Χ., δὲν ἔζη πλέον ὁ Εὐκλείδης καὶ ὅτι συνανεστράφη ἐκεῖ τοὺς μεγάλους μαθηματικοὺς τοὺς διαδόχους τοῦ Εὐκλείδου.

Τὸν Κόνωνα, ὅστις κατήγετο ἐκ Σάμου, ἐξετίμα πολὺ ὡς σπουδαῖον μαθηματικόν. Εἰς αὐτὸν ἔστελλεν ἐκ Συρακουσῶν τὰς ἐκφωνήσεις τῶν θεωρημάτων καὶ ἐπερίμενε μήπως ὁ Κόνων ἀνεύρῃ τὰς ἀποδείξεις. Ὅταν δὲν ἐλάμβανε τὰς ἀποδείξεις τότε ἔστελλεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν καὶ τὰς ἀποδείξεις καὶ ἐπερίμενε τὴν κριτικὴν ἐπ᾽ αὐτῶν τοῦ Κόνωνος καὶ τῶν ἄλλων σπουδαίων μαθηματικῶν τῆς Ἀλεξανδρείας. Ἐπειδὴ δὲ πολλοὶ μαθηματικοὶ τῆς πόλεως αὐτῆς ἔλεγον ὅτι τὰ γνωρίζουν ὅλα καὶ ὅτι δὲν ὑπάρχει δι᾽ αὐτοὺς ἄλυτον πρόβλημα, τοὺς ἔστελλε καὶ ψευδῆ προβλήματα, ὁπότε λέγοντες ἐκεῖνοι ὅτι τὰ ἔλυσαν ἐγελοιοποιοῦντο. (...ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφέροντες, ἐλέγχωνται ποθωμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα) (Ἅπαντα, Περὶ ἑλίκων, τόμ. II σελ. 2, 24, I. L. Heiberg 1913).

Ὅταν ἀπέθανεν ὁ Κόνων ἀπέστελλεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν τὰς μαθηματικάς του ἀνακαλύψεις πρὸς τὸν Δοσίθεον, εἰς τὸν ὁποῖον ἔχει ἀφιερώσει τὰ συγγράμματά του τὰ ὑπὸ τοὺς τίτλους: 1) Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, 2) Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων (ὑπολογισμὸς ὄγκων παραβολοειδῶν καὶ ἐλλειψοειδῶν ἐκ περιστροφῆς), 3) Περὶ ἑλίκων, 4) Τετραγωνισμὸς παραβολῆς (ὑπολογισμὸς ἐμβαδοῦ παραβολικοῦ τμήματος).

Τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Ψαμμίτης πραγματείαν του (τὸ μόνον διασωθὲν ἔργον Ἀριθμητικῆς τοῦ Ἀρχιμήδους) ἔχει ἀφιερώσει εἰς τὸν Γέλωνα, υἱὸν καὶ συμβασιλέα τοῦ Ἱέρωνος, ἐνῷ εἰς τὸν Ἐρατοσθένη τὸν Κυρηναῖον ἔχει ἀφιερώσει δύο πραγματείας, τὰς ὑπὸ τοὺς τίτλους: 1) Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένη ἔφοδος (δηλ. μέθοδος) καὶ 2) τὸ καλούμενον βοεικὸν πρόβλημα. Δὲν ἐσώθησαν ἀφιερώσεις εἰς τὰς πραγματείας 1) Κύκλου μέτρησις, 2) Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων, 3) Περὶ ὀχουμένων (ὑδροστατική), 4) Στομάχιον, 5) Λήμματα. Ἐκ τῆς ἐλλείψεως τῶν ἀφιερώσεων καὶ ἄλλων ἐνδείξεων συνάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι αἱ προηγούμεναι πραγματεῖαι ἐσώθησαν ἀτελεῖς.

Ὁ ἐν Κων)πόλει ἀκμάσας κατὰ τὸν 6ον αἰῶνα μαθηματικὸς Εὐτόκιος ὁ Ἀσκαλωνίτης (καταγόμενος ἐκ τῆς παραθαλασσίας πόλεως τῆς Συρίας Ἀσκαλὼν) μνημονεύει βιογράφον τοῦ Ἀρχιμήδους ὑπὸ τὸ ὄνομα Ἡρακλείδης. Ἐκ τῶν πληροφοριῶν τοῦ Ἀρχιμήδους (Ἅπαντα τόμ. 2, 3 - 4, 28) πληροφορούμεθα ὅτι οὗτος ἀπέστελλεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν τὰς μαθηματικάς του ἀνακαλύψεις διά τινος Ἡρακλείδου. Ὑποτίθεται ὅτι αὐτὸς ὁ Ἡρακλείδης θὰ ἦτο καὶ ὁ βιογράφος του.

⁂

Ὁ βασιλεὺς τῶν Συρακουσῶν Ἱέρων προβλέπων ὅτι ὁ ἀνταγωνισμὸς Ρώμης καὶ Καρχηδόνος θὰ περιέπλεκεν εἰς πόλεμον καὶ τὰς Συρακούσας παρεκάλεσε τὸν Ἀρχιμήδη νὰ χρησιμοποιήσῃ τὰς μηχανικάς του ἀνακαλύψεις διὰ τὴν ὀχύρωσιν καὶ τὴν ἄμυναν τῆς πόλεως. Κατὰ τὴν παράδοσιν ἀφορμὴ πρὸς τοῦτο ἐδόθη, ὅταν τὸ εἰς τὴν ξηρὰν ναυπηγούμενον τεράστιον διὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην πλοῖον, ὑπὸ τὸ ὄνομα Συρακοσία, παρέστη ἀνάγκη νὰ καθελκυσθῇ εἰς τὴν θάλασσαν. Ὁ Ἀρχιμήδης μόνος του, κατὰ τὸν Ἀθήναιον, καθείλκυσε τὸ πλοῖον εἰς τὴν θάλασσαν διὰ συστήματος τροχαλιῶν (τρίσπαστον) κινῶν μόνον τὸ ἀριστερό του χέρι (τῇ τρισπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ (=ἀριστερᾷ) καὶ μόνῃ). Ἄλλοι συγγραφεῖς ἔγραψαν ὅτι τὰς μηχανὰς τοῦ Ἀρχιμήδους ἐκίνει διὰ τὴν καθέλκυσιν τοῦ πλοίου ὁ Ἱέρων.

Κατὰ τὸν Πρόκλον, ἀφοῦ ὅλοι οἱ Συρακούσιοι δοκιμάσαντες μαζὶ ἀπέτυχον νὰ καθελκύσουν τὸ πλοῖον, τὸ καθείλκυσε μόνος του ὁ Ἱέρων διὰ τῶν μηχανῶν τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἀπὸ σήμερον, εἶπε, πρέπει νὰ πιστεύουν τὸν Ἀρχιμήδη εἰς ὅ,τι καὶ ἂν λέγῃ. «Ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας περὶ παντὸς Ἀρχιμήδει λέγοντα πιστευτέον».

2. Ἡ Συρακοσία ἦτο τεράστιον σιτοφόρον πλοῖον, πολυτελεστάτη θαλαμηγὸς καὶ τὸ ἰσχυρότερον πολεμικὸν πλοῖον, τὸ ὁποῖον κατεσκευάσθη κατὰ τὴν ἀρχαιότητα. Μόνον μεγάλη τρικυμία ἦτο δυνατὸν νὰ τὸ καταστρέψῃ, ἄλλως ἦτο ἀπόρθητον πολεμικόν. Μοναδικὴ περιγραφὴ τοῦ πλοίου σώζεται ὑπὸ τοῦ Ἀθηναίου (2 - 3 αἰ.), ὅστις εἰς τὴν πραγματείαν του Δειπνοσοφισταὶ γράφει τὰ ἑξῆς: Ἡ ξυλεία, ἡ ὁποία ἐκόπη διὰ τὴν Συρακοσίαν ἐκ τοῦ δάσους τῆς Αἴτνης ἦτο ἀρκετὴ νὰ κατασκευασθοῦν ἑξήκοντα πολεμικὰ πλοῖα (τριήρεις). Τὰ μετάλλινα ἢ ξύλινα καρφιὰ τὰ ἔφερεν ὁ Ἱέρων, ἄλλα μὲν ἐκ τῆς Ἰταλίας ἄλλα δὲ ἐκ τῆς Σικελίας· ἐκ τῶν σχοινίων δὲ τὰ μὲν λεπτότερα ἔφερεν ἐκ τῆς Ἱσπανίας, τὰ ἐκ καννάβεως δὲ καὶ τὴν πίσσαν ἐκ τῆς περιοχῆς τοῦ Ροδανοῦ ποταμοῦ καὶ τὰ ἄλλα χρειώδη ἀπὸ διάφορα ἄλλα μέρη.

Συνήθροισε δὲ καὶ ναυπηγοὺς καὶ τοὺς ἄλλους τεχνίτας καὶ διορίσας ἐξ ὅλων ἀρχιτέκτονα τὸν Κορίνθιον Ἀρχίαν (σημ. Συνωνυμία πρὸς τὸν ἱδρυτὴν τῶν Συρακουσῶν) ἔδωκεν ἐντολὴν νὰ ἐπισπεύσουν τὴν κατασκευήν. Τὸ ἥμισυ λοιπὸν ὅλου τοῦ πλοίου κατεσκευάσθη ἐντὸς ἓξ μηνῶν, ἐνῷ τὰ ἐκ μολύβδου ἑτοιμασθέντα τμήματα ἐτοποθετοῦντο εἰς τὰ κατάλληλα μέρη. Οἱ ἐπεξεργαζόμενοι τεχνῖται ἀνήρχοντο εἰς τριακοσίους, χωρὶς τοὺς ὑπηρέτας.

Ὅταν τὸ πλοῖον ἦτο ἡμιέτοιμον διετάχθη ἡ πρὸς τὴν θάλασσαν καθέλκυσίς του διὰ νὰ γίνῃ ἐκεῖ ἡ ὑπόλοιπος κατασκευή. Ἐνῷ δὲ ἐγίνετο πολλὴ συζήτησις διὰ τὴν καθέλκυσιν αὐτοῦ εἰς τὴν θάλασσαν ὁ Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος του τὸ μετέφερε δι᾿ ὀλίγων συσκευῶν. Διότι κατασκευάσας ἕλικα, τὸ τόσον μεγάλο σκάφος τὸ μετέφερεν εἰς τὴν θάλασσαν. Πρῶτος δὲ ὁ Ἀρχιμήδης ἀνεκάλυψε τὴν κατασκευὴν τῆς ἕλικος.

Ὅταν δὲ καὶ τὰ ὑπόλοιπα μέρη τοῦ πλοίου κατεσκευάσθησαν ἐντὸς ἄλλων ἓξ μηνῶν καὶ ὅλον τὸ πλοῖον ἐστερεώθη διὰ χαλκῶν καρφιῶν, ἐκ τῶν ὁποίων πολλὰ μὲν ἦσαν τῶν 4,4, χιλιογράμμων ἕκαστον (10 μνῶν), τὰ δὲ ἄλλα ἦσαν τῶν 660 γραμμαρίων (τῶν 3)2 τῆς μνᾶς ἕκαστον). Διὰ τρυπάνων δὲ αὐτὰ ἦσαν προσηρμοσμένα, συγκρατοῦντα τὰ ἐλάσματα· μόλις δὲ ἐτελείωσε τὸ ἐξωτερικὸν μέρος τοῦ πλοίου ἤρχισεν ἡ διασκευὴ τοῦ ἐσωτερικοῦ.

Εἶχε δὲ τὸ πλοῖον εἴκοσι κουπιὰ καὶ τρία πατώματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ κατώτατον ἦτο διὰ τὰ φορτία, κατέβαινον δὲ εἰς αὐτὸ διὰ κλιμάκων· τὸ δὲ ἄλλο πάτωμα (τὸ μεσαῖον) εἶχε κατασκευασθῆ ὡς χῶρος διαμονῆς· μετὰ τοῦτο, τὸ τελευταῖον πάτωμα ἦτο διὰ τὴν φρουράν. Εἰς τὸ μεσαῖον πάτωμα ὑπῆρχον πρὸς ἑκάστην πλευρὰν τοῦ πλοίου θάλαμοι τετράκλινοι διὰ τοὺς ἄνδρας, κατὰ τὸ πλῆθος τριάκοντα· ὁ χῶρος διὰ τοὺς ναύτας περιελάμβανε δέκα πέντε κλίνας, θαλάμους δὲ εἶχε τρεῖς τρικλίνους, μεταξὺ τῶν ὁποίων τὸ πρὸς τὴν πρύμναν μαγειρεῖον. Ὅλα δὲ αὐτὰ τὰ πατώματα εἶχον δάπεδα ἀποτελούμενα ἀπὸ τετραγώνους πλάκας ἐκ διαφόρων λίθων, εἰς τὰς ὁποίας εἶχε θαυμάσια παρασταθῆ ἡ εἰς τὴν Ἰλιάδα περιγραφομένη ἱστορία.

Καὶ εἰς τὰ δάπεδα καὶ εἰς τὰς στέγας καὶ εἰς τὰ φύλλα τῶν θυρῶν ἦσαν ὅλαι αὐταὶ αἱ παραστάσεις μὲ προσοχὴν κατεσκευασμέναι. Εἰς τὸ κατάστρωμα δὲ ὑπῆρχε γυμναστήριον καὶ χῶροι περιπάτου, ἔχοντες τὴν κατασκευὴν σύμμετρον πρὸς τὸ μέγεθος τοῦ πλοίου, ὅπου ἦσαν διάφοροι κῆποι μὲ θαυμασίας φυτείας, ἔχοντες τὰς στέγας μὲ μολύβδινα ἐλάσματα. Ὑπῆρχον δὲ ἀκόμη σκηναὶ (pergola) ἀπὸ λευκὸν κισσὸν καὶ ἀμπέλους, τῶν ὁποίων αἱ ρίζαι ἐλάμβανον τὴν τροφὴν των ἐκ πίθων γεμάτων μὲ χώματα. Αἱ σκηναὶ δὲ αὗται ἔκαμον σκιὰν εἰς τοὺς χώρους τῶν περιπάτων.

Ἐν συνεχείᾳ δὲ πρὸς τοῦτο εἶχε κατασκευασθῆ ἱερὸν τῆς Ἀφροδίτης τρίκλινον ἔχον δάπεδον ἐκ λίθων ἀχατῶν καὶ ἄλλων χαριεστάτων, ἐκ τῶν ὑπαρχόντων εἰς τὴν Σικελίαν. Εἶχον δὲ κατασκευασθῆ οἱ τοῖχοι καὶ ἡ ὀροφὴ μὲ ξύλον ἐκ κυπαρίσσου, αἱ δὲ θύρες ἐξ ἐλεφαντοστοῦ καὶ κέδρου· εἶχον δὲ γραφῇ θαυμάσιαι ἐπιγραφαὶ καὶ εἶχον τοποθετηθῆ ὡραιότατα ἀγάλματα καὶ ἀμφορεῖς. Ἐν συνεχείᾳ πρὸς τὸ Ἀφροδίσειον ὑπῆρχε πεντάκλινος θάλαμος ψυχαγωγίας, τοῦ ὁποίου οἱ τοῖχοι καὶ αἱ θύραι ἦσαν κατεσκευασμέναι ἀπὸ ξύλον ὀξυιᾶς, ἔχων βιβλιοθήκην, εἰς δὲ τὴν ὀροφὴν πόλον ἡλιοτροπίου κατ' ἀπομίμησιν τοῦ ἡλιοτροπίου τῆς Ἀχραδίνης (ἡλιακοῦ ὡρολογίου). Ὑπῆρχε δὲ καὶ βαλανεῖον (λουτὴρ) τρίκλινος (κατὰ τὸν χῶρον) ἔχων τρία χαλκᾶ ἀτμόλουτρα καὶ λουτῆρα χωροῦντα πέντε μετρητὰς (1 μετρητὴς = 35,5 λίτρα), μὲ ποικιλίαν μαρμάρων ἐκ τῆς πόλεως Ταυρομένιον τῆς Σικελίας (σημερινῆς Taormina).

Εἶχον δὲ κατασκευασθῆ καὶ δωμάτια πολλὰ διὰ τοὺς ναύτας καὶ διὰ τοὺς φρουροὺς τῶν ἀντλιῶν. Ἐκτὸς δὲ τούτων ὑπῆρχον παρ' ἑκάστην τῶν δύο πλευρῶν δέκα σταῦλοι. Παρ' αὐτοὺς δὲ εὑρίσκετο ἡ τροφὴ τῶν ἵππων καὶ τὰ σκεύη τῶν ἀναβατῶν καὶ τῶν βοηθῶν των. Εἰς τὴν πρώραν δὲ ὑπῆρχε καὶ σκεπασμένη ὑδαταποθήκη χωροῦσα δύο χιλιάδας μετρητὰς (70,6 κυβικὰ μέτρα), κατεσκευασμένη ἐκ σανίδων καὶ πίσσης καὶ ὑφασμάτων. Παρ' αὐτὴν δὲ εἶχε κατασκευασθῆ διὰ μολυβδίνων ἐλασμάτων καὶ σανίδων κλειστὸν ἰχθυοτροφεῖον· τοῦτο δὲ ἦτο γεμᾶτον ἀπὸ θαλάσσιον ὕδωρ, ὅπου ἐτρέφοντο καλὰ πολλὰ ψάρια. Ὑπῆρχον δὲ ἑκατέρωθεν τῶν τειχωμάτων τοῦ πλοίου ἐξέχουσαι δοκοὶ ἔχουσαι συμμετρικὰς ἀποστάσεις· ἐπὶ τούτων ἦσαν κατεσκευασμέναι ξυλοθῆκαι καὶ κλίβανοι καὶ μαγειρεῖα καὶ μύλοι καὶ πολλοὶ ἄλλοι χῶροι ὑπηρεσίας...

Ὅλο τὸ πλοῖον εἶχε διακοσμηθῆ μὲ καταλλήλους εἰκόνας. Εἰς αὐτὸ ὑπῆρχον ἀκόμη ὀκτὼ πύργοι σύμμετροι κατὰ τὸ μέγεθος πρὸς τὰ βάρη τοῦ πλοίου· δύο μὲν κατὰ τὴν πρύμναν , ἄλλοι δύο κατὰ τὴν πρώραν καὶ οἱ ὑπόλοιποι περὶ τὸ μέσον τοῦ πλοίου. Εἰς ἕκαστον τῶν πύργων εἶχον προσδεθῆ δύο κεραῖαι, ἐπὶ τῶν ὁποίων εἶχον κατασκευασθῆ φατνώματα (σκάφες), ἀπὸ τῶν ὁποίων ἐρρίπτοντο λίθοι πρὸς τοὺς ἐκ τῶν ἐχθρῶν πλησιάζοντας. Εἰς ἕκαστον δὲ τῶν πύργων ἐτοποθετοῦντο τέσσαρες μὲν βαρέως ὡπλισμένοι ναῦται, δύο δὲ τοξόται. Ὅλος δὲ ὁ ἐντὸς τῶν πύργων χῶρος ἦτο πλήρης λίθων καὶ βελῶν.

Κατὰ μῆκος δὲ τοῦ πλοίου εἶχε κατασκευασθῆ τεῖχος ἔχον ἐπάλξεις καὶ καταστρώματα ἐπὶ τριπόδων στηριγμάτων, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐστηρίζετο βλητικὸν μηχάνημα λίθων δυνάμενον νὰ βάλλῃ λίθον βάρους τριῶν ταλάντων (3Χ36=108 χιλιογράμμων) καὶ βέλος μήκους δώδεκα πήχεων (12Χ0,49=5,88 μέτρων). Τοῦτο δὲ τὸ μηχάνημα τὸ κατεσκεύασεν ὁ Ἀρχιμήδης. Ἕκαστον δὲ τῶν βελῶν τὸ ἔρριπτεν εἰς ἀπόστασιν ἑνὸς σταδίου (164 μέτρα). Μετὰ δὲ ταῦτα ὑπῆρχον παραπετάσματα ἀποτελούμενα ἀπὸ παχείας δοκούς, αἱ ὁποῖαι ἐκρέμοντο διὰ χαλκῶν ἁλύσεων.

Ἐνῷ δὲ ὑπῆρχον τρεῖς ἱστοὶ ἐξηρτῶντο ἐξ ἑκάστου δύο λιθοβόλοι κεραῖαι, ἐκ τῶν ὁποίων ἀφίνοντο πρὸς τοὺς ἐπιτιθεμένους ἁρπακτικὰ ἄγκιστρα καὶ μολύβδινα τοῦβλα. Γύρω - γύρω τοῦ πλοίου ὑπῆρχε σιδηροῦν κιγκλίδωμα καὶ σιδηραῖ ἁρπάγαι, αἱ ὁποῖαι ριπτόμεναι διὰ μηχανημάτων ἠμπόδιζον τὰ σκάφη τῶν ἐχθρῶν καὶ τὰ κατέστρεφον. Εἰς ἑκάστην δὲ πλευρὰν τοῦ πλοίου ἐφρούρουν ἑξήκοντα πάνοπλοι ναῦται καὶ ἄλλοι τόσοι ἦσαν εἰς τοὺς ἱστοὺς καὶ τὰς λιθοβόλους κεραίας. Ἦσαν δὲ καὶ παρὰ τοὺς ἱστούς, τῶν ὁποίων αἱ κορυφαὶ ἦσαν χάλκινοι, εἰς μὲν τὸν πρῶτον τρεῖς ἄνδρες, εἰς τὸν δεύτερον δύο καὶ εἰς τὸν τρίτον εἷς. Διὰ τούτων δὲ μὲ πλεκτὰ καλάθια ἐγεμίζοντο διὰ τροχαλιῶν οἱ προμαχῶνες μὲ λίθους καὶ βέλη.

Ὑπῆρχον δὲ ἄγκυραι, ξύλιναι μὲν τέσσαρες, σιδηραῖ δὲ ὀκτώ.. Ἡ δὲ ἀντλία, καίτοι εἶχε μεγάλο μῆκος ἐλειτούργει δι' ἑνὸς ἀνδρός, διὰ κοχλίου, τὸν ὁποῖον ἐπενόησεν ὁ Ἀρχιμήδης. Τὸ ὄνομα τοῦ πλοίου ἦτο Συρακοσία. Ὅτε ὁ Ἱέρων τὸ ἀπέστειλεν ὡς δῶρον εἰς τὸν βασιλέα Πτολεμαῖον, τὸ μετωνόμασεν εἰς Ἀλεξάνδρειαν. Τὸ πλοῖον ἔφερε μεθ' ἑαυτοῦ πλοιάρια ἐκ τῶν ὁποίων τὸ πρῶτον ἦτο φορτηγὸν χωρητικότητος τριῶν χιλιάδων ταλάντων (108 τόννων). Τοῦτο ἐκινεῖτο μόνον μὲ κουπιὰ (χωρὶς πανιά). Ἐκτὸς δὲ τούτου ἔφερε πολλὰς ἰχθυολέμβους (ψαρόβαρκες), χωρητικότητος χιλίων πεντακοσίων ταλάντων ἑκάστην (54 τόννων) καὶ πολλὰς μικροτέρας λέμβους. Τὸ πλήρωμα δὲ ἦτο οὐχὶ ὀλιγώτερον τῶν λεχθέντων προηγουμένως· ἐκτὸς δὲ αὐτῶν ὑπῆρχον παρὰ τὴν πρώραν ἄλλοι 600 πρὸς ἐκτέλεσιν παραγγελιῶν.

Διὰ τὰ ἀδικήματα δέ, τὰ λαμβάνοντα χώραν εἰς τὸ πλοῖον, εἶχεν ὁρισθῆ εἷς ναύτης, ὁ Κυβερνήτης (ὁ πλοίαρχος) καὶ ὁ ὑποκυβερνήτης (ὁ ὑποπλοίαρχος), οἱ ὁποῖοι ἐδίκαζον κατὰ τοὺς νόμους τῶν Συρακοσίων.

Ἐφορτώνοντο δὲ εἰς τὸ πλοῖον σίτου μὲν 60.000 τάλαντα (2160 τόννοι), 10.000 δὲ τάλαντα (360 τόννοι) ἁλατισμένα ψάρια (ἁλίπαστα) εἰς δοχεῖα ἀπὸ κέραμον, 20.000 δὲ τάλαντα (720 τόννοι) μάλλινα εἴδη καὶ ἄλλα 20.000 τάλαντα διάφορα φορτία. Ἐκτὸς δὲ τούτων ὑπῆρχον τὰ ἐφόδια διὰ τὴν φρουρὰν καὶ τὸ πλήρωμα καὶ τοὺς ἄλλους συμπλέοντας.

⁂

Ὁ δὲ Ἱέρων ἐτίμησε τὸν Ἀθηναῖον ποιητὴν ἐπιγραμμάτων Ἀρχίμηλον, ὅστις ἔγραφεν ἐπίγραμμα εἰς τὸ πλοῖον, μὲ 1.000 μεδίμνους σῖτον (1.000Χ 52,5 = 52.500 λίτρα), τὸν ὁποῖον ἀπέστειλεν ἰδίαις δαπάναις εἰς τὸν Πειραιᾶ. Τὸ ἐπίγραμμα δὲ ἔχει ὡς ἑξῆς:

Τίς τόδε σέλμα πέλωρον ἐπὶ χθονὸς εἵσατο ; ποῖος
κοίρανος ἀκαμάτοις πείσμασιν ἠγάγετο ; . . .
Ἄστρων γὰρ ψαύει καρχήσια..,
Μανύει στιβαρᾶς κατ' ἐπωμίδος ἀρτιχάρακτον
γράμμα, τίς ἐκ χέρσου τάνδ' ἐκύλισε τρόπιν·
φατὶ γάρ, ὡς Ἱέρων Ἱεροκλέος Ἑλλάδι πάσᾳ
καὶ νάσοις καρπῶν πίονα δωροφόρων,
Σικελίας σκαπτοῦχος ὁ Δωρικός. Ἀλλὰ Πόσειδον,
σῶζε κατὰ γλαυκῶν σέλμα τόδε ῥοθίων.

(Ποιός ἔφτιαξε στὴν ξηρὰ τὸ πελώριον αὐτὸ πλοῖον; Ποιός ἄρχων τὸ καθείλκυσε μὲ ἰσχυροτάτους κάλους; . . .Γιατί τὰ κατάρτια του ψαύουν τὰ ἄστρα. . . Τὸ εἰς τὴν ἰσχυρὰν προμετωπίδα χαραχθὲν νεωστὶ ἐπίγραμμα φανερώνει ποιός ἐκύλισε τὸ πλοῖον ἀπὸ τὴν ξηράν. Γιατὶ λένε εἰς ὅλην τὴν Ἑλλάδα καὶ τὰ νησιὰ ὅτι τὸ ἐκύλισε ὁ Ἱέρων ὁ γυιὸς τοῦ Ἱεροκλέους, τὸ μεταφέρον ὡς δῶρα πλουσίους καρπούς, ὁ Δωριεὺς ἄρχων (σκηπτοῦχος) τῆς Σικελίας. Ἀλλὰ Ποσειδῶνα σῶζε τὸ πλοῖον αὐτὸ ἀπὸ τὰ γαλανὰ κύματα).

3. Κατὰ τὸν πρῶτον Καρχηδονιακὸν πόλεμον (264 — 241 π.Χ.) ὁ βασιλεὺς τῶν Συρακοσίων Ἱέρων εἶχε ταχθῆ μὲ τὸ μέρος τῶν Ρωμαίων. Κατὰ τὸν δεύτερον ὅμως (218 - 201), ὁ τότε βασιλεὺς Ἱερώνυμος ἐτάχθη μὲ τὸ μέρος τῶν Καρχηδονίων. Ὁ δεύτερος πόλεμος μεταξὺ Ρώμης καὶ Καρχηδόνος διεξήχθη εἰς τὴν Ἱσπανίαν, τὴν Ἰταλίαν καὶ τὴν Σικελίαν. Τμήματα ἱσπανικοῦ στρατοῦ ὑπὸ τὸν Ἱσπανὸν στρατηγὸν Mericos εὑρέθησαν εἰς τὰς Συρακούσας ὡς σύμμαχοι τῆς πόλεως, κατὰ τὴν πολιορκίαν αὐτῆς ὑπὸ τῶν Ρωμαίων. Διὰ τὴν ἄμυναν τῆς πόλεως καὶ τὸν φόνον τοῦ Ἀρχιμήδους ἔχουν διασωθῆ τέσσαρες περιγραφαί. Δύο ἑλληνικαὶ καὶ δύο ρωμαϊκαί. Αἱ ἑλληνικαὶ εἶναι τοῦ Πολυβίου (200 - 120 π.Χ.) καὶ τοῦ Πλουτάρχου (46 - 120 μ.Χ.), αἱ δὲ ρωμαϊκαὶ εἶναι τοῦ Λιβίου Τίτου (57 π.Χ. - 17 μ.Χ. καὶ τοῦ Σιλίου Ἰταλικοῦ (26 - 101 μ.Χ.). Τοῦ Πολυβίου σώζεται μόνον τὸ πρῶτον μέρος τῆς πολιορκίας, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς ἑξῆς:

Ὅταν λοιπὸν κατέλαβον τὴν ἀρχὴν εἰς τὰς Συρακούσας ὁ Ἐπικύδης καὶ ὁ Ἱπποκράτης καὶ ἀπηρνήθησαν τόσον αὐτοὶ ὅσον καὶ οἱ ἄλλοι τῶν πολιτῶν τὴν φιλίαν τῶν Ρωμαίων, οἱ Ρωμαῖοι ἔχοντες ὑπ' ὄψιν καὶ τὴν προηγουμένην καταστροφήν των ὑπὸ τοῦ Ἱερωνύμου τοῦ τυράννου τῶν Συρακοσίων, ἀφοῦ διώρισαν τὸν Ἄππιον Κλαύδιον ἀντιστράτηγον (ὑπαρχηγόν, ἀνθύπατον) εἰς αὐτὸν μὲν ἀνέθεσαν τὸν στρατὸν τῆς ξηρᾶς, τὸν στόλον δὲ εἰς τὸν Κλαύδιον Μάρκον (ἢ Μάρκελλον). Οὗτοι λοιπὸν ἐστρατοπέδευσαν ὄχι μακρὰν τῆς πόλεως καὶ ἀπεφάσισαν ὅπως ἡ ἐπίθεσις γίνῃ, τοῦ μὲν πεζικοῦ ἐκ τῆς περιοχῆς τῶν Ἑξαπύλων (ἀπὸ βορρᾶ), τοῦ δὲ ναυτικοῦ ἐκ τῆς Ἀχραδίνης (ἐξ ἀνατολῶν) κατὰ τὴν καλουμένην σκυτικὴν στοάν, ὅπου τὸ τεῖχος φθάνει μέχρι τῆς θαλάσσης ἐπὶ τοῦ κρηπιδώματος τοῦ λιμένος. Ἀφοῦ δὲ ἡτοίμασαν ἀσπίδας καὶ βέλη καὶ τὰ ἄλλα χρειώδη διὰ τὴν πολιορκίαν ἐντὸς πέντε ἡμερῶν, ἕνεκα τῶν πολλῶν ἐργατῶν τοὺς ὁποίους διέθεσαν, ἤλπισαν ὅτι θὰ προκαταλάβουν τοὺς ἀντιπάλους εἰς τὰς προετοιμασίας, μὴ σκεφθέντες τὴν δύναμιν τοῦ Ἀρχιμήδους, οὐδὲ προβλέψαντες ὅτι εἰς μερικὰς περιπτώσεις μία ψυχὴ εἶναι χρησιμωτέρα ἀπὸ ὁλόκληρον πλῆθος ἐργατῶν.

Τοῦτο ὅμως τὸ ἐπληροφορήθησαν ἐκ τῶν πραγμάτων. Διότι ἐνῷ ἡ πόλις ἦτο ἐκ φύσεως ὀχυρὰ ἐπειδὴ τὸ κυκλικὸν τεῖχος εὑρίσκετο εἰς καταλληλοτάτους τόπους καὶ εἰς προεξοχὴν τοῦ ἐδάφους, ὅπου δὲν ἠδύνατο κανεὶς νὰ πλησιάσῃ εὐκόλως, ἔστω καὶ ἂν δὲν ἠμπόδιζε κανείς, ἐκτὸς εἰς ὡρισμένας τοποθεσίας, ὁ Ἀρχιμήδης εἶχε κάμει τοιαύτην ἀμυντικὴν προετοιμασίαν ἐντὸς τῆς πόλεως, ἐπίσης δὲ καὶ διὰ τὴν ἄμυναν κατὰ τῶν ἐπιτιθεμένων ἀπὸ θαλάσσης, ὥστε οἱ ἀμυνόμενοι νὰ μὴ εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀπασχολοῦνται περὶ τοῦ πρακτέου ἐκείνην τὴν στιγμήν, ἀλλὰ διὰ κάθε ἐνέργειαν τῶν ἐχθρῶν νὰ ἔχουν ἕτοιμον τὴν ἀπάντησιν.

Παρ' ὅλα ταῦτα ὁ Ἄππιος ἔχων ἀσπίδας καὶ κλίμακας ἐπεχείρει μὲ αὐτὰ νὰ πλησιάσῃ τὸ τεῖχος τῶν Ἑξαπύλων ἀπὸ ἀνατολῶν. Ὁ δὲ Μάρκος ἐνήργησε τὴν κατὰ θάλασσαν προσβολὴν πρὸς τὴν Ἀχραδίνην μὲ ἑξῆντα πεντήρη πλοῖα (ἔχοντα πέντε σειρὰς κουπιῶν εἰς ἑκάστην πλευράν), ἕκαστον τῶν ὁποίων ἦτο πλῆρες ἀνδρῶν ἐχόντων τόξα καὶ σφενδόνας καὶ ἀκόντια), διὰ τῶν ὁποίων ἐσκόπευον νὰ ἀποκρούσουν τοὺς μαχομένους εἰς τὰς ἐπάλξεις. Ἐκτὸς δὲ τῶν πλοίων αὐτῶν, ὀκτὼ πλοῖα ἀπὸ τὰ ὁποῖα εἶχον ἀφαιρέσει τὰ κουπιά, εἰς μὲν τὰ ἡμίση τὰ πρὸς τὰ δεξιὰ κουπιά, εἰς δὲ τὰ ἄλλα ἡμίση τὰ πρὸς τὰ ἀριστερά, τὰ εἶχον συνδέσει ἐν τῷ συνόλῳ καὶ ἀνὰ δύο ,πρὸς τὰ μέρη ὅπου εἶχον ἀφαιρέσει τὰ κουπιά, τὰ ἐπλησίαζον πρὸς τὸ τεῖχος διὰ κινήσεως τῶν ἐξωτερικῶν κουπιῶν. Τὰ πλοῖα αὐτὰ (τὰ ὀκτὼ μαζί) ἐλέγοντο σαμβύκη. (Διέθετον ἐκεῖ πολλὰς ὀκτάδας). Ὁ τρόπος δὲ τῆς κατασκευῆς τῶν εἰρημένων ὀργάνων εἶναι ὁ ἑξῆς: Ἀφοῦ ετοιμάσουν κλίμακα πλάτους 1,27 μέτρου, ἡ ὁποία νὰ ἔχῃ τὸ αὐτὸ μῆκος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τείχους καὶ ἐπικαλύψουν ἑκάστην πλευράν της μὲ δρύϊνον ξύλον καὶ τὴν σκεπάσουν εἰς τὸ ἐπάνω μέρος μὲ θώρακα, τὴν τοποθετοῦν κατὰ μῆκος, πρὸς τὰ ἐφαπτόμενα τειχώματα τῶν συνεζευγμένων πλοίων, ὥστε νὰ ἐξέχῃ πολὺ πέρα ἀπὸ τὰ ἔμβολα. Εἰς τὸ ἐπάνω δὲ μέρος τῶν ἱστῶν ἔχουν τοποθετήσει τροχαλίας μὲ χονδρὰ σχοινιά. Ὅταν λοιπὸν πλησιάσουν ὅπου πρέπει, ἐνῷ οἱ κάλοι ἔχουν προσδεθῆ εἰς τὴν κορυφὴν τῆς κλίμακος, σύρουν αὐτοὺς διὰ τῶν τροχαλιῶν μένοντες εἰς τὰς πρύμνας. Ἄλλοι δὲ ναῦται εὑρισκόμενοι πλησίον εἰς τὰς πρώρας, στηρίζοντες δι' ἀντερεισμάτων τὴν κλίμακα ἐξασφαλίζουν τὴν ὕψωσιν τοῦ μηχανήματος. Κατόπιν διὰ τῶν πρὸς τὰ ἔξω κουπιῶν, πλησιάζοντες τὴν σαμβύκην πρὸς τὴν ξηρὰν προσπαθοῦν νὰ στηρίξουν εἰς τὸ τεῖχος τὸ εἰρημένον μηχάνημα. Εἰς δὲ τὸ ἄκρον τῆς κλίμακος ὑπάρχει τετράπλευρον ξύλινον δάπεδον, προστατευόμενον μὲ πλεκτὰ σχοινιὰ κατακορύφως καὶ γύρω κατὰ τὰς τρεῖς πλευράς του, ὅπου ἀγωνίζονται τέσσαρες ἄνδρες, πολεμοῦντες πρὸς τοὺς ἐμποδίζοντας ἀπὸ τὰς ἐπάλξεις τὴν πρόσδεσιν τῆς συμβύκης. Ὅταν δὲ τὴν στηρίξουν καὶ εὑρεθοῦν εἰς ἐπίπεδον ὑψηλότερον τοῦ τείχους, αὐτοὶ μὲν ἀφοῦ ἀπομακρύνουν τὰ πλεκτὰ σχοινιὰ ἀπὸ τὰ δύο μέρη ἐπιβαίνουν εἰς τὰς ἐπάλξεις ἢ τοὺς πύργους ἀπὸ τὸ κάθε ἄνοιγμα. Οἱ ἄλλοι δὲ διὰ τῆς σαμβύκης ἀκολουθοῦν αὐτούς, ἀφοῦ ἡ κλῖμαξ στηρίζεται διὰ τῶν κάλων ἀσφαλῶς καὶ εἰς τὰ δύο συνεζευγμένα πλοῖα. Εὐλόγως δὲ τὸ μηχάνημα ἔτυχε τῆς ἐπωνυμίας αὐτῆς διότι ὅταν ὑψωθῆ ἡ κλῖμαξ γίνεται τὸ σχῆμα τοῦ πλοίου τούτου (τῶν ὀκτὼ συνδεδεμένων πλοίων, 2X4) μὲ τὴν κλίμακα μαζὶ ἓν εἶδος σαμβύκης. (Σημ. Ἡ σαμβύκη ἦτο τριγωνικὸν μουσικὸν ὄργανον μὲ τέσσαρας χορδάς, βαρβαρικῆς προελεύσεως).

Οἱ Ρωμαῖοι λοιπὸν διενοοῦντο νὰ πλησιάσουν τοὺς πύργους τοῦ φρουρίου συγκεκροτημένοι κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον. Ὁ Ἀρχιμήδης ὅμως ἔχων προετοιμάσει μηχανήματα διὰ κάθε ἀπόστασιν βολῆς, ὅταν μὲν οἱ Ρωμαῖοι προσπλέοντες εὑρίσκοντο μακρὰν τοὺς ἐτραυμάτιζε μὲ τὰ ἰσχυρότερα καὶ μεγαλύτερα λιθοβόλα καὶ βέλη καὶ τοὺς ἐνέβαλλεν εἰς ἀπορίαν καὶ δυσκολίας. Ὅταν δὲ τὰ βλήματα ἐπήγαιναν μακρύτερα, προσαρμόζων τὰ μηχανήματα δι' ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν τῶν ἐχθρικῶν πλοίων βολήν, ἔφερε τοὺς Ρωμαίους εἰς τοιαύτην ἀναταραχήν, ὥστε νὰ ἐμποδίζῃ ἐξ ὁλοκλήρου τὴν ὁρμὴν καὶ τὴν πρόσπλευσιν αὐτῶν, ὁπότε ὁ Μάρκος δυσφορῶν ἠναγκάσθη νὰ διατάξῃ ὅπως ἡ ἐπίθεσις γίνῃ αἰφνιδίως κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς νυκτός. Ὅταν λοιπὸν αὐτοὶ ἔφθανον ἀπὸ τῆς ξηρᾶς εἰς ἀπόστασιν βολῆς ἑνὸς τόξου εἶχε καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν αὐτὴν προετοιμασθῆ διὰ νὰ προσβάλλῃ τοὺς ἀπὸ τῶν πλοίων μαχομένους.

Εἶχεν ἀνοίξει ὀπὰς εἰς τὸ τεῖχος, εἰς τὸ ὕψος τοῦ ἀναστήματος ἀνδρὸς ἀπὸ τοῦ ἐδάφους, αἱ ὁποῖαι πρὸς τὸ ἐξωτερικὸν μέρος εἶχον διάμετρον 7,72 ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου. Ἀπὸ τὸ ἐντὸς μέρος τοῦ τείχους εἶχε τοποθετήσει τοξότας καὶ μικρὰ βλητικὰ μηχανήματα. Βάλλων δι' αὐτῶν ἠχρήστευε τοὺς ἐπιβαίνοντας τῶν πλοίων. Ἐπομένως καὶ ὅταν ἦσαν οἱ ἐχθροὶ μακρὰν τῶν τειχῶν καὶ ὅταν ἦσαν πλησίον ὄχι μόνον ἀπετύγχανον, ἀλλὰ καὶ οἱ πλεῖστοι ἐφονεύοντο. Ὅταν δὲ προσεπάθουν νὰ προσπλεύσουν τὰς σαμβύκας εἶχεν ἑτοιμάσει μηχανήματα εἰς ὅλο τὸ τεῖχος, τὰ ὁποῖα ἦσαν ἀφανῆ πάντοτε. Ὅταν ὅμως ἐχρειάζετο ὑψώνοντο ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ μέρους ὑπὲρ τὸ τεῖχος καὶ ἔφθανον αἱ κεραῖαι των πολὺ ἔξω ἀπὸ τὰς ἐπάλξεις. Μερικὰ ἐκ τῶν μηχανημάτων ἀνύψωνον λίθους ὄχι μικροτέρου βάρους τῶν 10 ταλάντων (10Χ36=360 χιλιογράμμων), μερικὰ δὲ ἀνύψωνον καὶ μολύβδινα βάρη.

Ὅλοι λοιπὸν προσήγγιζον αἱ σαμβύκαι, τότε αἱ κεραῖαι περιφερόμεναι διά τινος κάλου ἄφιναν καταλλήλως διά τινος σχοινίου νὰ πέσῃ ὁ λίθος ἐπὶ τῆς σαμβύκης. Ἐκ τούτου δὲ συνέβαινεν ὄχι μόνον νὰ θρυμματίζεται τὸ ὄργανον, ἀλλὰ καὶ τὰ πλοῖα καὶ οἱ ἐπιβαίνοντες νὰ κινδυνεύουν καθ' ὁλοκληρίαν. Ἐξ ἄλλου μερικὰ ἐκ τῶν μηχανημάτων, εἰς τοὺς ἐφορμῶντας καὶ προβάλλοντας ἀσπίδας καὶ διὰ τοῦτο προφυλαγμένους, ὥστε νὰ μὴ ὑποφέρουν ὑπὸ τῶν ἐκ τοῦ τείχους ριπτομένων βελῶν, ἔρριπτον μὲν καὶ ἀναλόγου μεγέθους λίθους διὰ νὰ ἀπομακρύνωνται ἐκ τῆς πρώρας τοῦ πλοίου οἱ ἀγωνιζόμενοι ἐκεῖ, συγχρόνως δὲ κατέβαζον σιδηρᾶν λαβίδα, προσδεδεμένην δι' ἁλύσεως, διὰ τῆς ὁποίας ὁ κατευθύνων τὴν κεραίαν ἔπιανε ἀπὸ ὅπου ἠδύνατο τὴν πρώραν καὶ κατέβαζε τὴν βάσιν τοῦ μηχανήματος ἐντὸς τοῦ τείχους. Ὅταν δὲ ἀνεσήκωνε τὴν πρώραν καὶ ἔφερε τὸ πλοῖον εἰς θέσιν ὀρθίαν μὲ τὴν πρύμνην πρὸς τὰ κάτω, ἔδενε τὰς μὲν βάσεις τῶν μηχανημάτων, ὥστε νὰ εἶναι ἀκίνητοι, τὴν σιδηρᾶν δὲ λαβίδα καὶ τὴν ἅλυσιν τὰ ἀπέσυρε μὲ ἕνα σχοινί. Ὅταν δὲ ἐγίνετο αὐτὸ ἄλλα μὲν ἐκ τῶν πλοίων ἔπιπτον πρὸς τὰ πλάγια ἀποτόμως, ἄλλα δὲ κατεστρέφοντο, τὰ περισσότερα δέ, ἀφοῦ ἡ πρώρα ἐρρίπτετο ἀπὸ ὑψηλά, ἐβυθίζοντο εἰς τὴν θάλασσαν μὲ ἀναταραχήν.

Ὁ Μάρκος δὲ ἀπογοητευμένος ἀπὸ τὰ ἀντίμετρα κατ' αὐτοῦ τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ βλέπων ὅτι οἱ πολιορκούμενοι ἐματαίωνον τὰς ἐπιθέσεις του βλάπτοντες καὶ χλευάζοντες αὐτόν, ἐστενοχωρεῖτο μὲν διὰ τὰ γινόμενα, εἰρωνεύετο ὅμως καὶ τὰς ἐνεργείας του καὶ ἔλεγεν ὅτι ὁ μὲν Ἀρχιμήδης ἀντλεῖ ὕδωρ ἐκ τῆς θαλάσσης, αἱ δὲ σαμβύκαι του ἐρραπίζοντο, ὡς ἐὰν νὰ ἦσαν παράσπονδοι καὶ μὲ ἐντροπὴν κατερρίπτοντο. Οἱ δὲ περὶ τὸν Ἄππιον εὑρεθέντες εἰς παρομοίας δυσκολίας ἐσταμάτησαν τὰς ἐπιθέσεις. Διότι καὶ μακρὰν τῶν τειχῶν εὑρισκόμενοι οἱ στρατιῶται ἐφονεύοντο βαλλόμενοι διὰ τῶν λιθοβόλων μηχανημάτων καὶ τῶν καταπελτῶν, διότι ἡ κατασκευὴ τῶν βελῶν ἦτο θαυμασία καὶ κατὰ τὸ πλῆθος καὶ κατὰ τὴν ἐνέργειαν, δεδομένου ὅτι τὰς δαπάνας μὲν τὰς εἶχε κάμει ὁ Ἱέρων, μηχανικὸς δὲ καὶ ἐπινοητὴς τῶν μηχανημάτων ἦτο ὁ Ἀρχιμήδης.

Ἀλλὰ καὶ ὅταν ἐπλησίαζον πρὸς τὴν πόλιν, ἄλλοι μὲν βαλλόμενοι συνεχῶς ἀπὸ τὰς ὀπὰς τῶν τειχῶν, ὡς εἶπον προηγουμένως, ἠμποδίζοντο νὰ πλησιάζουν τὰ τείχη, ἄλλοι δὲ ἔχοντες ἀσπίδας ἐδεινοπάθουν καὶ ἐφονεύοντο μὲ λίθους ριπτομένους ἐκ τῶν ἄνω καὶ μὲ κτυπήματα δοκαριῶν. Πολλὴν φθορὰν ὑφίσταντο ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὰς λαβίδας, αἱ ὁποῖαι ἦσαν προσηρμοσμέναι εἰς τὰς μηχανάς, ὅπως εἶπα καὶ προηγουμένως· διότι αὗται ἐσήκωνον τοὺς ἄνδρας μὲ πλήρη τὸν ὁπλισμόν των καὶ τοὺς ἔρριπτον κατὰ γῆς· τέλος δὲ ἀποσυρθέντες εἰς τὸ στρατόπεδόν των καὶ συσκεφθέντες μετὰ τῶν χιλιάρχων οἱ περὶ τὸν Ἄππιον ἀπεφάσισαν ὁμοφώνως νὰ δοκιμάσουν οἱονδήποτε ἄλλον τρόπον διὰ νὰ καταλάβουν τὰς Συρακούσας, πλὴν τοῦ τρόπου τῆς πολιορκίας, ὅπως καὶ τελικῶς ἔπραξαν· διότι ἐπὶ ὀκτὼ μῆνας πολιορκοῦντες τὴν πόλιν ἐδοκίμασαν ὅλα τὰ στρατηγήματα ἢ τολμήματα καὶ κατόπιν δὲν ἐτόλμησαν ἐκ νέου νὰ πολιορκήσουν τὴν πόλιν.

Τοιουτοτρόπως εἷς ἄνθρωπος καὶ μία ψυχὴ ἀφωσιωμένη εἰς ἕνα σκοπὸν ἀπεδείχθη ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ κατορθώσῃ κάτι τὸ πολὺ μεγάλο καὶ ἄξιον θαυμασμοῦ. Οἱ Ρωμαῖοι ἔχοντες τόσον πολλὰς πεζικὰς καὶ ναυτικὰς δυνάμεις ἤλπιζον ὅτι θὰ ἐκυρίευον ἀμέσως τὴν πόλιν μόνον ἂν ἀπεμάκρυνε κανεὶς ἀπὸ αὐτὴν ἕνα πρεσβύτην ἐκ τῶν Συρακοσίων, ἐν ὅσῳ ὅμως αὐτὸς ἦτο παρὼν δὲν εἶχον τὸ θάρρος νὰ ἐπιχειρήσουν τὴν κατάληψιν καθ' ὅμοιον τρόπον καθ' ὃν ἠδύνατο ὁ Ἀρχιμήδης νὰ τοὺς ἀποκρούῃ. Παρὰ ταῦτα νομίσαντες ὅτι ἦτο δυνατὸν νὰ ὑποτάξωσι τοὺς πολιορκουμένους ἕνεκα τῆς ἐλλείψεως τῶν τροφίμων, λόγῳ τοῦ πλήθους αὐτῶν, παρέμειναν μὲ αὐτὴν τὴν ἐλπίδα· καὶ ἠμπόδιζον μὲν τὸν ἀπὸ θαλάσσης διὰ τῶν πλοίων ἀνεφοδιασμὸν διὰ δὲ τοῦ πεζικοῦ τὸν ἀπὸ ξηρᾶς.

Ἐπειδὴ δὲ ἤθελον νὰ μὴ παρέρχεται ἄπρακτος ὁ χρόνος, καθ' ὃν θὰ παρέμενον, πρὸ τῶν Συρακουσῶν, ἀλλὰ συγχρόνως νὰ ἐπιχειροῦν καὶ κάτι ἄλλο χρήσιμον, ἐκτὸς τῆς πολιορκίας, ἐχώρισαν οἱ στρατηγοὶ τὰς δυνάμεις των, ὥστε ὁ μὲν Ἄππιος μὲ τὰ δύο τρίτα παρέμεινε πολιορκῶν τὰς Συρακούσας, ὁ δὲ Μάρκος μὲ τὸ ὑπόλοιπον τρίτον ἐξεστράτευσεν ἐναντίον τῶν κατὰ τὴν Σικελίαν φίλων τῶν Καρχηδονίων.

4. Ὁ Πλούταρχος εἰς τοὺς Παραλλήλους βίους (Μάρκελλος) περιγράφει ὡς ἑξῆς τὰ τῆς πολιορκίας καὶ ἁλώσεως τῶν Συρακουσῶν : Ὁ Μάρκελλος παραλαβὼν ὅλον τὸν στρατὸν ἐπορεύετο πρὸς τὰς Συρακούσας. Καὶ ἀφοῦ ἐστρατοπέδευσε πλησίον ἔστειλεν ἐν πρώτοις εἰς τοὺς ἐντὸς πρέσβεις διὰ νὰ τοὺς πληροφορήσουν διὰ τὰ συμβάντα εἰς τοὺς Λεοντίνους (τῶν ὁποίων κατέστρεψε τὴν πόλιν), ὅταν δὲ δὲν ἐπῆλθε συνεννόησις, διότι ἐπεκράτουν οἱ περὶ τὸν Ἱπποκράτη, διέταξεν ἐπίθεσιν κατὰ ξηρὰν καὶ κατὰ θάλασσαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ μὲν Ἄππιος ὡδήγει τὸν πεζικὸν στρατόν, αὐτὸς δὲ ἔχων πενῆντα πλοῖα πεντήρη (μὲ 5 σειρὰς κουπιῶν εἰς ἑκάστην πλευρὰν) πλήρη μὲ παντὸς εἴδους ὅπλα καὶ βέλη.

Τοποθετήσας δὲ εἰς μεγάλο ζεῦγμα ὀκτὼ πλοίων, τὰ ὁποῖα εἶχον προδεθῆ μεταξύ των, μηχανήν, ἐπέπλεε κατὰ τοῦ τείχους, ἔχων πεποίθησιν εἰς τὸ μέγεθος καὶ τὴν λαμπρότητα τῆς προετοιμασίας καὶ εἰς τὴν ἔνδοξον φήμην του· ἡ ὁποία ὅμως οὐδεμίαν σημασίαν εἶχε διὰ τὸν Ἀρχιμήδη καὶ τὰ μηχανήματα τοῦ Ἀρχιμήδους. Τὰ ὁποῖα ὁ μὲν Ἀρχιμήδης δὲν τὰ ἐλογάριαζε ὡς ἄξια σπουδῆς, τὰ περισσότερα δὲ ἦσαν πάρεργα γεωμετρικῶν παιγνιδιῶν, ὁ Ἱέρων ὅμως ἐκ φιλοδοξίας ὁρμώμενος ἔπεισε τὸν Ἀρχιμήδη νὰ διαθέσῃ καὶ ὀλίγον ἀπὸ τὴν ἐπιστήμην του ἐκ τῶν νοητῶν εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς καὶ κατά τινα τρόπον νὰ ἀναμίξῃ τὴν θεωρίαν μὲ τὴν πρᾶξιν καὶ νὰ καταστήσῃ τὰς ἐφαρμογὰς αὐτὰς ἐμφανεστέρας εἰς τοὺς πολλούς.

Διότι τὴν ἀγαπωμένην αὐτὴν καὶ περιβόητον Μηχανικὴν ἤρχισαν μὲν νὰ δημιουργοῦν οἱ περὶ τὸν Εὔδοξον καὶ τὸν Ἀρχύταν, ποικίλλοντες μὲ χαριτωμένα πράγματα τὴν γεωμετρίαν, καὶ προβλήματα τὰ ὁποῖα δὲν ἦτο εὔκολον νὰ λυθοῦν μὲ λογικὴν καὶ γραμμικὴν ἀπόδειξιν (δηλαδὴ διὰ κανόνος καὶ διαβήτου) τὰ ἔλυον μὲ αἰσθητὰ καὶ μηχανικὰ μέσα, ὅπως τὸ πρόβλημα τῆς παρεμβολῆς δύο εὐθειῶν μέσων ἀναλόγων (διὰ τῶν ὁποίων ἐλύθη τὸ δήλιον πρόβλημα) καὶ θεωροῦντες ἀναγκαῖον στοιχεῖον τὴν μηχανικὴν λύσιν διὰ πολλὰ προβλήματα, ἀνῆγον αὐτὰ εἰς μηχανικὰς κατασκευάς, παράγοντες ἀπὸ καμπύλας γραμμὰς καὶ τμήματα καμπύλα μερικὰς μεσογράφους (αἱ ὁποῖαι ἠδύναντο νὰ γράψουν μέσας ἀναλόγους, διὰ τῶν ὁποίων ἐλύετο τὸ δήλιον πρόβλημα).

Ἐπειδὴ δὲ ὁ Πλάτων ἠγανάκτησε καὶ ἀντετάχθη πρὸς αὐτοὺς μὲ ἐπιμονὴν εἰπὼν ὅτι καταστρέφουν καὶ φονεύουν τὸ ἀγαθὸν τῆς γεωμετρίας, ὅταν αὕτη μεταφέρεται ἀπὸ τὰ ἀσώματα καὶ τὰ νοητά, εἰς τὰ αἰσθητά, καὶ χρησιμοποιῇ ἐπίσης σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀνάγκην πολλῆς καὶ φορτικῆς ἐπεξεργασίας (βαναυσουργίας), ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου θεωρηθεῖσα κατωτέρα ἡ μηχανικὴ διεχωρίσθη ἀπὸ τῆς γεωμετρίας, καὶ περιφρονουμένη ἐπὶ πολὺν χρόνον ὑπὸ τῆς φιλοσοφίας, κατέστη μία τῶν στρατιωτικῶν τεχνῶν.

Ὁ Ἀρχιμήδης λοιπόν, συγγενὴς ὢν καὶ φίλος τοῦ βασιλέως Ἱέρωνος, ἀπέδειξεν ὅτι εἶναι δυνατὸν μὲ δοθεῖσαν δύναμιν νὰ κινήσῃ δοθὲν βάρος· καὶ καυχηθείς, ὅπως λέγουν, διὰ τὴν ἰσχὺν τῆς ἀποδείξεως εἶπεν ὅτι, ἐὰν εἶχεν ἄλλην γῆν μεταβαίνων εἰς ἐκείνην θὰ ἐκίνει τὴν ἐδῶ. (Καὶ νεανιευσάμενος, ὥς φασι, ρώμῃ τῆς ἀποδείξεως εἶπεν ὡς, εἰ γῆν εἶχεν ἑτέραν, ἐκίνησεν ἂν ταύτην μεταβὰς εἰς ἐκείνην). Ἀπορήσαντος δὲ τοῦ Ἱέρωνος καὶ ζητήσαντος νὰ μεταφέρῃ τὸ πρόβλημα εἰς πρακτικὴν ἐφαρμογὴν καὶ νὰ δείξῃ κάτι τὸ μεγάλο κινούμενον ὑπὸ μικρᾶς δυνάμεως, πλοῖον μὲ τρεῖς ἱστοὺς (τριάρμενον) ἐκ τῶν βασιλικῶν ναυπηγηθὲν μὲ πολλοὺς κόπους καὶ μὲ πολλοὺς τεχνίτας, ἀφοῦ ἔβαλε μέσα πολλοὺς ἀνθρώπους καὶ τὸ κανονικὸν φορτίον, αὐτὸς καθήμενος μακράν, ὄχι μὲ ὑπερένταςιν, ἀλλὰ μὲ ἠρεμίαν, σύρων μὲ τὸ χέρι του τὸ ἄκρον σχοινίου ἑνὸς πολυσπάστου τὸ μετέφερεν διολισθαῖνον καὶ χωρὶς δυσκολίαν, ὡς νὰ εὑρίσκετο τοῦτο εἰς τὴν θάλασσαν.

Ἐκπλαγεὶς λοιπὸν ὁ βασιλεὺς καὶ ἀντιληφθεὶς τὴν δύναμιν τῆς Τεχνικῆς ἔπεισε τὸν Ἀρχιμήδην, ὅπως πρὸς χάριν του κατασκευάσῃ μηχανήματα δι' ἄμυναν καὶ ἐπίθεσιν διὰ πᾶσαν περίπτωσιν πολιορκίας, τὰ ὁποῖα κατασκευασθέντα αὐτὸς μὲν δὲν ἐχρησιμοποίησε, διότι ἔζησε τὸ πλεῖστον τοῦ βίου του χωρὶς πολέμους καὶ μὲ ἑορτάς, τότε δὲ (ὅτε ἐχρειάσθη) ὑπῆρχεν εἰς τοὺς Συρακουσίους ἡ ἀναγκαία προπαρασκευὴ καὶ μὲ τὴν προπαρασκευὴν ὁ δημιουργός της.

Μόλις λοιπὸν ἐπετέθησαν οἱ Ρωμαῖοι κατὰ ξηρὰν καὶ κατὰ θάλασσαν, οἱ Συρακόσιοι ἐξεπλάγησαν καὶ τὰ ἔχασαν ἐκ τοῦ φόβου, ἐπειδὴ ἐνόμισαν ὅτι δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἀντισταθοῦν πρὸς τόσην βίαν καὶ δύναμιν. Ὅταν δὲ ὁ Ἀρχιμήδης ἔθεσεν εἰς ἐνέργειαν τὰς μηχανάς του, τοὺς μὲν πεζοὺς προσέβαλλον παντὸς εἴδους τοξεύματα καὶ λίθοι ὑπέρογκοι κατὰ τὸ μέγεθος, οἱ ὁποῖοι ἐρρίπτοντο μὲ θόρυβον καὶ ταχύτητα ἀπίστευτον, ἐνῷ ἦτο ἀδύνατον νὰ ἐμποδισθῇ ἡ ὁρμή των καὶ ἀνέτρεπον τοὺς κάτωθεν ἐπιτιθεμένους καὶ ἔφερον σύγχυσιν εἰς τὰς τάξεις των, τὰ δὲ πλοῖα, ὑπεραιωρούμεναι αἰφνιδίως κεραῖαι ἀπὸ τῶν τειχῶν, ἄλλα μὲν μὲ ὁρμὴν ἐπιφερομένην ἐκ τῶν ἄνωθεν πιέζουσαι ἐβύθιζον εἰς τὸν βυθόν, ἄλλα δὲ μὲ σιδερένια χέρια προσομοιάζοντα μὲ στόματα γερανῶν ἀναρπάζουσαι ἀπὸ τῆς πρώρας τὰ ἐβύθιζον ὀρθὰ μὲ τὴν πρύμνην πρὸς τὰ κάτω, ἢ συρόμεναι πάλιν πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν μὲ ἰσχυρὰ σχοινιὰ καὶ περιφερόμεναι εἰς τὰ πλησίον τοῦ τείχους εὑρισκόμενα πλοῖα τὰ ἔρριπτον μὲ ὁρμὴν εἰς κρημνοὺς καὶ σκοπέλους (ἐξέχοντας ἀπὸ τὴν θάλασσαν βράχους), ὁπότε οἱ ἐπιβαίνοντες συνετρίβοντο μὲ μεγάλην φθοράν.

Πολλὰς δὲ φορὰς πλοῖον ὑψούμενον ἐκ τῆς θαλάσσης μετέωρον καὶ περιστρεφόμενον ἐδῶ καὶ ἐκεῖ καὶ αἰωρούμενον παρεῖχε φρικῶδες θέαμα, ἐνῷ οἱ ἄνδρες ἐξεσφενδονίζοντο καὶ ἀπερρίπτοντο, αὐτὸ δὲ ἐρρίπτετο κενὸν πρὸς τὰ τείχη ἢ ἔπιπτε μόνο του, ἀφοῦ τὸ ἄφινε ἡ λαβίς. Εἰς τὴν μηχανὴν δὲ τὴν ὁποίαν ὁ Μάρκελλος ἐπέφερε, ἀφοῦ εἶχε προσδέσει ἀνὰ δύο τὰ πλοῖα, ἡ ὁποία ἐκαλεῖτο σαμβύκη, διὰ κάποιαν ὁμοιότητα τοῦ σχήματός της πρὸς τὸ μουσικὸν ὄργανον σαμβύκη, ἐνῷ ἀκόμη εὑρίσκετο μακρὰν καὶ προσέπλεε πρὸς τὸ τεῖχος ἐρρίπτετο λίθος βάρους δέκα ταλάντων (360 χιλιογράμμων), κατόπιν ἄλλος καὶ ἔπειτα τρίτος, ἐκ τῶν ὁποίων οἱ ἐμπίπτοντες εἰς τὴν σαμβύκην μὲ μεγάλην ὁρμὴν καὶ ἀναταραχήν, συνέτριβον καὶ τὴν βάσιν τοῦ μηχανήματος καὶ διέσειον καὶ διέσπων τοὺς ἁρμοὺς τῆς ζεύξεως, ὥστε ὁ Μάρκελλος νὰ εὑρεθῇ εἰς ἀμηχανίαν καὶ νὰ διατάξῃ τὰ πλοῖα νὰ ἀποπλεύσουν καὶ τὸ πεζικὸν νὰ ἀπομακρυνθῇ.

Ἀφοῦ δὲ συνεσκέφθησαν ἀπεφάσισαν νὰ ἐπιτεθοῦν κατὰ τῶν τειχῶν ἐν καιρῷ νυκτός, ἂν ἦτο δυνατόν· διότι ἐσκέφθησαν ὅτι τὰ τηλεβόλα, τὰ ὁποῖα ἐχρησιμοποίει ὁ Ἀρχιμήδης εἶχον τοιαύτην ὁρμὴν κατὰ τὴν ῥίψιν τῶν βλημάτων, ὥστε ταῦτα νὰ ὑπερίπτανται τῶν εὑρισκομένων πλησίον εἰς τὰ τείχη καὶ νὰ τοὺς ἀφίνουν τελείως ἀπροσβλήτους. Ὁ Ἀρχιμήδης ὅμως, ὡς φαίνεται, ἦτο τελείως προητοιμασμένος καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν αὐτήν, καὶ εἶχε κατασκευάσει μηχανήματα, ὥστε νὰ βάλλουν ἀναλόγως εἰς κάθε ἀπόστασιν καὶ διὰ μικρὰς ἀποστάσεις βέλη, καὶ εἶχεν ἀνοίξει εἰς τὸ τεῖχος πολλὰς ὀπάς, πλησίον τὴν μίαν τῆς ἄλλης, ὄχι μεγάλας, διὰ τῶν ὁποίων τὰ ἐκεῖ τοποθετημένα μικροῦ βεληνεκοῦς μηχανήματα, τὰ καλούμενα σκορπιοί, ἦτο δυνατὸν νὰ πλήξουν ἐκ τοῦ πλησίον τοὺς ἐχθρούς, ἐνῷ αὐτὰ ἦσαν ἀόρατα εἰς αὐτούς.

Ὅταν λοιπὸν ἐν καιρῷ νυκτὸς ἐπλησίασαν τὰ τείχη, νομίζοντες ὅτι διέλαθον τῆς προσοχῆς, πάλιν ἐδέχθησαν πολλὰ βέλη καὶ κτυπήματα, ἐνῷ ἐρρίπτοντο λίθοι κατὰ τῆς κεφαλῆς των σχεδὸν κατακορύφως καὶ ἀπὸ ὅλα τὰ μέρη τοῦ τείχους ἐβάλλοντο τοξεύματα, ἠναγκάσθησαν νὰ ἀπομακρυνθοῦν. Ἐνῷ δὲ εὑρίσκοντο εἰς ἀρκετὴν ἀπόστασιν, ἐρρίπτοντο καὶ ἐκεῖ βέλη καὶ τοὺς ἐπετύγχανον ὀπισθοχωροῦντας, ὁπότε ὑφίσταντο μεγάλην καταστροφὴν καὶ ἐπήρχοντο πολλαὶ συγκρούσεις τῶν πλοίων, διότι οἱ ἐχθροὶ δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ ἀντιδράσουν μὲ κανένα τρόπον. Διότι τὰ περισσότερα τῶν μηχανημάτων τὰ εἶχε τοποθετήσει ὁ Ἀρχιμήδης ὄπισθεν τοῦ τείχους (ὥστε νὰ εἶναι ἀθέατα) καὶ οἱ Ρωμαῖοι ἐφαίνοντο ὅτι μάχονται ἐναντίον τῶν θεῶν, ἀφοῦ ὑφίσταντο πάμπολλην φθορὰν ἐκ τοῦ ἀφανοῦς.

Ὁ Μάρκελλος λοιπὸν ἀπεμακρύνθη καὶ εἰρωνευόμενος τοὺς τεχνίτας καὶ τοὺς μηχανικούς του ἔλεγε: «δὲν θὰ παύσωμεν ἐπὶ τέλους νὰ πολεμῶμεν πρὸς τὸν γεωμετρικὸν αὐτὸν Βριάρεων (σημ. Κατὰ τὴν μυθολογίαν, Γίγας ἑκατόγχειρ), ὁ ὁποῖος τὰ μὲν πλοῖα μας τὰ σηκώνει ἀπὸ τὴν θάλασσαν, κτυπῶν δὲ τὴν σαμβύκην τὴν διέλυσε πρὸς ἐντροπήν μας, καὶ εἶναι ἀνώτερος ἀπὸ τοὺς μυθικοὺς ἑκατόγχειρας, ἀφοῦ βάλλη συγχρόνως τόσα βλήματα ἐναντίον μας;».

Διότι ὅσῳ ὑπῆρχεν αὐτὸς ὅλοι οἱ ἄλλοι οἱ Συρακόσιοι ἦσαν χειρισταὶ τῶν μηχανημάτων τοῦ Ἀρχιμήδους, ἐνῷ ἡ τὰ πάντα κινοῦσα καὶ ἐμπνέουσα ψυχὴ ἦτο μία, καθ' ὅσον ὅλα τὰ ἄλλα συμβατικὰ ὅπλα ἔμεναν ἐντελῶς ἀχρησιμοποίητα, ἐνῷ ἡ πόλις ἐχρησιμοποίει καὶ διὰ τὴν ἄμυναν καὶ διὰ τὴν ἀσφάλειάν της μόνον τὰ ὅπλα ἐκείνου. Τέλος δὲ βλέπων ὁ Μάρκελλος ὅτι οἱ Ρωμαῖοι ἔγιναν τόσον ἔντρομοι, ὥστε ἂν τυχὸν ὑπὲρ τὸ τεῖχος ἐφαίνετο προεξέχον σχοινί τι ἢ ξύλον νὰ φωνάζουν ὅτι κάποιο μηχάνημα κινεῖ ἐναντίον των ὁ Ἀρχιμήδης καὶ νὰ τρέπωνται εἰς φυγήν, ἀπέσχε κάθε μάχης καὶ ἐπιθέσεως θέσας τὰς ἐλπίδας του διὰ τὴν ἅλωσιν εἰς τὸν μακρὸν χρόνον τῆς πολιορκίας.

Τόσον λοιπὸν μεγάλο φρόνημα καὶ βάθος ψυχῆς καὶ πλοῦτον θεωρημάτων εἶχεν ὁ Ἀρχιμήδης, ὥστε δι' ὅσα ἐγνώριζε, τὰ ὁποῖα τοῦ εἶχαν δώσει καὶ ὄνομα καὶ δόξαν καὶ δὲν ἦσαν ἀνθρώπινα, ἀλλὰ κάποιας δαιμονίας ἐμπνεύσεως, νὰ μὴ θελήσῃ νὰ ἀφήσῃ σύγγραμμά τι, ἀλλὰ νομίζων ὅτι ἡ περὶ τὰ μηχανικὰ ἐνασχόλησις καὶ γενικῶς πᾶσα ἐπινόησις ἔχουσα σχέσιν πρὸς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς εἶναι ἀγενὴς καὶ βάναυσος, διέθεσεν εἰς ἐκεῖνα μόνον τὴν προσπάθειάν του, εἰς τὰ ὁποῖα ἐνυπάρχει τὸ καλὸν καὶ ἁπλοῦν, χωρὶς νὰ ἔχῃ σχέσιν πρὸς τὴν πρακτικὴν ἐφαρμογήν, ἐνῷ εἶναι ἀσύγκριτα πρὸς τὰ ἄλλα, παρέχουν δὲ ὑπεροχὴν ἔναντι τῆς ὕλης, διὰ τῆς ἀποδείξεως, ἐνῷ διὰ τῆς ὕλης μὲν ἐκφράζεται τὸ μέγεθος καὶ τὸ κάλλος, διὰ τῆς ἀποδείξεως δὲ ἐκφράζεται ἡ μεγαλοφυΐα εἰς τὴν ἀκρίβειαν καὶ τὴν δύναμιν· διότι εἰς τὴν γεωμετρίαν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἁπλοποιήσωμεν δυσκολωτέρας καὶ πολυπλοκωτέρας ὑποθέσεις καὶ νὰ τὰς ἀποδείξωμεν μὲ καθαρώτερα στοιχεῖα.

Καὶ τοῦτο τὸ ἀποδίδουν ἄλλοι μὲν εἰς τὴν εὐφυΐαν τοῦ ἀνδρός, ἄλλοι δὲ νομίζουν ὅτι κατέβαλε ὑπερβολικὸν κόπον καὶ ὅτι φαίνεται ὅτι ἔγινε τὸ καθὲν χωρὶς δυσκολίαν καὶ εὔκολα. Διότι ἀναζητῶν κανεὶς δὲν εἶναι εὔκολον νὰ εὕρῃ τὴν ἀπόδειξιν ἑνὸς θεωρήματος, ὅταν δὲ τὸ μάθῃ (εὑρεθὲν ὑπὸ ἄλλου) νομίζει ὅτι καὶ αὐτὸς ἦτο δυνατὸν νὰ τὸ εὕρῃ· τόσον ἁπλοῦν καὶ ταχὺν δρόμον παρέχει ὁ Ἀρχιμήδης πρὸς τὸ ὑπ᾽ αὐτοῦ ἀποδεικνυόμενον. Δὲν ἐπιτρέπεται λοιπὸν νὰ ἀμφιβάλλῃ κανεὶς εἰς τὰ λεγόμενα περὶ αὐτοῦ, ὡς παραδείγματος χάριν ὅτι θελγόμενος τρόπον τινὰ ὑπὸ προσφιλοῦς καὶ ἐντός του εὑρισκομένης Σειρῆνος ἐλησμόνει νὰ λάβῃ τροφὴν καὶ νὰ περιποιῆται τὸ σῶμα του, πολλὰς δὲ φορὰς συρόμενος ὑπὸ τῶν ὑπηρετῶν διὰ τὸ ἄλειμμα μὲ λάδι καὶ τὸ λουτρόν, ἔγραφε εἰς τὴν ἑστίαν (στὴ στάχτη) γεωμετρικὰ σχήματα, καὶ ἐνῷ τὸ σῶμα του ἦτο ἀλημμένον μὲ λάδι ἔγραφεν ἐπ᾽ αὐτοῦ μὲ τὸ δάκτυλό του γεωμετρικὰ σχήματα κατεχόμενος ὑπὸ μεγάλης ἡδονῆς καὶ ὢν ἀληθῶς μουσόληπτος.

Λέγεται δὲ ὅτι, ἐνῷ εἶχεν ἀνακαλύψει πολλὰ καὶ σπουδαῖα πράγματα, παρεκάλεσε τοὺς φίλους καὶ τοὺς συγγενεῖς του ὅπως μετὰ τὸν θάνατόν του θέσουν εἰς τὸν τάφον του, ὡς ἐπιτύμβιον, κύλινδρον περιέχοντα σφαῖραν, ἀφοῦ ἐπιγράψουν τὸν λόγον τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὴν σφαῖραν (3 : 2, τὸν ὁποῖον εἶχεν ἀνακαλύψει αὐτός). Ὁ Ἀρχιμήδης λοιπὸν τοιοῦτος ὢν διεφύλαξε καὶ τὸν ἑαυτόν του καὶ τὴν πόλιν ἀήττητον. Κατὰ τὸν ἐνδιάμεσον δὲ χρόνον τῆς πολιορκίας ὁ Μάρκελλος κατέλαβε τὰ Μέγαρα (τῆς Σικελίας, ἀποικίαν τῶν Μεγαρέων τῆς Ἀττικῆς), ἡ ὁποία ἦτο ἐκ τῶν ἀρχαιοτάτων πόλεων τῆς Σικελίας, κατέλαβε δὲ καὶ τὸ πλησίον τῆς πόλεως Ἀκρίλλαι στρατόπεδον (ὄχι πολὺ μακρὰν τῶν Συρακουσῶν), τὸ ὁποῖον κατεῖχεν ὁ Ἱπποκράτης, καὶ ἐφόνευσε 8.000 ἐπιτεθεὶς αἰφνιδίως, ἐνῷ αὐτοὶ κατεσκεύαζον χαρακώματα, ἐπέδραμε δὲ εἰς πολλὰ μέρη τῆς Σικελίας καὶ ἀπέσπασε πόλεις ἀπὸ τοὺς Καρχηδονίους καὶ ἐνίκησεν εἰς ὅλας τὰς μάχας, ὅπου ἐτόλμησαν νὰ τοῦ ἀντιταχθοῦν.

Μετὰ πάροδον δὲ ἀρκετοῦ χρόνου συλλαβὼν αἰχμάλωτον κάποιον Σπαρτιάτην Δάμιππον ἐκπλέοντα ἐκ τῶν Συρακουσῶν, τὸν ὁποῖον οἱ Συρακούσιοι ἐζήτουν νὰ ἀπελευθερώσουν πληρώνοντες λύτρα, πολλάκις περὶ αὐτοῦ διαλεγόμενος καὶ διαπραγματευόμενος παρετήρησεν ἀκριβῶς ἕνα πύργον, ὁ ὁποῖος ἐφυλάσσετο μὲν ἀμελῶς, ἠδύναντο δὲ κρυφὰ νὰ εἰσέλθουν ἄνδρες εἰς αὐτόν, διότι τὸ πλησίον αὐτοῦ τεῖχος ἦτο εὐκόλως ἐπιβατόν. Ὅταν λοιπὸν ὑπελογίσθη καλῶς τὸ ὕψος τοῦ τείχους, διότι πολλὰς φορὰς προσήρχοντο καὶ διεπραγματεύοντο τὰ τοῦ αἰχμαλώτου ἐκεῖ πλησίον, καὶ προητοιμάσθησαν κλίμακες, καὶ ἐνῷ οἱ Συρακόσιοι ἑώρταζον τὴν ἑορτὴν τῆς Ἀρτέμιδος καὶ τὸ εἶχαν ρίξει εἰς τὸ κρασὶ καὶ τὸ γλέντι παραφυλάξας, κατώρθωσε κρυφὰ ὄχι μόνον νὰ καταλάβῃ τὸν πύργον, ἀλλὰ καὶ νὰ γεμίσῃ τὸ τεῖχος μὲ σωρὸν ὅπλων πρὶν ἐξημερώσῃ, καταστρέψας καὶ τὰ Ἑξάπυλα. Ἐνῷ δὲ οἱ Συρακόσιοι ἤρχισαν νὰ κινῶνται καὶ νὰ ταράσσωνται, ὅταν τὸ ἀντελήφθησαν, διατάξας νὰ παιανίζουν αἱ σάλπιγγες ἀπὸ ὅλα τὰ μέρη ἐπροξένησε πολλὴν φυγὴν καὶ φόβον, διότι ἐπροξενήθη ἡ ἐντύπωσις ὅτι οὐδὲν μέρος τοῦ φρουρίου ἔμενεν ἀκυρίευτον.

Παρέμενεν ὅμως ἀκυρίευτον τὸ ἰσχυρότατον καὶ κάλλιστον καὶ μέγιστον τεῖχος (τὸ ὁποῖον καλεῖται Ἀχραδινή), διότι εἶχε κτισθῆ πρὸς τὸ ἔξω μέρος τῆς πόλεως, τῆς ὁποίας τὴν μίαν συνοικίαν ὀνομάζουν Νέαν τὴν ἄλλην δὲ Τύχην. Ὅταν δὲ κατέλαβε καὶ αὐτὰ μόλις ἐξημέρωσε κατήρχετο ὁ Μάρκελλος εἰς τὴν πόλιν διὰ τῶν Ἑξαπύλων, μακαριζόμενος ὑπὸ τῶν ὑπ᾽ αὐτὸν στρατηγῶν. Λέγεται δὲ ὅτι αὐτὸς κατιδὼν ἀπὸ ὑψηλὰ καὶ ἀναλογισθεὶς τὸ μέγεθος καὶ τὸ κάλλος τῆς πόλεως ἐδάκρυσεν ἐπὶ πολὺ ἐκ συμπαθείας διὰ τὰ μέλλοντα νὰ ἐπακολουθήσουν, σκεφθεὶς ποίαν θέσιν καὶ ποίαν μορφὴν ἔχει τώρα καὶ ποίαν θὰ λάβῃ ἡ πόλις, ὅταν θὰ λεηλατηθῇ ὑπὸ τοῦ στρατοῦ. Διότι ἐκ τῶν στρατηγῶν οὐδεὶς ἐτόλμα νὰ ἐναντιωθῇ εἰς τὴν ἀπαίτησιν τῶν στρατιωτῶν νὰ ὠφεληθοῦν ἐκ τῆς διαρπαγῆς, ἐνῷ καὶ πολλοὶ ἐξ αὐτῶν ἐζήτουν νὰ καύσουν καὶ νὰ κατασκάψουν τὴν πόλιν.

Ἀλλὰ πρὸς αὐτὴν μὲν τὴν γνώμην δὲν συνεφώνησεν ὁ Μάρκελλος, μᾶλλον δὲ πιεσθεὶς χωρὶς νὰ τὸ θέλῃ, ἐπέτρεψε νὰ ὠφεληθοῦν οἱ στρατιῶται λαμβάνοντες χρήματα καὶ ἀνδράποδα, ἀπηγόρευσε δὲ νὰ ἐγγίσουν τοὺς ἐλευθέρους καὶ διέταξεν οὔτε νὰ φονεύσουν κανένα ἐκ τῶν Συρακοσίων, οὔτε νὰ προσβάλλουν οὔτε νὰ συλλάβουν ὡς ἀνδράποδον.

Καίτοι ὅμως ἐφαίνετο πιστεύων ὅτι κατόπιν αὐτῶν τῶν διαταγῶν θὰ ἐπιφέρῃ μετριασμὸν τῶν δεινῶν τῆς πόλεως, ἐν τούτοις ὅμως διεφαίνετο εἰς τὴν ψυχήν του τὸ συναίσθημα τῆς συμπαθείας καὶ τῆς συμπόνιας, ἐπειδὴ ἔβλεπεν ὡς σύντομον τὸν ἀφανισμὸν πολλῆς καὶ λαμπρᾶς εὐδαιμονίας. Διότι λέγεται ὅτι ὁ λεηλατηθεὶς πλοῦτος τῶν Συρακουσῶν δὲν ἦτο μικρότερος τοῦ κατόπιν λεηλατηθέντος πλούτου τῆς Καρχηδόνος· διότι καὶ τὸ ὑπόλοιπον τῆς πόλεως κυριευθὲν διὰ προδοσίας, ὄχι πολὺ βραδύτερον, ἔσπευσαν νὰ λεηλατήσουν ἐκτὸς τῆς βασιλικῆς περιουσίας· διότι αὐτὴ εἶχεν ἐξαιρεθῆ τῆς λεηλασίας διὰ νὰ δοθῇ εἰς τὸ Δημόσιον.

Πολὺ δὲ ἐλύπησε τὸν Μάρκελλον ὁ θάνατος τοῦ Ἀρχιμήδους. Διότι κατὰ τὴν κατάληψιν τῆς πόλεως εὑρέθη μόνος μελετῶν κάποιο γεωμετρικὸν σχῆμα· καὶ διαθέτων εἰς τὴν θεωρίαν τοῦ σχήματος καὶ τὴν σκέψιν του καὶ τὴν προσοχήν του δὲν ἐφαντάσθη τὴν ἐπιδρομὴν τῶν Ρωμαίων οὔτε τὴν ἅλωσιν τῆς πόλεως, ἐνῷ δὲ πλησίον του εὑρέθη αἰφνιδίως στρατιώτης καὶ τὸν διέταξε νὰ τὸν ἀκολουθήσῃ πρὸς τὸν Μάρκελλον, δὲν ἤθελε νὰ συμμορφωθῇ πρὶν συμπληρώση καὶ λύση τελείως τὸ πρόβλημα. Ὁ δὲ στρατιώτης ὀργισθεὶς καὶ ἀνασπάσας τὸ ξίφος τὸν ἐφόνευσε. Ἄλλοι πάλιν λέγουν ὅτι ἐκεῖνος ἰδὼν αὐτὸν ἀπέναντί του ἐφοβήθη καὶ τὸν παρεκάλεσε νὰ περιμένῃ ὀλίγον, διὰ νὰ μὴ ἀφήσῃ ἡμιτελὲς καὶ ἀνεξέταστον τὸ ἐρευνόμενον πρόβλημα, ὅτι δὲ ὁ στρατιώτης δὲν ἔλαβεν ὑπ᾽ ὄψιν τὴν παράκλησιν καὶ τὸν ἐφόνευσε.

Ἐκτὸς τούτων ὑπάρχει καὶ τρίτη ἐκδοχή, ὅτι, καθ᾽ ἣν στιγμὴν ὁ Ἀρχιμήδης μετέφερε πρὸς τὸν Μάρκελλον ἐκ τῶν μαθηματικῶν του ὀργάνων ἡλιακὰ ὡρολόγια καὶ πλανητάρια καὶ γνώμονας (ἀστρονομικὰ ὄργανα) τοὺς ὁποίους ρυθμίζει πρὸς τὸ μέγεθος τοῦ ἡλίου, διὰ νὰ ἐξετάζῃ, οἱ στρατιῶται συναντήσαντες αὐτὸν καθ᾽ ὁδὸν καὶ νομίσαντες ὅτι εἰς τὸ φορτίον ἔχει χρυσὸν τὸν ἐφόνευσαν. Ὅτι βέβαια ὁ Μάρκελλος ἐλυπήθη καὶ περιεφρόνησε τὸν φονέα τοῦ Ἀρχιμήδους ὡς ἀνόσιον, τοὺς συγγενεῖς του δὲ ἀνευρὼν ἐτίμησεν, ὁμολογεῖται.

5. Ὁ Ρωμαῖος ἐπικὸς ποιητὴς Σίλιος Ἰταλικὸς (26 - 101 μ.Χ.), ὁ ὁποῖος τὸ 68 μ.Χ. ἐχρημάτισεν Ὕπατος, περιέγραψε τὸν δεύτερον Καρχηδονιακὸν πόλεμον κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ ὁποίου κατελήφθησαν αἱ Συρακοῦσαι εἰς 12.000 στίχους, ἐκ τῶν ὁποίων 76 στίχοι διατίθενται διὰ τὴν πολιορκίαν τῶν Συρακουσῶν. Ἡ ἅλωσις τῆς πόλεως δὲν περιγράφεται. Ὅπως φαίνεται ἐκ συγκρίσεως τῆς περιγραφῆς τῆς πολιορκίας τῶν Συρακουσῶν ὑπὸ τοῦ Πολυβίου, τοῦ Πλουτάρχου, τοῦ Σιλίου καὶ τοῦ Λιβίου, αἱ χρησιμοποιηθεῖσαι πηγαὶ διὰ τὴν περιγραφὴν εἶναι αἱ αὐταὶ περίπου. Ἡ ἅλωσις ὅμως τῶν Συρακουσῶν περιγράφεται μόνον ὑπὸ τοῦ Πλουτάρχου καὶ τοῦ Λιβίου. Ἡ περιγραφὴ τοῦ ἑνὸς παρουσιάζει μεγάλην διαφορὰν πρὸς τὴν περιγραφὴν τοῦ ἄλλου, ὡς θὰ καταδειχθῇ ἐκ τῆς παραθέσεως καὶ τῆς περιγραφῆς τοῦ Λιβίου.

Ὁ Σίλιος Ἰταλικὸς ἐκθέτει ὡς ἑξῆς τὴν πολιορκίαν τῶν Συρακουσῶν: «Ὁ Μάρκελλος προσέβαλε τὰ τείχη μὲ χάλαζαν χονδρῶν βελῶν καὶ ἐδόνει τὴν πόλιν μὲ τὴν ἰσχυρὰν βροντὴν τῶν μέσων του. Πολιορκούμενοι καὶ πολιορκοῦντες διείποντο ἀπὸ τὸ αὐτὸ μένος. Ὅλοι ἐμάχοντο, ὅλοι ἐφώρμων ἐναντίον τῶν ἀντιπάλων. Εἷς πύργος (τῶν Συρακοσίων) ἀνυψώθη ἕως τὰ οὐράνια μὲ τὰ πολυπληθῆ του διαμερίσματα. Διὰ νὰ κατασκευασθοῦν οἱ 10 ὄροφοί του εἷς Ἕλλην (ὁ Ἀρχιμήδης) **ἄφησε νὰ κόψουν δένδρα, τὰ ὁποῖα ἀπετέλουν ἓν δάσος**. Ἐκ τοῦ πύργου αὐτοῦ οἱ πολιορκούμενοι ἔβαλλον ἀνημμένα ξύλα ἐκ πεύκης, παραλλήλως δὲ ἔρριπτον μεγάλους λίθους καὶ ἔχυναν χείμαρρον ζεούσης πίσσης. Ὁ Κίμβρος (Ρωμαῖος στρατιώτης) ἔρριψεν ἐκ τοῦ μακρόθεν ἓν φλεγόμενον ἀκόντιον, τὸ ὁποῖον ἐνεπήχθη εἰς τὰ πλευρὰ τοῦ πύργου. Τὸ πῦρ ἐνισχυόμενον ἀπὸ τὸν πνέοντα ἀέρα ἐξηπλώθη ἀμέσως. Ἐπέφερε καταστροφὴν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πύργου, διεδόθη ἀναφλέγον τοὺς δέκα ὀρόφους τοῦ γιγαντιαίου αὐτοῦ κατασκευάσματος καὶ κατεβρόχθισε μὲ ταχύτητα τὰς δοκούς, αἱ ὁποῖαι ἔτριζον ὑπὸ τὴν ἐνέργειαν τοῦ πυρός. Κατόπιν προβάλλον πρὸς τὰ νέφη ἀπεράντους στήλας καπνοῦ ἐξηπλώθη μέχρι τῆς ὀροφῆς τοῦ πύργου. Ἀτμὸς μαῦρος, καπνὸς σκοτεινὸς καὶ πυκνὸς ἐπλημμύρισε τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πύργου. Οὐδεμία ἐλπὶς σωτηρίας. Διότι, ὡς νὰ προσεβλήθη ὑπὸ κεραυνοῦ, τὰ ἐρείπια τοῦ πύργου μετεβλήθησαν εἰς τέφραν.

Τὰ ἴδια ἔπαθε καὶ ὁ στόλος τῶν Ρωμαίων. Μόλις ἐπλησίαζε τὰ τείχη καὶ τὰς κατοικίας τὰς διαβρεχομένας ἀπὸ τὰ διαυγῆ νερὰ τοῦ λιμένος, αἱ μηχαναί, δι' ἐντελῶς νέου μηχανισμοῦ, ἐπέφερον τὴν καταστροφὴν καὶ τὸν τρόμον. Ἓν ξύλινον στέλεχος, ὁμοιάζον πρὸς ἱστόν, ἐφωδιασμένον εἰς τὸ ἄκρον του μὲ σιδηρᾶν ἁρπάγην, ἀφίνετο ἀπὸ τοῦ ὕψους τῶν τειχῶν, ἀνύψωνε εἰς τὸν ἀέρα τοὺς πολιορκητὰς διὰ τῆς ἐπικαμπυλίου ἁρπάγης καὶ ἀφοῦ τοὺς ὕψωνε ἀρκετὰ τοὺς ἀπέρριπτεν ἐντὸς τῆς πόλεως. Ὄχι μόνον οἱ ἄνθρωποι, ἀλλὰ καὶ τὰ πλοῖα ὑφίσταντο τὴν δύναμιν τῶν φοβερῶν αὐτῶν πολεμικῶν μηχανῶν, τῶν ὁποίων ἡ κοπτερὰ καὶ δηκτικὴ ἁρπάγη ριπτομένη ἀπὸ ὑψηλὰ πρὸς τὰ πλοῖα δὲν τὰ ἄφινε πλέον. Ὁ σίδηρος ἐμπηγνυόμενος εἰς τὰ πλευρὰ τῶν πλοίων ἀνύψωνε τὰ πλοῖα εἰς τὸν ἀέρα. Κατόπιν αἱ ἁλύσεις ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξηρτᾶτο ἐχαλαρώνοντο ἀποτόμως καὶ ἰδοὺ φρικῶδες θέαμα. Τὰ πλοῖα ἐπανέπιπτον εἰς τὴν θάλασσαν μὲ τόσην ὁρμὴν καὶ ταχύτητα, ὥστε ἡ θάλασσα τὰ κατεβρόχθιζε διὰ παντός, τόσον αὐτὰ ὅσον καὶ τὰ πληρώματά των.

Ἐκτὸς τῶν δολίων αὐτῶν ἐπινοήσεων τὰ τείχη εἶχον ὀπὰς μὲ ἐπιδεξιότητα κατεσκευασμένας, διὰ νὰ βάλλωνται ἐκ τοῦ ἀσφαλοῦς βέλη κατὰ τῶν πολιορκητῶν. Ὁ τρόπος τῆς κατασκευῆς των ὑπεβοήθει, ὥστε νὰ κρύπτεται ἡ δόλιος λειτουργία των. Τὰ βέλη τῶν Συρακοσίων ἔφευγον ἀπὸ τὰς φονικὰς αὐτὰς θέσεις, ἐνῷ τὰ βέλη τῶν Ρωμαίων δὲν ἠδύναντο νὰ ἀκολουθήσουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν. Ἡ θαυμαστὴ μεγαλοφυΐα ἑνὸς Ἕλληνος καὶ ἡ ἐπιδεξιότης του ,πολὺ ἰσχυροτέρα ἀπὸ τὰ ὅπλα, ἀπέκρουον κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὸν Μάρκελλον καὶ τὰς φοβερὰς ἐπιθέσεις του καὶ ὅλαι αἱ πολεμικαὶ προσπάθειαι ἀπετύγχανον πρὸ τῶν τειχῶν τῶν Συρακοσίων.

Εὑρίσκετο λοιπὸν εἰς αὐτὴν τὴν πόλιν εἷς ἄνθρωπος, ἡ ἀΐδιος δόξα τοῦ αἰῶνος του, ὁ Ἀρχιμήδης, ὁ ὁποῖος χάρις εἰς τὴν μεγαλοφυΐαν του ἀνυψώθη πολὺ ὑπὲρ τοὺς ἄλλους θνητούς. Ἦτο πτωχός, ἀλλὰ ὁ οὐρανὸς καὶ ἡ γῆ ἀπεκαλύφθησαν ἀπὸ τὰς ἐμπνεύσεις του. Ἐγνώριζε διατί ὁ ἥλιος, ὅταν ἀνατέλλῃ ὠχρὸς καὶ ὄχι θερμός, προμηνύει θυέλλας· ἐγνώριζε ἂν ἡ γῆ εἶναι ἀκίνητος ἢ αἰωρεῖται μεταβάλλουσα θέσιν· ἐγνώριζε διατί ὁ ὠκεανὸς πάντοτε διαχέεται περὶ τὴν γῆν μὲ τὰ κύματά του· ἐγνώριζε πόθεν προέρχονται αἱ διαταραχαὶ τῆς θαλάσσης καὶ ποῦ ὀφείλονται αἱ διάφοροι φάσεις τῆς σελήνης· τέλος εἰς ποῖον νόμον ὑπακούει ὁ ὠκεανός, ὁ βασιλεὺς αὐτὸς τῶν ὑδάτων, ὅταν προκαλῇ τὴν πλημμυρίδα καὶ τὴν ἄμπωτιν. Μάλιστα, πιστεύεται ὅτι εἶχεν ὑπολογίσει τὸ πλῆθος τῶν κόκκων τῆς ἄμμου τοῦ κόσμου (νοεῖ, ἂν ὅλος ὁ σφαιρικὸς κόσμος ἀπετελεῖτο ἀπὸ ἄμμον) , ἐκεῖνος διὰ τὸν ὁποῖον λέγουν ὅτι δὲν εἶχεν ἀνάγκην παρὰ μιᾶς γυναικείας χειρὸς (δηλαδὴ μικρᾶς δυνάμεως) διὰ νὰ μεταφέρῃ εἰς τὴν θάλασσαν ἓν πλοῖον (ὑπαινίσσεται τὴν Συρακοσίαν) καὶ διὰ νὰ φέρῃ ὑψηλὰ καὶ νὰ συσσωρεύῃ, παρὰ τὸ βάρος των βουνὰ ὁλόκληρα ἀπὸ βράχους».

***

Κατὰ τὸν Ρωμαῖον ἱστορικὸν Λίβιον (57 π.Χ. - 17 μ.Χ.), οἱ Συρακόσιοι κατὰ τὸ τρίτον ἔτος τῆς πολιορκίας ἀπεφάσισαν τὴν ἀναδιάρθρωσιν τῶν δυνάμεών των καὶ ἐξέλεξαν διὰ τὴν ἄμυναν τῆς πόλεως ἓξ διοικητάς, ἐκ τῶν ὁποίων οἱ τρεῖς εὑρίσκοντο εἰς τὴν μεγάλην συνοικίαν Ἀχραδίνην, οἱ ἄλλοι δὲ τρεῖς εἰς τὴν νῆσον Ὀρτυγίαν. Οἱ Συρακόσιοι ὑπέφερον ἐκ τῆς ἐλλείψεως τροφίμων, οἱ δὲ Ρωμαῖοι ἤθελον μὲ κάθε τρόπον νὰ τελειώσῃ ὁ πόλεμος εἰς τὴν Σικελίαν, διότι ὁ Ἀννίβας, ὁ ἀρχηγὸς τῶν Καρχηδονίων, εὑρίσκετο εἰς τὴν Ἰταλίαν. Ἤρχισαν λοιπὸν διαπραγματεύσεις διὰ μίαν ἔντιμον καὶ διὰ τὰ δύο μέρη εἰρήνην...

«Εἰς τὴν κατάλληλον ὥραν ἐπανῆλθον οἱ ἀπεσταλμένοι τοῦ Μαρκέλλου εἰς τὰς Συρακούσας καὶ εἶπον ὅτι αἱ ὑποψίαι, ὅτι οἱ Ρωμαῖοι θὰ προβοῦν εἰς ἀντεκδικήσεις δὲν πρέπει νὰ ὑπάρχουν. Μεταξὺ τῶν τριῶν διοικητῶν τῆς Ἀχραδίνης περιελαμβάνετο καὶ εἷς Ἱσπανὸς ὀνόματι Μέρικος, πρὸς τὸν ὁποῖον ἀπεστάλη εἷς Ἱσπανὸς στρατιώτης, συμπεριληφθεὶς ἐπίτηδες μεταξὺ τῶν συνοδῶν τῶν (τῶν Ρωμαίων) πρεσβευτῶν, ὅστις μόλις εὗρεν εὐκαιρίαν καὶ ὡμίλησε κατ' ἰδίαν μὲ τὸν Μέρικον διηγήθη εἰς ποίαν κατάστασιν ἀφῆκε τὴν Ἱσπανίαν, ἐκ τῆς ὁποίας πρὸ ὀλίγου εἶχεν ἐπιστρέψει: Οἱ Ρωμαῖοι εἶναι ἐκεῖ κυρίαρχοι. Ὁ Μέρικος δύναται, ἂν θεωρήσῃ ἄξιον, νὰ καταστῇ εἷς ἐκ τῶν ἐπιφανεστέρων μεταξὺ τῶν συμπολιτῶν του, εἴτε ἂν θελήσῃ νὰ ὑπηρετήσῃ ὑπὸ τοὺς Ρωμαίους εἴτε νὰ ἐπιστρέψῃ εἰς τὴν πατρίδα του. Τοὐναντίον, ἂν θελήσῃ νὰ παραμείνῃ πολιορκούμενος κατὰ ξηρὰν καὶ κατὰ θάλασσαν δὲν θὰ ἔχῃ καμμίαν ἐλπίδα σωτηρίας. (Σημ. Αὐτὰ κατ' ἐντολὴν τοῦ Μαρκέλλου).

Ὁ Μέρικος, εἰς τὸν ὁποῖον ταῦτα ἔκαμαν ἐντύπωσιν, ἀπέστειλε, ἐπειδὴ ἐθεώρησαν καλὸν νὰ ἀποστείλουν πρέσβεις πρὸς τὸν Μάρκελλον (οἱ Συρακόσιοι), μεταξὺ τῶν πρεσβευτῶν καὶ τὸν ἀδελφόν του, ὅστις εἶχε μυστικὴν συνεννόησιν μὲ τὸν Μάρκελλον, τῇ μεσολαβήσει τοῦ προμνησθέντος Ἱσπανοῦ στρατιώτου, καὶ μετὰ τῆς συναφοῦς ἀσφαλείας καὶ τοῦ καταρτισθέντος ἀπὸ κοινοῦ σχεδίου ἐπέστρεψεν εἰς τὴν Ἀχραδίνην.

Διὰ νὰ ἀποκρύψῃ πᾶσαν ὑποψίαν περὶ προδοσίας ὁ Μέρικος ἐδήλωσε μετὰ ταῦτα (εἰς τὸ πολεμικὸν συμβούλιον): «Αὐτὸ τὸ πήγαινε - ἔλα τῶν πρεσβευτῶν δὲν μοῦ ἀρέσει καθόλου. Δὲν πρέπει πλέον οὔτε νὰ δεχθῶμεν πρέσβεις οὔτε νὰ ἀποστείλωμεν, καί, ἵνα αἱ θέσεις ἔχουν τὴν καλυτέραν ἄμυναν, νὰ κατανεμηθοῦν αἱ κατὰ τὰς ἐφόδους περισσότερον ἐκτεθειμέναι περιοχαὶ μεταξὺ τῶν Διοικητῶν καὶ νὰ ἀφήσουν ἕκαστον τούτων ὑπεύθυνον διὰ τὴν ἰδικήν του περιοχήν. Τοῦτο εἶχε γενικὴν ἐπιδοκιμασίαν καὶ ὁ Μέρικος ἀνέλαβε τὴν περιοχὴν τὴν μεταξὺ τῆς πηγῆς Ἀρεθούσης καὶ τοῦ στομίου τοῦ λιμένος καὶ διεμήνυσε τοῦτο εἰς τοὺς Ρωμαίους.

Ὁ Μάρκελλος ἀπέστειλε κατὰ τὴν νύκτα ἓν μεταφορικὸν πλοῖον πλῆρες στρατοῦ, τὸ ὁποῖον προσειλκύσθη, προσδεθὲν διὰ κάλου, ὑπὸ μιᾶς τετρήρους πρὸ τῆς Ἀχραδίνης καὶ ἀπεβίβασε τὸ πλήρωμα εἰς τὴν περιοχὴν τῆς πύλης τοῦ φρουρίου τῆς πλησίον τῆς πηγῆς Ἀρεθούσης. Ἀφοῦ τοῦτο συνέβη κατὰ τὴν τετάρτην φυλακὴν (περίπου 3ην πρωϊνὴν ὥραν) καὶ ὁ Μέρικος, κατὰ τὰ συμφωνηθέντα, ἐπέτρεψε τὴν εἴσοδον εἰς τὸν στρατὸν τῶν Ρωμαίων, ὅστις εὑρίσκετο πλησίον τῆς πύλης, ὁ Μάρκελλος μόλις ἐχάραζε ἐνήργησε γενικὴν ἐπίθεσιν κατὰ τῆς Ἀχραδίνης, διότι δὲν ἠμύνετο μόνον τὸ τμῆμα τῆς φρουρᾶς τῆς Ἀχραδίνης, ἀλλὰ καὶ στρατεύματα ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ τῆς πόλεως προσέτρεχον πρὸς ἐνίσχυσίν των, διὰ νὰ ἀποκρούσουν τὴν ὁρμητικὴν ἐπίθεσιν τῶν Ρωμαίων.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἀναταραχῆς αὐτῆς ἔπλευσαν μερικὰ ἐν ἐπιφυλακῇ εὑρισκόμενα μεταφορικὰ πλοῖα πρὸς τὴν νησιωτικὴν πόλιν καὶ ἀπεβίβασαν ἐκεῖ στρατεύματα, ἅτινα ἐπετέθησαν αἰφνιδίως κατὰ τῶν ἡμιεπηνδρωμένων θέσεων, εἰς τὰς ἀκόμη ἀνοικτὰς εὑρισκομένας πύλας πρὸς τὰς ὁποίας πρὸ ὀλίγου ἡ φρουρὰ εἶχε σπεύσει πρὸς βοήθειαν, εἰσῆλθον ἐντὸς καὶ κατέλαβον ἄνευ μεγάλου κόπου τὴν νησιωτικὴν πόλιν, ἥτις ἐγκατελείφθη ὑπὸ τῶν φοβηθέντων καὶ φευγόντων φρουρῶν. Ἰδιαιτέρως ἀσθενὴς ἦτο ἡ ἀντίστασις τῶν λιποτακτῶν (ἄλλοτε ὑπηρετούντων εἰς τοὺς Ρωμαίους), οἵτινες, χωρὶς ν᾽ ἀγωνισθοῦν οὐδ᾽ ἐπ᾽ ἐλάχιστον, διότι δὲν ἐνεπιστεύτο ὁ εἷς τὸν ἄλλον, ἐτράπησαν εἰς φυγὴν ἐνῷ διεξήγετο ἀκόμη ἀγών.

Μόλις ὁ Μάρκελλος ἐπληροφορήθη ὅτι ἡ νησιωτικὴ πόλις κατελήφθη, ὅτι μία περιοχὴ τῆς Ἀχραδίνης ἐπίσης κατελήφθη καὶ ὅτι ὁ Μέρικος μετὰ τοῦ στρατοῦ του ηὐτομόλησε πρὸς τοὺς Ρωμαίους, διέταξε τοὺς σαλπιγκτάς του νὰ σαλπίσουν ὑποχώρησιν, διὰ νὰ προφυλάξῃ ἀπὸ τὴν λεηλασίαν τὸν βασιλικὸν θησαυρόν, ὅστις δὲν ἦτο μικρότερος ἐκείνου τὸν ὁποῖον ἐπίστευέ τις. Οἱ στρατιῶται ἔπαυσαν τὴν λεηλασίαν καὶ οἱ ἐν Ἀχραδίνῃ εὑρισκόμενοι λιποτάκται εὗρον τὸν χρόνον καὶ τὴν εὐκαιρίαν διὰ νὰ διαφύγουν. Τότε, οἱ ἐκ τῆς τρομοκρατίας των ἀπαλλαγέντες Συρακόσιοι, ἤνοιξαν τὰς πύλας (τῆς Ἀκροπόλεως, κειμένης πλησίον τῆς νήσου Ὀρτυγίας) καὶ δι᾽ ἀπεσταλμένων πρὸς τὸν Μάρκελλον δὲν παρεκάλουν τίποτε ἄλλο παρὰ διὰ τὴν ζωὴν τῶν ἰδίων καὶ τῶν τέκνων των...

Μεταξὺ πολλῶν ἄλλων ἀνοσιουργημάτων τῆς λύσσης καὶ τῆς πλεονεξίας ὑπῆρξεν, ὡς διηγοῦνται καὶ ὁ Ἀρχιμήδης, ὅστις, κατὰ τὴν ἀναταραχὴν ἡ ὁποία πάντοτε προκαλεῖται, ὅταν μία πόλις καταλαμβάνεται καὶ ἀφίνεται πρὸς λεηλασίαν, εὑρίσκετο τελείως ἀφωσιωμένος εἰς τὰ ἐπὶ τῆς ἄμμου σχεδιασμένα σχήματά του, ἐφονεύθη ὑπό τινος στρατιώτου, ὅστις δὲν τὸν ἀνεγνώρισε, καὶ μάλιστα πρὸς μεγάλην λύπην τοῦ Μαρκέλλου, ὁ ὁποῖος ἐφρόντισε διὰ τὴν ταφήν του, καὶ ἐπροστάτευσε καὶ ἐτίμησε τοὺς συγγενεῖς του, τοὺς ὁποίους ἀνεζήτησε, λαβὼν ὑπ᾽ ὄψιν τὸ ὄνομά του καὶ τὴν μνήμην του.

Κατὰ τὸν τρόπον αὐτὸν ἐκυριεύθησαν αἱ Συρακοῦσαι καὶ ἡ γενομένη λεία ἦτο τόσον μεγάλη, ὅση ἦτο καὶ ἡ λεία εἰς τὴν Καρχηδόνα, τῆς ὁποίας ἡ δύναμις εἰς τὸν πόλεμον ἦτο ἴση πρὸς τὴν δύναμιν τῆς Ρώμης» (Σημ. Ὁ Πλούταρχος μὲ πολλὴν ἐπιδεξιότητα ἀποφεύγει νὰ γράψῃ καθαρὰ ὅτι αἱ Συρακοῦσαι κατελήφθησαν διὰ προδοσίας. Ὁ σκοπὸς διὰ τὸν ὁποῖον γράφεται ἡ βιογραφία τοῦ Μαρκέλλου εἶναι νὰ ἐξαρθοῦν τὰ κατορθώματά του. Ἂν ἀνεγράφετο ἡ προδοσία ἡ βιογραφία θὰ ἔχανε τὴν ἀξίαν της. Αἱ πληροφορίαι δὲ ὅτι ὁ Μάρκελλος ἐλυπήθη διὰ τὸν θάνατον τοῦ Ἀρχιμήδους προκαλοῦν ἀμφιβολίας διὰ τὴν ἀκρίβειάν των. Διότι ὅπως ἐφρόντισε καὶ ἔσωσε τὸν βασιλικὸν θησαυρόν, τὸ ἴδιο ἠδύνατο νὰ κάμῃ καὶ διὰ τὴν ζωὴν τοῦ Ἀρχιμήδους).

6. Περίφημοι ἔχουν καταστῆ αἱ ρήσεις αἱ ἀποδιδόμεναι εἰς τὸν Ἀρχιμήδη ὡς λεχθεῖσαι κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ φόνου του ὑπὸ τοῦ βαρβάρου Ρωμαίου στρατιώτου. Ὅταν οὗτος ἐπετέθη κατ᾽ αὐτοῦ ὁ Ἀρχιμήδης ἠσχολεῖτο μὲ τὴν λύσιν γεωμετρικοῦ προβλήματος, τοῦ ὁποίου τὸ σχῆμα εἶχε σχεδιάσει εἰς τὸ ἔδαφος. Ὅταν ἀντελήφθη τὸν ἀπειλητικὸν Ρωμαῖον στρατιώτην εἶπε:

Πὰρ κεφαλὰν καὶ μὴ παρὰ γραμμὰν ἢ Ἀπόστηθι ἄνθρωπε ἀπὸ τῆς γραμμῆς. (Κτύπησε τὸ κεφάλι καὶ ὄχι τὸ σχῆμα ἢ Μακρυὰ ἄνθρωπε ἀπὸ τὸ σχῆμα). (Κατὰ τὸν Δίωνα Κάσσιον).

Τὰν κεφαλὰν πλήττειν μὴ τὰν γραμμὰν ἀφανίζειν. (Κτύπα στὸ κεφάλι, μὴ χαλᾷς τὸ σχῆμα). (Κατὰ τὸν Παχυμέρην).

Ἀπόστηθι ἄνθρωπε τοῦ διαγράμματός μου. (Μακρυὰ ἄνθρωπε ἀπὸ τὸ σχῆμα μου). (Κατὰ τὸν Τζέτζην).

Ἐπίσης περίφημοι εἶναι αἱ εἰς τὸν Ἀρχιμήδη ἀποδιδόμεναι ρήσεις αἱ συναφεῖς πρὸς τὴν ὑπ᾽ αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τοῦ νόμου τῶν μοχλῶν:

Δός μοι ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν. (Καθ᾽ Ἥρωνα καὶ Πάππον).

Πᾷ βῶ καὶ κινῶ τὰν γᾶν. (Κατὰ Σιμπλίκιον).

Ἦτει χωρίον ὡς ἑαυτὸν ἀντιταλαντεύσων ὅλῃ τῇ γῇ. (Κατὰ τὸν Ἐπίσκοπον Συνέσιον).

Πᾷ βῶ καὶ χαριστίωνι τὰν γᾶν κινήσω πᾶσαν. (Κατὰ Τζέτζην).

Ὅπα βῶ καὶ σαλεύσω τὴν χθόνα. (Κατὰ Τζέτζην).

Εἰ γῆν εἶχεν ἑτέραν, ἐκίνησεν ἂν ταύτην μεταβὰς εἰς ἐκείνην. (Κατὰ Πλούταρχον). (Χθὼν = γῆ = γᾶ δωριστί. Χαριστίων = μοχλός. Χωρίον = μέρος, ἄστρον).

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἶναι φανερὸν ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης εἶναι ὁ πρῶτος ἐπιστήμων, ὅστις ἐσκέφθη, ἂν ἦτο δυνατὸν νὰ ἐξέλθῃ τῆς γῆς καὶ νὰ μεταβῇ εἰς ἄλλο ἄστρον.

Διὰ τὸν τάφον τοῦ Ἀρχιμήδους παρέχει ἐνδιαφερούσας πληροφορίας ὁ

Κικέρων εἰς τὴν πραγματείαν του, ἥτις φέρει τὸν τίτλον Τουσκουλαναὶ διατριβαὶ (Tusculanae disputationes) ὅπου γράφει τὰ ἑξῆς: «Δὲν ἐπιθυμῶ νὰ συγκρίνω τὴν ζωὴν τούτου (σημ. Τοῦ Διονυσίου, τοῦ τυράννου τῶν Συρακουσῶν), ὁ ὁποῖος δὲν δύναται νὰ ὑπερβληθῇ ἀπὸ κανένα κατὰ τὴν ἀναισχυντίαν, τὴν φαυλότητα, καὶ τὴν βδελυγμίαν, καθ' ὅσον τοὐλάχιστον δύναμαι νὰ ἐνθυμηθῶ, πρὸς τὴν ζωὴν τοῦ Πλάτωνος ἢ τοῦ Ἀρχύτου, ἀνθρώπων λογίων καὶ πολὺ σοφῶν.

Ἐπιθυμῶ ἐκ τῆς αὐτῆς πόλεως (σημ. τῶν Συρακουσῶν) νὰ ἐνθυμηθῶ ἕνα ἄνθρωπον τῆς ἄμμου (σημ. ὅπου ἐσχεδίαζε τὰ σχήματα) καὶ τοῦ σχεδιαστικοῦ κανόνος, τὸν Ἀρχιμήδη, τοῦ ὁποίου τὸν τάφον, ὅστις ἦτο ἐντελῶς ἄγνωστος εἰς τοὺς Συρακοσίους, καὶ μάλιστα ἰσχυρίζοντο ὅτι δὲν ὑπάρχει κανεὶς τάφος, ἐγὼ ὡς Quaestor (σημ. Κατὰ τὸ 75 π.Χ. ὁ Κικέρων ἦτο Οἰκονομικὸς Διοικητὴς τῆς Σικελίας) τὸν ἀνεκάλυψα, ἐνῷ τὸν ηὗρα καλυπτόμενον καθ' ὁλοκληρίαν ὑπὸ βάτων καὶ θάμνων. Διετήρουν εἰς τὴν μνήμην μου μερικοὺς στίχους εἰς ἑξάμετρον, διὰ τοὺς ὁποίους εἶχα ἀκούσει ὅτι εὑρίσκοντο ἐπὶ τοῦ τάφου του. Ἐκ τούτων συνήγετο τὸ συμπέρασμα ὅτι ἐπὶ τῆς ἐπιτυμβίου πλακὸς εἶχε τοποθετηθῇ σφαῖρα μὲ κύλινδρον. Ὅταν λοιπὸν ἐγὼ ὁ ἴδιος ἐξηρεύνησα ὅλους τοὺς τάφους — διότι ὑπάρχουν πρὸ τῶν πυλῶν τῆς Ἀχραδίνης πολλοὶ τάφοι — ἀντελήφθην μίαν μικρὰν στήλην, ἡ ὁποία δὲν ἐξεῖχε πολὺ ἐκ τῶν θάμνων, ὅπου ὑπῆρχε τὸ σχῆμα τῆς σφαίρας καὶ τοῦ κυλίνδρου.

Τότε εἶπα, ἐπὶ τόπου, πρὸς τοὺς Συρακοσίους — εὑρίσκοντο μαζί μου οἱ προύχοντες ἐξ αὐτῶν — πιστεύω ὅτι αὐτὸς εἶναι ὁ τάφος, τὸν ὁποῖον ἐγὼ ἀναζητῶ καὶ κανεὶς ἄλλος.

Ἀμέσως ἐστάλησαν ἐκεῖ πολλοὶ ἐργάται μὲ σκαπάνας, οἵτινες ἐκαθάρισαν τὸ μέρος καὶ τὸ ἔκαμαν προσιτόν. Ὅταν διηνοίχθη ἡ εἴσοδος ἐπλησιάσαμεν εἰς τὴν προσθίαν πλευρὰν τῆς βάσεως. Καὶ ἰδού, ἐκεῖ εὑρίσκετο τὸ ἐπίγραμμα τοῦ ὁποίου οἱ τελευταῖοι στίχοι, περίπου τὸ ἥμισυ, εἶχον καταστραφῆ. Οὕτω λοιπόν, ἡ περιφημοτάτη πόλις τῆς Ἑλλάδος, τότε μάλιστα ἡ σοφωτάτη, δὲν ἐγνώριζε τίποτε περὶ τοῦ τάφου τοῦ κατὰ τὴν ὀξύνοιαν ἀνωτέρου ὅλων πολίτου της, ἐὰν δὲν τὸ ἐπληροφορεῖτο ὑπὸ ἑνὸς ἀνδρὸς καταγομένου ἐκ τοῦ Ἀρπίνου (σημ. Arpinum κωμόπολις, πατρὶς τοῦ Κικέρωνος, 90 χιλιόμ. ἀνατολ. τῆς Ρώμης). Ἀλλὰ ἂς ἐπαναφέρωμεν τὸν λόγον ἐκεῖ ἀπὸ ὅπου ἐξετράπημεν. Ποῖος ὑπάρχει παντοῦ, ὅστις ἀσχολεῖται μὲ τὰς Μούσας, δηλαδὴ μὲ τὴν παιδείαν καὶ τὴν ἐπιστήμην, ὁ ὁποῖος δὲν θὰ προετοίμα νὰ εἶναι ὡς αὐτὸς ὁ μαθηματικός, παρὰ ὡς αὐτὸς ὁ τύραννος ;». Ἔκτοτε ὁ τάφος κατεπλακώθη πάλιν ἀπὸ τὰ χώματα καὶ κατὰ τὸ ἔτος 1966, ἤτοι μετὰ 2.000 περίπου ἔτη ἀνευρέθη ἐκ νέου, κατὰ τὰς ἀνασκαφὰς τῆς Ἀρχαιολογικῆς Ὑπηρεσίας τῆς Ἰταλίας, ὡς ἐδημοσιεύθη εἰς τὰς ἐφημερίδας.

***

Ὁ Ἀρχιμήδης ἔγινε θρῦλος διὰ τὰ μηχανικά του ἐπιτεύγματα. Κατὰ τινα παράδοσιν τίποτε δὲν εἶχε γράψει περὶ αὐτῶν. Ὑπάρχουν ὅμως ἐνδείξεις ὅτι δι' ὡρισμένας τοὐλάχιστον μηχανικὰς ἀνακαλύψεις εἶχε γράψει τὰ τῆς ἀνακαλύψεώς των. Διὰ τὰ πολεμικὰ μηχανήματα δὲν ἐσώθη ἀπολύτως τίποτε, ἐκτὸς πληροφοριῶν τινων πολὺ μεταγενεστέρων συγγραφέων διὰ τὰ καυστικὰ κάτοπτρα, διὰ τῶν ὁποίων ἔκαιε τὰ πλοῖα τῶν Ρωμαίων. Κατὰ τὸν Διόδωρον τὸν Σικελιώτην ὁ Ἀρχιμήδης εὑρισκόμενος εἰς τὴν Αἴγυπτον καὶ ἰδὼν ὅτι μεγάλαι ἐκτάσεις γῆς παρὰ τὰς ὄχθας τοῦ ποταμοῦ Νείλου ἔμενον ἀκαλλιέργητοι δι' ἔλλειψιν ὕδατος ἐπενόησε τὴν ἀντλητικὴν συσκευήν, ἡ ὁποία ὠνομάσθη κοχλίας. Διὰ τοῦ κοχλίου μεγάλαι ἐκτάσεις τῆς Αἰγύπτου ἔγιναν ποτιστικαὶ καὶ τὰ νερὰ τῶν μεταλλείων, τὰ προερχόμενα ἐξ ὑπογείως ρεόντων ὑδάτων, ἀπεμακρύνοντο εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους. Τοῦτο μνημονεύεται διὰ τὰ μεταλλεῖα τῆς Ἱσπανίας.

Ὁ Ρωμαῖος συγγραφεὺς Βιτρούβιος διέσωσε τὴν μοναδικὴν περιγραφὴν τοῦ κοχλίου εἰς τὸ βιβλίον του Περὶ ἀρχιτεκτονικῆς (Χ 6, 1), ὅπου γράφει τὰ ἑξῆς: «Ὑπάρχει ὅμως ἀκόμη μία μηχανή, ὁ κοχλίας, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἀντλήσῃ μεγάλην ποσότητα ὕδατος, ὄχι ὅμως εἰς μεγάλο ὕψος ὅπως ὁ ἀντλητικὸς τροχός. Ἡ κατασκευή της ἔχει ὡς ἑξῆς: Λαμβάνουν μίαν δοκόν. Ὅσον εἶναι τὸ μῆκος της εἰς πόδας, τόσον κατασκευάζεται τὸ πάχος της εἰς δακτύλους. (Σημ. Ποὺς ἐπὶ ρωμ. χρόνων = 0,296 μ. Δάκτυλος = 0,019 μ. Ἑπομένως μῆκος ποδός: μῆκος δακτύλου = 0,296 : 0,019 = 15 περίπου. Ἐὰν τὸ μῆκος τῆς δοκοῦ εἶναι 5 μέτρα, τὸ πάχος λαμβάνεται 0,333 μ.). Ἡ δοκὸς ἀποστρογγυλοῦται ἀκριβῶς καὶ γίνεται κύλινδρος. Αἱ δύο περιφέρειαι τῶν βάσεων τῆς κυλινδρικῆς δοκοῦ ὑποδιαιροῦνται εἰς τέσσαρα ἢ ὀκτὼ ἴσα μέρη, τὰ ὁποῖα συνδέουν κατόπιν μεταξύ των δι' εὐθειῶν γραμμῶν (χορδῶν) καὶ ἡ διαίρεσις ἔχει γίνει κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε, ὅταν ἡ δοκὸς εἶναι ὁριζοντία αἱ γραμμικαὶ διαιρέσεις τῆς μιᾶς βάσεως νὰ ἀντιστοιχοῦν ἀκριβῶς μὲ τὰς γραμμικὰς διαιρέσεις τῆς ἄλλης βάσεως. Ἀκολούθως συνδέουν δι' εὐθειῶν ὁριζοντίων γραμμῶν ἐπὶ τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῶν περιφερειῶν τῶν δύο βάσεων καὶ ὑποδιαιροῦν ἑκάστην τοιαύτην ὁριζοντίαν γραμμὴν εἰς ἴσα μέρη, ἕκαστον τῶν ὁποίων νὰ ἰσοῦται μὲ τὸ ὄγδοον τῆς περιφερείας τῆς βάσεως, ὁπότε οἱ χαρασσόμενοι οὕτω πως ἄτρακτοι (τμήματα τῆς δοκοῦ), τόσον κατὰ τὸ πάχος ὅσον καὶ κατὰ τὸ μῆκος εἶναι ἴσοι. (Σημ. Χαράσσονται δηλαδὴ παράλληλοι κύκλοι πρὸς τὰς δύο βάσεις)· Σημειοῦνται τὰ σημεῖα τομῆς τῶν εὐθειῶν γραμμῶν καὶ τῶν κύκλων. Ἀφοῦ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἔχει γίνει ἀκριβῶς ἡ σχεδίασις, λαμβάνουν λεπτὸν ξύλινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει κοπῆ ἀπὸ ἰτιὰ ἢ λυγαριά, καὶ ἀφοῦ τὸ ἐπαλείψουν μὲ ὑγρὰν πίσσαν, τὸ στερεώνουν εἰς τὸ πρῶτον σημεῖον τομῆς. (Σημ. Κύκλου παραλλήλου πρὸς τὴν βάσιν καὶ ὁριζοντίας εὐθείας, παραλλήλου πρὸς τὸν κατὰ μῆκος ἄξονα τοῦ κυλίνδρου). Κατόπιν τὸ στρέφουν (τὸ ἔλασμα) πλάγια πρὸς τὸ ἑπόμενον σημεῖον τομῆς κύκλου καὶ εὐθείας.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον γίνεται ἡ στερέωσις, ἀφοῦ τὸ ἔλασμα περιστρέφεται περὶ τὴν δοκὸν καὶ συγχρόνως προχωρεῖ κατὰ μῆκος αὐτῆς. Καὶ ἀφοῦ ἀπὸ τοῦ πρώτου σημείου φθάνῃ κανεὶς κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἰς τὸ ὄγδοον σημεῖον, ἔχει φθάσει εἰς τὴν αὐτὴν ὁριζοντίαν γραμμήν, εἰς τὸ ἄκρον τῆς ὁποίας ἐστερεώθη κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς κατασκευῆς τὸ ἔλασμα καὶ ἐδῶ τὸ τέρμα του στερεώνεται ἐπίσης. Οὕτω πως προχωρεῖ τὸ ἔλασμα πλαγίως (δηλ. ἑλικοειδῶς) διὰ τῶν ὀκτὼ σημείων, καὶ κατὰ μῆκος συγχρόνως πρὸς τὸ ὄγδοον σημεῖον. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον, ἀφοῦ εἰς ὅλον τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος εἰς ἕκαστον σημεῖον στερεώνονται στελέχη, σχηματίζονται δίαυλοι, οἱ ὁποῖοι διήκουν ἑλικοειδῶς διὰ τῶν ὀκτὼ ὑποδιαιρέσεων τῆς δοκοῦ καὶ δίδουν ἀκριβῆ καὶ φυσικὴν ἀπομίμησιν ἑνὸς ἑλικοειδοῦς ὀστράκου κοχλίου.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον στερεώνονται καὶ ἄλλα στελέχη, τὸ ἓν ὑπὲρ τὸ ἄλλο, μέχρι τοιούτου ὕψους, ὥστε ὅλο τὸ πάχος νὰ εἶναι τὸ ἓν ὄγδοον τοῦ μήκους τῆς δοκοῦ. Περιστροφικῶς περὶ τὰ στελέχη αὐτὰ τοποθετοῦναι καὶ στερεώνονται ἐλάσματα, τὰ ὁποῖα προστατεύουν τὸν κοχλίαν. Κατόπιν τὰ ἐλάσματα αὐτὰ ἐπαλείφονται μὲ πυκνὴν πίσσαν καὶ στερεώνονται μὲ σιδηρᾶς ταινίας διὰ νὰ μὴ θραύωνται ἐκ τῆς πιέσεως τοῦ ὕδατος. Τὰ πέρατα τοῦ ξυλίνου κυλίνδρου ἐπενδύονται μὲ σίδηρον. Δεξιὰ καὶ ἀριστερὰ ὅμως τοῦ κοχλίου τίθενται παραστάδες, αἱ ὁποῖαι κατὰ τὰ πέρατα αὐτῶν, εἰς τὰς δύο πλευράς, ἔχουν προσαρμοσθῆ μὲ ὁριζόντια στελέχη. Εἰς αὐτὰ ἔχουν ἐμπηχθῆ σιδηρᾶ ἔμβολα τοῦ κοχλίου.

Καὶ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁ κοχλίας περιστρέφεται δι' ἀνθρωπίνης δυνάμεως, ἐφαρμοζομένης εἰς περιστροφικὴν συσκευήν.

Ἡ διάταξις τοῦ κοχλίου ὅμως, εἰς ὅ,τι ἀφορᾷ εἰς τὴν κλίσιν του, ρυθμίζεται ὥστε νὰ ἀνταποκρίνεται εἰς τὸ πυθαγόρειον ὀρθογώνιον τρίγωνον. Τὸ μῆκος τοῦ κοχλίου χωρίζεται δηλαδὴ εἰς πέντε ἴσα μέρη καὶ τὸ ἓν ἄκρον τοῦ κοχλίου τίθεται εἰς ὕψος τριῶν τοιούτων μερῶν. Τότε ἡ ἀπόστασις τῆς κατακορύφου, ἀπὸ τοῦ ὑψωμένου ἄκρου τοῦ κοχλίου μέχρι τοῦ χαμηλοτέρου αὐτοῦ ἄκρου ἰσοῦται μὲ τέσσαρα τοιαῦτα μέρη.

7. Εἰς τὸ αὐτὸ ἔργον του Περὶ Ἀρχιτεκτονικῆς (βιβλίον IX, πρόλογος), ὁ Ρωμαῖος Βιτρούβιος παρέχει τὴν μοναδικὴν πληροφορίαν διὰ τὴν εὕρεσιν ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους τοῦ νόμου, τῆς ἀνώσεως τῆς Φυσικῆς καὶ τὴν δι' αὐτοῦ ἀνακάλυψιν τῆς νοθείας τοῦ χρυσοῦ στεφάνου, γράφων τὰ ἑξῆς:

Καίτοι ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους εἶχον γίνει ποικίλαι ἀνακαλύψεις, ἐν τούτοις μοῦ φαίνεται ὅτι ἡ σπουδαιοτέρα ὅλων τῶν ἐξόχων ἀνακαλύψεών του, ἐκείνη τὴν ὁποίαν σκοπεύω νὰ διαμνημονεύσω, εὑρέθη λίαν εὐφυῶς. Ὅτε ὁ Ἱέρων, ἀφοῦ ἐπέτυχε νὰ γίνῃ βασιλεὺς τῶν Συρακουσῶν, ἠθέλησε διὰ τῆς ἐπιτυχίας του νὰ ἀφιερώσῃ εἰς τοὺς ἀθανάτους θεούς, εἰς ἕνα τῶν Ναῶν, χρυσοῦν στέφανον, παρήγγειλεν αὐτὸν ἔναντι ἀμοιβῆς καὶ πρὸ τοῦ χρυσοχόου ἐζύγισεν ἀκριβῶς τὸν διατεθέντα χρυσόν. Τὸ κατὰ τὴν ὡρισμένην προθεσμίαν ἔργον εὗρε τὴν πλήρη ἐπιδοκιμασίαν τοῦ βασιλέως καὶ ἐφαίνετο ὅτι ὁ στέφανος εἶχε τὸ προκαθορισθὲν βάρος.

Ὅταν ὅμως βραδύτερον διετυπώθη ἡ κατηγορία ὅτι μέρος τοῦ χρυσοῦ ἀφῃρέθη καὶ ἀντ' αὐτοῦ ἀνεμείχθη εἰς τὸν στέφανον τὸ ἀνάλογον βάρος ἀργύρου ὁ Ἱέρων, ὅστις ἠγανάκτησε διότι ἐξηπατήθη καὶ εὑρίσκετο ἐν ἀπορίᾳ πῶς θὰ ἀποδείξῃ τὴν ἀπάτην, ἔδωκε τὴν ἐντολὴν εἰς τὸν Ἀρχιμήδη νὰ ἐρευνήσῃ τὴν ὑπόθεσιν.

Καθ' ὃν χρόνον ὁ τελευταῖος οὗτος προσεπάθει νὰ ἐκπληρώσῃ τὴν ἐντολὴν εἰσῆλθεν εἰς τὸ Βαλανεῖον διὰ νὰ λάβῃ τὸ λουτρὸν καὶ ὅταν εὑρέθη ἐντὸς τοῦ λουτῆρος, ἦλθε εἰς τὸν νοῦν του, ὅτι ὅσον ὕδωρ ἐχύνετο ἐκ τοῦ λουτῆρος, τόση ἦτο ἡ μᾶζα τοῦ ἐμβαπτισθέντος σώματός του. Μόλις, κατόπιν σκέψεως διὰ τὸ αἴτιον τοῦ φαινομένου αὐτοῦ, εὗρε τὴν ἑρμηνείαν δὲν παρέμεινεν ἐκεῖ περισσότερον, ἀλλ' ἀνεπήδησεν ἐκ τοῦ λουτῆρος, συγκεκινημένος ἐκ χαρᾶς, καὶ τρέχων γυμνὸς πρὸς τὸ σπίτι του ἐφώναζε δυνατὰ ὅτι εὗρεν ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἐζήτει, διότι τρέχων ἐφώναζε διαρκῶς εἰς τὴν ἑλληνικήν, εὕρηκα, εὕρηκα, εὕρηκα!

Ὡς ἐπληροφορήθημεν ὁ Ἀρχιμήδης παρήγγειλε κατόπιν, στηριζόμενος εἰς τὴν ἀνακάλυψίν του, νὰ κατασκευάσουν δύο ὄγκους ἴσους κατὰ τὸ βάρος, πρὸς τὸ βάρος τοῦ πρὸς ἔρευναν στεφάνου, τὸν ἕνα ἐκ χρυσοῦ καὶ τὸν ἄλλον ἐξ ἀργύρου. Ὅταν τοῦτο ἐξετελέσθη ἐπλήρωσε δι' ὕδατος ἓν ἀνάλογον δοχεῖον μέχρι τοῦ ἀνωτάτου χείλους καὶ ἐβύθισεν εἰς αὐτὸ τὸν ἐξ ἀργύρου ὄγκον, ὁπότε ἐχύθη ἐκ τοῦ δοχείου ἴσος ὄγκος ὕδατος, τόσος ὅσον κατεῖχε ἡ μᾶζα τοῦ ἐμβαπτισθέντος εἰς αὐτὸ ὄγκου ἐξ ἀργύρου. Ἀμέσως κατόπιν ἀφῄρεσεν ἐκ τοῦ μὲ τὸ ὕδωρ δοχείου τὸν ἀργυροῦν ὄγκον καὶ ἐγέμισε τὸ δοχεῖον διὰ τοῦ χυθέντος ὕδατος, ὅπως προηγουμένως μέχρι τοῦ χείλους αὐτοῦ, ἀφοῦ προηγουμένως διὰ τοῦ ξέστου (ξέστης = 0,547 λίτρου) προσδιώρισε τὸ βάρος τοῦ ἐναπομείναντος εἰς τὸ δοχεῖον ὕδατος. Διὰ τοῦ τρόπου αὐτοῦ ἐξηκρίβωσε ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ τοῦ βάρους τοῦ ἀργύρου καὶ τοῦ βάρους ἴσου ὄγκου ὕδατος.

Ὅταν ὁ Ἀρχιμήδης ἐξηκρίβωσε τοῦτο ἐβύθισεν ἐντὸς τοῦ πλήρους ὕδατος δοχείου τὸν ἐκ χρυσοῦ ὄγκον, κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ ἀφοῦ κατόπιν τὸν ἀφῄρεσε καὶ κατὰ τὸν προηγουμένως ἐκτεθέντα τρόπον ἐμέτρησε τὸ βάρος τοῦ εἰς τὸ δοχεῖον ἀπομείναντος ὕδατος εὗρεν ὅτι δὲν ἐχύθη τὸ αὐτὸ ποσὸν ὕδατος, ὅπως προηγουμένως, καὶ ὅτι τὸ χυθὲν κατὰ τὴν ἐμβάπτισιν τοῦ ἐκ χρυσοῦ ὄγκου ἦτο τόσον κατὰ τὸν ὄγκον ὀλιγώτερον ὅσον ὁ ἐκ χρυσοῦ ὄγκος ἦτο μικρότερος τοῦ ὄγκου ἐξ ἀργύρου, τοῦ αὐτοῦ βάρους. Ἀφοῦ μετὰ ταῦτα ὁ Ἀρχιμήδης ἐβύθισε τὸν στέφανον εἰς τὸ πληρωθὲν ἐκ νέου δι' ὕδατος δοχεῖον παρετήρησεν ὅτι δι' αὐτοῦ ἐχύθη περισσότερον ὕδωρ παρὰ ὅταν εἶχε βυθίσει τὸν ἐκ χρυσοῦ ὄγκον, ὑπελόγισε δὲ κατόπιν ἐκ τῆς διαφορᾶς τῆς μεταξὺ τοῦ ἐκχυθέντος ὕδατος κατὰ τὴν ἐμβάπτισιν τοῦ στεφάνου καὶ κατὰ τὴν ἐμβάπτισιν τοῦ χρυσοῦ ὄγκου, τὸ βάρος τοῦ ἀργύρου τοῦ ἀναμειχθέντος μὲ τὸν χρυσὸν καὶ ἀπέδειξε κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὴν ὑπεξαίρεσιν τοῦ χρυσοχόου.

Οὐδεὶς ἐκ τῶν Λατίνων συγγραφέων ἀναφέρει ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ἔκαυσε τὸν στόλον τῶν Ρωμαίων διὰ τῶν καυστικῶν κατόπτρων, πιθανῶς ἐκ λόγων ἐθνικῆς φιλοτιμίας. Ἀναφέρεται ὅμως ἡ καῦσις τῶν πλοίων τῶν Ρωμαίων ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων συγγραφέων: Λουκιανοῦ (120 - 180 μ.Χ.) Γαληνοῦ (130 - 200 μ.Χ.), Δίωνος (ἀκμὴ 200 μ.Χ.), Ἀνθεμίου (535 + μ.Χ.), Ἰωάννου Τζέτζη (1110 - 1185 μ.Χ.), Ζωναρᾶ (ἀκμὴ 1125 μ.Χ.), Μητροπολίτου Θεσσαλονίκης Εὐσταθίου (1197 + μ.Χ.). Ἐλάχιστα στοιχεῖα ἐσώθησαν ἐκ πραγματείας τοῦ Ἀνθεμίου Περὶ παραδόξων μηχανημάτων, εἰς τὴν ὁποίαν φαίνεται, ἀνεφέρετο ὁ ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους τρόπος τῆς συνθέσεως τῶν κατόπτρων. Ἐπίσης καὶ ὁ Τζέτζης παρέχει ὀλίγας πληροφορίας συναφεῖς, τὰς ὁποίας πιθανώτατα ἔχει ἀρυσθῆ καὶ ἐκ τῆς πραγματείας τοῦ Ἀνθεμίου. Τονίζει ὅμως ὁ Τζέτζης ὅτι ὁ Ἀνθέμιος, ὁ Ἥρων καὶ ἄλλοι ἐκ τῶν συγγραμμάτων τοῦ Ἀρχιμήδους ὁρμηθέντες ἔγραψαν τὰς πραγματείας των μεταξὺ τῶν ὁποίων καὶ τὴν πυρπόλησιν διὰ καυστικῶν κατόπτρων.

Ὁ Ἀνθέμιος λέγει ὅτι πολλοὶ ἄνδρες κατέχοντες ἀνὰ ἓν ἐπίπεδον κάτοπτρον καὶ διευθύνοντες τὰς ἀνακλωμένας ἀκτῖνας τοῦ ἡλίου πρὸς ἓν σημεῖον ἀντικειμένου τινος εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσουν καῦσιν καὶ ὑπολογίζει ὅτι οὐχὶ ὀλιγώτεραι τῶν 24 ἀνακλάσεων ἀπαιτοῦνται διὰ τὸ ἀποτέλεσμα αὐτό. Θεωρεῖ ἑξαγωνικὸν κάτοπτρον ἐπίπεδον (ἑξαγωνικὸν ἔσοπτρον, ὡς λέγει). Εἰς ἑκάστην πλευρὰν τούτου προσαρμόζει ὅμοιον ἑξαγωνικὸν ἀλλὰ ὀλίγον μικρότερον κάτοπτρον δυνάμενον νὰ στρέφεται περὶ τὴν πλευρὰν αὐτὴν καὶ νὰ σχηματίζῃ γωνίαν τινα μὲ τὸ μεσαῖον κάτοπτρον. Ἐάν, λέγει, τὸ μεσαῖον κάτοπτρον (τὸ ἀρχικόν, τὸ μεγαλύτερον), ἔχῃ τοποθετηθῆ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ διευθύνῃ τὰς ἀνακλωμένας ἀκτῖνας πρὸς ὡρισμένον στόχον, καὶ τὰ ἄλλα ἓξ κάτοπτρα περιστραφοῦν, ὥστε νὰ ρίπτουν τὰς ἀνακλωμένας ἀκτῖνας ὅπως τὸ μεσαῖον κάτοπτρον, εἶναι φανερόν, ὅτι ὅλαι αἱ ἀνακλώμεναι ἀκτῖνες θὰ κατευθυνθοῦν εἰς τὸν αὐτὸν στόχον καὶ θὰ προκαλέσουν τὴν καῦσιν. Ἐν ὅλῳ τὰ κάτοπτρα εἶναι ἑπτά. Ἐὰν ἔχωμεν 4—5 τοιαύτας ἑπτάδας κατόπτρων ἡ καῦσις γίνεται πολὺ εὐκολωτέρα.

Ἡ ἀπόστασις τοῦ στόχου ἀπὸ τῶν κατόπτρων εἶναι ἴση μὲ τὸ βεληνεκὲς ἑνὸς τόξου, ἤτοι περίπου 160 μέτρα.

Ὁ Βυζαντινὸς συγγραφεὺς Ἰωάννης Τζέτζης εἰς τὴν πραγματείαν του, ἡ ὁποία φέρει τὸν τίτλον Χιλιάδες (ΙΙ 35), περιγράφει ὡς ἑξῆς εἰς στίχους, τὴν καῦσιν τῶν πλοίων τῶν Ρωμαίων ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους:

118. Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέστησε βολὴν ἐκεῖνος τόξου,
Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνεν ὁ γέρων.
Ἀπὸ δὲ διαστήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς τετραπλᾶ γωνίαις
Κινούμενα λεπίσι τε καί τισι γιγγλυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθηκεν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου,
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμεριωτάτης.
Ἀνακλωμένων δὲ λοιπὸν εἰς τοῦτο τῶν ἀκτίνων
Ἔξαψις ἤρθη φοβερὰ πυρώδης ταῖς ὁλκάσι,
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.
Οὕτω νικᾷ τὸν Μάρκελλον ταῖς μηχαναῖς ὁ γέρων...

149. Ὁ Δίων καὶ Διόδωρος γράφει τὴν ἱστορίαν,
Καὶ σὺν αὐτοῖς δὲ μέμνηνται πολλοὶ τοῦ Ἀρχιμήδους·
Ἀνθέμιος μὲν πρώτιστον, ὁ παραδοξογράφος,
Ἥρων καὶ Φίλων, Πάππος τε καὶ πᾶς μηχανογράφος,
Ἐξ ὧν περ ἀνεγνώκειμεν κατοπτρικὰς ἐξάψεις
Καὶ πᾶσαν ἄλλην μάθησιν τῶν μηχανικωτάτων,
Βαρυολκόν, πνευματικήν, τὰς ὑδροσκοπίας τε,
Κἀκ τούτου δὲ τοῦ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους».

(Μόλις δὲ ὁ Μάρκελλος ἀπεμακρύνθη εἰς ἀπόστασιν βολῆς τόξου, ὁ γέρων εἶχε μηχανευθῆ ἓν ἑξάγωνον κάτοπτρον. Ἀπὸ συμμετρικῆς δὲ ἀποστάσεως ἀπὸ τοῦ κατόπτρου αὐτοῦ θέσας τετραπλᾶ τοιαῦτα κάτοπτρα ὑπὸ γωνίας, κινούμενα διὰ λεπίδων τινων καὶ ἀρθρώσεων, ἐτοποθέτησεν ἐκεῖνο εἰς τὸ μέσον τῶν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου, καὶ τῆς μεσημβρινῆς καὶ τῆς θερινῆς καὶ τῆς χειμεριωτάτης. Ἐνῷ λοιπὸν εἰς τοῦτο ἐγίνετο ἀνάκλασις τῶν ἀκτίνων προεκλήθη φοβερὰ πυρκαϊὰ εἰς τὰ πλοῖα, τὰ ὁποῖα ἀπετέφρωσεν ἐξ ἀποστάσεως ὅση εἶναι ἡ ἀπόστασις βολῆς ἑνὸς τόξου. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐνίκησε τὸν Μάρκελλον διὰ τῶν μηχανῶν του ὁ γέρων. Ὁ Δίων καὶ ὁ Διόδωρος γράφουν τὴν ἱστορίαν αὐτήν, καὶ ἐκτὸς αὐτῶν καὶ πολλοὶ ἄλλοι ἀναφέρουν τὸν Ἀρχιμήδη, πρώτιστον μὲν ὁ Ἀνθέμιος, ὁ ἔχων γράψει Περὶ παραδόξων μηχανημάτων, ὁ Ἥρων καὶ ὁ Φίλων καὶ ὁ Πάππος καὶ κάθε ἄλλος, ὅστις ἔχει γράψει Μηχανικά, ἐκ τῶν ὁποίων συγγραφέων ἐδιαβάσαμε τὰς καύσεις πλοίων διὰ κατόπτρων, καὶ κάθε ἄλλην μάθησιν, ὅπως εἶναι ἡ τῆς ἄρσεως βαρῶν, ἡ ἀεροστατική, ἡ ὑδροδυναμική, ἐκτὸς δὲ αὐτῶν τὰ ἐδιαβάσαμε καὶ ἀπὸ τὰ βιβλία τοῦ γέροντος τούτου, τοῦ Ἀρχιμήδους).

Ἡ περιγραφὴ τοῦ Τζέτζη ὁμοιάζει πολὺ πρὸς τὴν τοῦ Ἀνθεμίου, ὡς τοῦτο συνάγεται καὶ ἐκ τῶν ὅρων «θερινῆς, χειμεριωτάτης». Ἀντὶ τῆς «μεσημβρινῆς», ὁ Ἀνθέμιος ἔχει «ἰσημερινῆς». Πρόκειται περὶ τῶν διαφόρων γωνιῶν προσπτώσεως τῶν ἡλιακῶν ἀκτίνων εἰς τὸ ὁριζόντιον κάτοπτρον κατὰ τὰς ἰσημερίας καὶ τὴν θερινὴν καὶ χειμερινὴν τροπὴν τοῦ ἡλίου.

Ὁ Ἀνθέμιος λέγει ὅτι καῦσις εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ καὶ διὰ σφαιρικῶν καὶ παραβολικῶν κατόπτρων ὡς ἔχει ἀποδείξει ὁ Ἀπολλώνιος εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ τοῦ πυρίου (δηλαδὴ περὶ καυστικοῦ κατόπτρου, ἀπολεσθεῖσαν).

Ἐνδιαφέρουσα πραγματεία περὶ τῆς καύσεως τοῦ στόλου τῶν Ρωμαίων ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους ἐδημοσιεύθη εἰς τὴν Ἐπιστημονικὴν Ἔκδοσιν τοῦ Τεχνικοῦ Ἐπιμελητηρίου τῆς Ἑλλάδος, 1966, τεῦχος 3, ὑπὸ τοῦ μηχανολόγου κ. Ι. Σακκᾶ, ὅστις χρησιμοποιήσας εἰς πειράματα 36 μικρὰ ἐπίπεδα κάτοπτρα διαστάσεων 6Χ6 ἐκ. ἐπέτυχε καῦσιν ξύλου εἰς ἀπόστασιν 2,4 μ. ἀπ' αὐτῶν. Κατὰ τὸν κ. Σακκᾶν, ἡ χρησιμοποιηθεῖσα ὑπὸ τῶν 36 κατόπτρων του ἀκτινοβολία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀκτινοβολίαν 100 περίπου χαλκίνων ἐπιπέδων κατόπτρων διαστάσεων 1Χ1 μ., εἰς στόχον ἀπέχοντα αὐτῶν ἀπόστασιν βολῆς τόξου. Διὰ τῆς ἀκτινοβολίας αὐτῆς δύναται νὰ προκληθῇ καῦσις πλοίων.

8. Ὁ Ἀρχιμήδης εἶχε γράψει βιβλίον περὶ Ὀπτικῆς, τὸ ὁποῖον ἔφερε τὸν τίτλον Κατοπτρικά. Δὲν εἶναι γνωσταὶ λεπτομέρειαι τοῦ περιεχομένου τοῦ ἀπολεσθέντος αὐτοῦ βιβλίου. Ἐκ τῶν πληροφοριῶν ὅμως τῶν Βυζαντινῶν συγγραφέων Τζέτζη καὶ Ζωναρᾶ (ἀκμὴ περὶ τὸ 1130) συνάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι εἰς τὸ ἔργον αὐτὸ ὁ Ἀρχιμήδης ἐξέθετεν ὅλας τὰς ἐπιστημονικὰς θεωρίας περὶ φωτὸς καὶ κατόπτρων, ἰδίως τῶν καυστικῶν κατόπτρων. Εἰς τὸ χρονικὸν τοῦ Ζωναρᾶ ἀναφέρονται τὰ ἑξῆς, συναφῆ πρὸς τὰ καυστικὰ κάτοπτρα τοῦ Ἀρχιμήδους: Κατὰ τοὺς χρόνους τούτους ἱστορεῖται ὅτι τὸ ἔθνος τῶν Βουλγάρων ἐπέδραμε καὶ κατὰ τῆς Ἰλλυρίας καὶ τῆς Θράκης, ἐνῷ προηγουμένως ἦτο ἄγνωστον καὶ ὅτι ἐνῷ οἱ Ἀγαρηνοὶ ἐλεηλάτουν τὴν Ἀνατολὴν ὁ Ἀναστάσιος (Αὐτοκράτωρ τοῦ Βυζαντίου ζήσας ἀπὸ 428 - 518) ὑπέγραψε μετ' αὐτῶν συνθήκην. Ὅτε δὲ ὁ Θρὰξ Βιταλιανὸς ἐπεχείρησε νὰ ἐπιβάλῃ τὴν τυραννίαν καὶ προσεταιρίσθη καὶ τοὺς Μυσοὺς καὶ τοὺς Σκύθας, καὶ μετ' αὐτῶν ἐλεηλάτει τὰ πέριξ τῆς βασιλίδος τῶν πόλεων, ἀλλὰ πλὴν τούτου, εἶχε καὶ διὰ τοῦ στόλου ἐπέλθει κατ' αὐτῆς, ἀντεπεξῆλθε κατ' αὐτοῦ διὰ τοῦ ὑπάρχου Μαριανοῦ ὁ Ἀναστάσιος, καὶ κατὰ τὴν γενομένην ναυμαχίαν διά τινος μηχανῆς κατασκευασθείσης ὑπὸ τοῦ Πρόκλου (διότι οὗτος τότε ἤκμαζεν εἰς τὴν φιλοσοφίαν καὶ τὴν μηχανικήν, ἔχων μελετήσει ὅλας τὰς ἀνακαλύψεις τοῦ περιβοήτου Ἀρχιμήδους, εὑρὼν ὁ ἴδιος ἐκτὸς ἐκείνων καὶ ἄλλας) κατεπολεμήθη τὸ ναυτικὸν τῶν ἐχθρῶν· διότι λέγεται ὅτι ὁ Πρόκλος εἶχε κατασκευάσει κάτοπτρα προκαλοῦντα πυρκαϊάς, καὶ ταῦτα ἐκ τοῦ τείχους ἐκράτει ἐν αἰωρήσει ἔναντι τῶν ἐχθρικῶν πλοίων, διὰ τούτων δέ, ὅταν προσέπιπτον αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες προεκάλει πῦρ κατακαῖον τὸ ναυτικὸν στράτευμα τῶν ἐχθρῶν καὶ αὐτὰ τὰ πλοῖα, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ὁ Δίων

ἱστόρησεν ὅτι εἶχεν ἐπινοήσει ὁ Ἀρχιμήδης, ὅταν οἱ Ρωμαῖοι ἐπολιόρκουν τὰς Συρακούσας. (...καὶ ναυμαχίας γενομένης ἔκ τινος μηχανῆς παρὰ Πρόκλου (τότε γὰρ ἤνθει ἐπὶ φιλοσοφίᾳ καὶ ἐν τοῖς μηχανήμασι, τά τε τοῦ περιβοήτου ἐν τούτοις Ἀρχιμήδους ἅπαντα διελθὼν καὶ αὐτὸς ἐκείνοις προσεξευρὼν) τὸ ναυτικὸν τῶν ἐναντίων κατεπολεμήθη· κάτοπτρα γὰρ ᾄδεται χαλκεῦσαι πυρφόρα ὁ Πρόκλος, καὶ ταῦτα ἐκ τοῦ τείχους τῶν πολεμίων νεῶν ἀπαιωρῆσαι κατέναντι, τούτοις δὲ τῶν τοῦ ἡλίου ἀκτίνων προσβαλουσῶν πῦρ ἐκεῖθεν ἐκκεραυνοῦσθαι καταφλέγον τὸν νηίτην τῶν ἐναντίων στρατόν, καὶ τὰς νῆας αὐτάς, ὃ πάλαι τὸν Ἀρχιμήδη ἐπινοῆσαι ὁ Δίων ἱστόρησε, τῶν Ρωμαίων τότε πολιορκούντων Συράκουσαν).

⁂

Περὶ τῶν μηχανικῶν ἐπιτευγμάτων τοῦ Ἀρχιμήδους παρέχει πληροφορίας, ἐκτὸς ἄλλων, καὶ ὁ σπουδαῖος Ἀλεξανδρινὸς μαθηματικὸς Πάππος (ἀκμὴ 300 μ. Χ.) εἰς τὸ περίφημον βιβλίον του ὑπὸ τὸν τίτλον Πάππου Συναγωγή, ὅπου γράφει τὰ ἑξῆς :

Καλοῦν δὲ οἱ παλαιοὶ μηχανικοὺς καὶ τοὺς κατασκευάζοντας πράγματα ἄξια θαυμασμοῦ, ἐκ τῶν ὁποίων ἄλλοι φιλοτεχνοῦν δι' ἀερίων (σημ. ὅπως π.χ. δι' ἀέρος, ἀτμοῦ), ὅπως ὁ Ἥρων εἰς τὰ πνευματικά του, ἄλλοι δὲ φαίνονται ὅτι διὰ χορδῶν καὶ σχοινίων μιμοῦνται κινήσεις ἐμψύχων, ὅπως ὁ Ἥρων εἰς τὰ αὐτόματα μηχανήματα καὶ τοὺς μοχλούς, ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ὑπὸ τοῦ ὕδατος κινουμένων, ὅπως ὁ Ἀρχιμήδης εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν - Ὑδροδυναμικήν του, ἢ τῶν διὰ τοῦ ὕδατος ὡρολογίων, ὅπως ὁ Ἥρων εἰς τὰ διὰ τῆς κινήσεως τοῦ ὕδατος μηχανήματα, τὰ ὁποῖα φαίνεται ὅτι στηρίζονται καὶ εἰς τὴν ἐπιστημονικὴν θεωρίαν. Μηχανικοὺς δὲ καλοῦν καὶ τοὺς γνωρίζοντας νὰ κατασκευάζουν πλανητάρια, ὑπὸ τῶν ὁποίων (μηχανικῶν) κατασκευάζεται εἰκὼν τοῦ οὐρανοῦ διὰ ὁμαλῆς καὶ κυκλικῆς κινήσεως ὕδατος (δηλαδὴ διὰ κυκλοφοροῦντος ὕδατος). Ὅλων δὲ αὐτῶν τὴν θεωρίαν, λέγουν μερικοί, ὅτι ἐπενόησεν ὁ Συρακόσιος Ἀρχιμήδης· διότι μόνον αὐτὸς εἰς τὸν βίον μας ἐπενόησε ποικίλα πρακτικὰ καὶ θεωρητικὰ συγχρόνως πράγματα, καθὼς καὶ ὁ μαθηματικὸς Γεμῖνος λέγει εἰς τὸ βιβλίον του Περὶ τῆς τάξεως τῶν μαθημάτων (δηλαδὴ τῆς σημασίας τῶν Μαθηματικῶν). Ὁ δὲ Κάρπος ὁ Ἀντιοχεὺς λέγει κάπου ὅτι ὁ Συρακόσιος Ἀρχιμήδης ἔγραψε μόνον ἓν βιβλίον μηχανικόν, τὸ ἀφορῶν εἰς τὴν κατασκευὴν πλανηταρίων, τίποτε δὲ ἀπὸ τὰ ἄλλα δὲν ἔγραψε. Καίτοι ὑπὸ πολλῶν δοξασθεὶς διὰ τὴν μηχανικὴν καὶ γενόμενος μεγαλοφυὴς ὁ θαυμαστὸς ἐκεῖνος, ὥστε νὰ διαμείνῃ εἰς ὅλους τοὺς ἀνθρώπους ὑπερβαλλόντως ὑμνούμενος, ἐκεῖνα ἀπὸ τὰ προηγουμένως ἀναφερθέντα, τὰ ἀπαιτοῦντα ἐπιστημονικήν, γεωμετρικὴν καὶ ἀριθμητικὴν θεωρίαν καὶ τὰ νομιζόμενα ὅτι εἶναι ἐλάχιστα, σπουδαίως συνέγραψε ὁ ὁποῖος φαίνεται ὅτι τόσον πολὺ ἠγάπησε τὰς εἰρημένας ἐπιστήμας (σημ. Μαθηματικὰ - Φυσικὴν - Μηχανικὴν) ὥστε νὰ μὴ ἀνέχεται νὰ χρησιμοποιῆταί τι τὸ πρακτικὸν ἔξωθεν, δι' αὐτάς.

***

Ὁ Κάρπος ὁ ἐξ Ἀντιοχείας ἦτο μηχανικὸς καὶ ἤκμασε περὶ τὸν 1 - 2 αἰ. μ.Χ. Ἡ ὑπὸ τοῦ Πάππου διασωζομένη πληροφορία τοῦ Κάρπου, ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ἔγραψε μόνον ἓν βιβλίον Μηχανικῆς, τὸ ἀφορῶν εἰς τὰ πλανητάρια, δὲν εἶναι ἀκριβής. Διότι ἐσώθησαν βιβλία τινα Μηχανικῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Τὸ μνημονευόμενον ὑπὸ τοῦ Κάρπου ἀπωλέσθη. Ἐξ ἄλλου, ὁ Ἰωάννης Τζέτζης ἐξανίσταται διὰ τὴν πληροφορίαν τοῦ Κάρπου, τὴν μὴ ἀκριβῆ, ἔχει διαβάσει δὲ ὁ ἴδιος τὰ σωζόμενα περὶ τὸ 1150 μ.Χ. βιβλία διαφόρων κλάδων τῆς Μηχανικῆς τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ γράφει συναφῶς εἰς τὴν πραγματείαν του Χιλιάδες XII στίχος 971 - 996 τὰ ἑξῆς:

Τινὲς βιβλίον λέγουσιν ἓν γράψαι Ἀρχιμήδη,
Ἐγὼ δὲ τούτου ἀναγνοὺς διάφορα βιβλία,
Τὰ κεντροβαρικά, κατόπτρων τὰς ἐξάψεις
Καὶ τὰ ἐπισίδια καὶ ἕτερα βιβλία,
Ἐξ ὧν Ἥρων, Ἀνθέμιος καὶ πᾶς μηχανογράφος
Τὰ ὑδρικά τε ἔγραψαν καὶ τὰ πνευματικά δε,
Βαρυολκά τε σύμπαντα καὶ θαλασσοδεμέτρας.
Πολλὰ τοιαῦτα ἀναγνοὺς βιβλία Ἀρχιμήδους,
Ἀκούων οἵπερ λέγουσιν ἓν μόνον γεγραφέναι,

Πάσχω καὶ λέγω τὰ αὐτά, ἅπερ ἐκεῖνος εἶπεν,
Ὅς εἶχε Θέκλαν σύζυγον, υἱὸν δὲ τὸν Παυλίτζην,
Ὅταν κατεῖδε τὸν μοιχὸν κείμενον σὺν τῇ Θέκλᾳ.
Ἰδὼν γὰρ τοῦτο, ἐκπλαγεὶς καθ' ἑαυτὸν ἠπόρει,
Εἴπερ αὐτός ἐστιν, ἢ ἕτερός τις ἄλλος.
Ἑστὼς οὖν ἐλογίζετο καὶ ἔλεγε τοιαῦτα·
Ἰδοὺ τοῦτο ὁ Παῦλος μὲν ὑπάρχει τὸ παιδίον,
Αὕτη τοῦ Παύλου μήτηρ δέ, ἡ καλουμένη Θέκλα,
Οὗτος εἰμὶ δὲ ἔγωγε. Ἐγὼ δὲ τίς τυγχάνω;
Ταὐτὸ κἀγὼ ταῖς βίβλοις δὲ τοῦ Ἀρχιμήδους λέγω.

Ἰδοὺ αὗται παιδία μὲν ὑπάρχουσιν, οἱ Παῦλοι,
Ἡ δ' Ἀρχιμήδους ἐγγραφὴ μήτηρ αὐτῶν, ἡ Θέκλα,
Οἱ δ' Ἀρχιμήδους λέγοντες ὑπάρχειν ἓν βιβλίον,

Οὗτοι δῆθεν ἐγώ εἰμι. Ἐγὼ δὲ τίς τυγχάνω :
Καί τίνα ἃ ἀνέγνωκα, ἢ ὄναρ ταῦτα εἶδον ;
Ἐδόκουν καὶ τὸν Δώριον ἔχειν δὲ χαρακτῆρα,
Καὶ ἅπαν δὲ τὸ γνώρισμα σαφὲς τοῦ Ἀρχιμήδους.

«Μερικοὶ λέγουν ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ἔγραφε μόνον ἓν βιβλίον (σημ. Μηχανικῆς), ἐγὼ δέ, ἀφοῦ ἐδιάβασα διάφορα βιβλία αὐτοῦ, Τὰ περὶ εὑρέσεως τοῦ κέντρου βάρους τῶν στερεῶν, Τὰ περὶ καυστικῶν κατόπτρων, καὶ τὰ ἐπισίδια βιβλία, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ Ἥρων, ὁ Ἀνθέμιος καὶ κάθε συγγραφεὺς Μηχανικῆς ἔγραφαν καὶ τὰ ἀφορῶντα εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν - Ὑδροδυναμικήν, καὶ τὴν Ἀεροστατικὴν - Ἀεροδυναμικήν, καὶ ὅλα τὰ περὶ ἄρσεως βαρῶν καὶ τὰ περὶ δρομομέτρων. Ἀφοῦ λοιπὸν ἐδιάβασα πολλὰ τοιαῦτα βιβλία τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅταν ἀκούω νὰ λέγουν μερικοὶ ὅτι ἔγραφε μονάχα ἕνα βιβλίον, ὑποφέρω καὶ λέγω τὰ ἴδια τὰ ὁποῖα εἶπεν ἐκεῖνος, ποὺ εἶχε γυναῖκα τὴ Θέκλα, γυιὸ δὲ τὸν Παυλάκη, ὅταν ξαφνικὰ εἶδε τὸν μοιχὸ ξαπλωμένο μὲ τὴ Θέκλα. Διότι ὅταν εἶδε τὸ φαινόμενο αὐτὸ ξαφνίστηκε καὶ ἀποροῦσε μήπως εἶναι αὐτὸς ποὺ τὸ βλέπει ἢ κανένας ἄλλος. Σταθεὶς λοιπὸν ἐσκέπτετο καὶ ἔλεγε τὰ ἑξῆς: Νά, τὸ παιδὶ μὲν αὐτὸ ὁ Παῦλος ὑπάρχει, αὐτὴ δὲ ἡ μητέρα τοῦ Παύλου, ἡ ὀνομαζομένη Θέκλα ὑπάρχει καὶ αὐτή, αὐτὸς δὲ ἐδῶ εἶμαι ἐγώ. Ἀλλὰ ἐγὼ ποιός εἶμαι; Τὸ αὐτὸ λέγω καὶ ἐγὼ σχετικὰ μὲ τὰ βιβλία τοῦ Ἀρχιμήδους. Νὰ τὰ παιδιὰ αὐτά, τὰ βιβλία δηλαδή, οἱ Παῦλοι, ὑπάρχουν, τὸ γράψιμο δὲ τοῦ Ἀρχιμήδους, ἡ μητέρα των δηλαδὴ ἡ Θέκλα ὑπάρχει, ἐκεῖνοι δὲ ποὺ λέγουν ὅτι ὑπάρχει μονάχα ἕνα βιβλίο, αὐτοὶ δῆθεν εἶμαι ἐγώ. Ἀλλὰ ἐγὼ ποιός εἶμαι; Καὶ τίνος εἶναι αὐτὰ τὰ βιβλία ποὺ διάβασα, ἢ μήπως τὰ εἶδα στὸν ὕπνο μου; Ἦσαν δὲ γραμμένα εἰς τὴν δωρικὴν διάλεκτον, καὶ ἐφαίνοντο καθαρὰ ὅτι ἦσαν τοῦ Ἀρχιμήδους». (σημ. Τὸ μόνον λεξικόν, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν λέξιν ἐπισίδια εἶναι τὸ πολύτομον λεξικὸν τῆς ἑλληνικῆς γλώσσης τοῦ Ἑρρίκου Στεφάνου, ὅπου γράφεται ὅτι ἡ λέξις μνημονεύεται ὑπὸ τοῦ Τζέτζη, καὶ ἡ ὀρθὴ γραφὴ εἶναι ἐπιστασίδια, χωρὶς ὅμως νὰ λέγεται καὶ τί σημαίνει ἐπιστασίδια. Ἐκ τῆς λεπτομεροῦς ἐρεύνης τὴν ὁποίαν ἐκάμαμεν τῶν τίτλων καὶ τοῦ περιεχομένου τῶν ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους, τῶν ἀραβικῶν πληροφοριῶν διὰ τὰ ἀπολεσθέντα ἔργα, θεωροῦμεν πιθανὸν ὅτι πρόκειται περὶ βιβλίων Στατικῆς).

9. Ὁ Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος (ἀκμὴ περὶ τὸ 280 π.Χ.) ἔκαμε μαθηματικοὺς ὑπολογισμοὺς διὰ νὰ εὕρῃ τὰς ἀποστάσεις Σελήνης καὶ Ἡλίου ἀπὸ τῆς Γῆς, οἱ ὁποῖοι σώζονται χωρὶς βέβαια νὰ παρουσιάζουν τὴν ἀκρίβειαν τῶν σημερινῶν μετρήσεων. Μετὰ τὸν Ἀρίσταρχον, ὁ Ἀρχιμήδης ἐφαρμόζων ἰδικήν του μέθοδον ἔκαμεν πολλὰς ἀστρονομικὰς μετρήσεις.

⁂

Κατὰ τὸν Λατῖνον συγγραφέα Μακρόβιον, ὁ Ἀρχιμήδης εἶχεν ὑπολογίσει τὰς ἀποστάσεις ἀπὸ τῆς Γῆς ὅλων τῶν πλανητῶν καὶ τοῦ κύκλου τῶν ζωδίων. Δὲν παρέχει ὅμως ὁ Μακρόβιος ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων τοῦ Ἀρχιμήδους. Περὶ αὐτῶν λαμβάνομεν γνῶσιν ἐκ τοῦ Ἕλληνος ἐκκλησιαστικοῦ συγγραφέως Ἱππολύτου (ἀρχαὶ 3ου αἰῶνος μ.Χ.), ὁ ὁποῖος ἐχρημάτισε πρεσβύτερος εἰς τὴν Ρώμην. Ὁ Ἱππόλυτος ἐκτὸς τοῦ ὅτι εἶναι καλὸς συγγραφεὺς ἐπὶ θρησκευτικῶν ζητημάτων, ἀνήκει καὶ εἰς τὴν χορείαν τῶν νεοπλατωνικῶν φιλοσόφων. Ἐνδιαφέρεται ἰδιαιτέρως διὰ τὴν κοσμογονίαν τοῦ Πλάτωνος τὴν περιεχομένην εἰς τὸν διάλογον «Τίμαιος».

*
**

Ὁ Πλάτων κατὰ τὸν Μακρόβιον θεωρεῖ τὴν ἑξῆς σειρὰν τῶν ἄστρων ἀπὸ τῆς Γῆς: Σελήνη, Ἥλιος, Ἀφροδίτη, Ἑρμῆς, Ἄρης, Ζεύς, Κρόνος, ἐνῷ ὁ Ἀρχιμήδης, κατὰ τὸν αὐτὸν συγγραφέα, θεωρεῖ τὴν ἑξῆς σειράν: Σελήνη, Ἑρμῆς, Ἀφροδίτη, Ἥλιος, Ἄρης, Ζεύς, Κρόνος. Ὁ Ἱππόλυτος διαφωνεῖ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδη, λέγων, ὅτι αἱ ὑπ᾽ αὐτοῦ εὑρεθεῖσαι ἀστρονομικαὶ ἀποστάσεις δὲν εἶναι σύμφωνοι πρὸς τὴν θεωρίαν τοῦ Πλάτωνος, ὅτι ὁ Θεὸς ἐδημιούργησε τὸν κόσμον ὡς μίαν ἁρμονίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ ἀποστάσεις τῶν ἄστρων δέον νὰ εὑρίσκωνται εἰς συμφωνίαν μὲ τοὺς νόμους τῆς μουσικῆς. (Ἱππολύτου, Κατὰ πασῶν αἱρέσεων ἔλεγχος. Ἑλλην. Πατρολογία. Migne τόμος 16ος, Ὠριγένους τόμος 6ος, μέρος 3, στήλη 3071 - 3075).

Ὁ Τζέτζης πληροφορεῖ ἡμᾶς ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης εἶχεν ἐπινοήσει τὸ δρομόμετρον. Πρόκειται περὶ θαυμασίας συσκευῆς, ἀποτελουμένης ἐξ ὀδοντωτῶν τροχῶν, τὴν ὁποίαν φέρουν καὶ σήμερον τὰ πλοῖα πρὸς ὑπολογισμὸν τῶν διανυομένων ἀποστάσεων. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται καὶ ἡ συσκευὴ τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ ἐπὶ τῆς ξηρᾶς κινούμενα ὀχήματα, αὐτοκίνητα κλπ. (τὸ ταξίμετρον, τὸ ὁποῖον πρὸς διάκρισιν τοῦ δρομομέτρου τῶν πλοίων ὀνομάζεται ὁδόμετρον). Ἡ ἀνακάλυψις αὐτὴ ἀπετέλεσεν ἐπανάστασιν εἰς τὸν τρόπον μετρήσεως τῶν ὑπὸ τῶν ὀχημάτων διανυομένων ἀποστάσεων. Πρὸ τοῦ Ἀρχιμήδους ὅλοι οἱ πολιτισμένοι λαοὶ διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς ὑπό τινος ὀχήματος ἐπὶ τῆς ξηρᾶς διανυομένης ἀποστάσεως, ἄφιναν νὰ περιτυλίσσεται κατὰ τὴν διαδρομὴν περὶ τὸν ἄξονα τῶν τροχῶν λεπτὸ σχοινὶ ὡρισμένου μήκους. Τὴν κατασκευὴν ὡρολογίων λειτουργούντων διὰ κυκλοφοροῦντος ὕδατος (δὲν πρόκειται περὶ τῆς κλεψύδρας) ἀποδίδει ὁ Πάππος εἰς τὸν Ἥρωνα, τονίζων ὅμως ὅτι ἡ θεωρία τῆς κατασκευῆς αὐτῆς ὀφείλεται εἰς τὸν Ἀρχιμήδη.

*
**

Οἱ Λατῖνοι συγγραφεῖς Caesius Bassus, Ausonius καὶ Victorinus Marius ἀναφέρουν μίαν μηχανικὴν συσκευὴν - παίγνιον τοῦ Ἀρχιμήδους, ἡ ὁποία ὠνομάζετο Στομάχιον. Διὰ συναρμολογήσεως μικρῶν τεμαχίων διαφόρων σχημάτων, ἐκ μετάλλου ἢ ἐλεφαντοστοῦ, συνετίθεντο διάφοροι μορφαὶ ζώων, αἱ ὁποῖαι προεκάλουν μεγάλην ἐντύπωσιν. Εἰς τὸν Ἀρχιμήδη ἀποδίδεται ἀκόμη ἡ ἐπινόησις τοῦ ἀραιομέτρου - πυκνομέτρου πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν. Εἰς τὰς σχετικὰς ὅμως σωζομένας εἰδήσεις δὲν μνημονεύεται ρητῶς τὸ ὄνομα τοῦ Ἀρχιμήδους. Εἰς τὴν συσκευὴν αὐτὴν ἀναφέρονται ὁ Λατῖνος συγγραφεὺς Rhémnius Fan. Palaemon (1ος αἰὼν μ.Χ.) εἰς τὴν πραγματείαν του De ponderibus et mensuris (περὶ σταθμῶν καὶ μέτρων) καὶ ὁ Ἐπίσκοπος Κυρήνης Συνέσιος εἰς ἐπιστολὴν πρὸς τὴν καθηγήτριάν του εἰς τὴν Φιλοσοφίαν καὶ τὰ Μαθηματικά, Ὑπατίαν, περὶ τὸ 410 μ.Χ. Εἰς τὴν ἐπιστολὴν αὐτὴν ὁ Συνέσιος περιγράφει λεπτομερῶς τὸ ἀραιόμετρον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἀκριβῶς τὸ χρησιμοποιούμενον καὶ σήμερον.

Ὁ Ἀρχιμήδης εἶχε γράψει πολλὰ ἔργα, ἐκ τῶν ὁποίων διεσώθη μέχρις ἡμῶν περίπου τὸ ἥμισυ. Τὰ συγγράμματα τοῦ Ἀρχιμήδους ἀπετέλουν πρωτοτύπους ἐπιστημονικὰς ἐργασίας, αἱ ὁποῖαι διήνοιγον νέους δρόμους εἰς τὴν ἔρευναν τῶν Μαθηματικῶν, τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Μηχανικῆς. Δικαίως δὲ θεωρεῖται ὁ μεγαλύτερος μαθηματικός, φυσικὸς καὶ μηχανικός, τὸν ὁποῖον ἐγέννησεν ἡ ἀνθρωπότης. Τὰ διασωθέντα συγγράμματα εἶναι τὰ ἑξῆς: 1) Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου, βιβλία δύο, 2) Κύκλου μέτρησις, 3) Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων, 4) Περὶ ἑλίκων, 5) Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων, βιβλία δύο, 6) Ψαμμίτης, 7) Τετραγωνισμὸς παραβολῆς, 8) Ὀχουμένων (Ὑδροστατικὴ - Ὑδροδυναμικὴ) βιβλία δύο, 9) Στομάχιον, 10) Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένη ἔφοδος, 11) Λήμματα, 12) Πρόβλημα βοεικόν, 13) Ἐγγραφὴ κανονικοῦ ἑπταγώνου εἰς κύκλον, 14) Περὶ ἐπαφῶν κύκλων, 15) Στοιχεῖα τῆς Γεωμετρίας, 16) Ὑδραυλικὸν ὡρολόγιον. Τὰ 4 τελευταῖα συγγράμματα σώζονται εἰς τὴν ἀραβικήν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συγγραμμάτων τὸ δεύτερον βιβλίον περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου περιέχει μόνον ἐννέα προβλήματα καὶ θεωρεῖται ὅτι ἀρχικῶς περιεῖχε περισσότερα. Ἡ πραγματεία Κύκλου μέτρησις περιέχει μόνον τρία θεωρήματα. Πιστεύεται ὅτι ταῦτα εἶναι μικρὸν μέρος μεγαλυτέρας πραγματείας ἡ ὁποία ἐχάθη. Τὸ ἔργον Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων εἶναι μέρος μεγαλυτέρας πραγματείας, ἡ ὁποία ἔφερε τὸν τίτλον «Μηχανικά», ὡς συνάγεται ἐκ μαρτυριῶν αὐτοῦ τούτου τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἡ ὅλη ὅμως, πραγματεία ὑπὸ τὸν τίτλον «Μηχανικὰ» δὲν ἐσώθη. Τῆς πραγματείας Ὀχουμένων σώζονται ἐλάχιστα μέρη εἰς τὴν ἑλληνικὴν καὶ ἐλάχιστα εἰς τὴν λατινικὴν γλῶσσαν.

Εἰς τὸ πρῶτον βιβλίον «Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου προτάσσεται ἐπιστολὴ πρὸς τὸν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ μαθηματικὸν Δοσίθεον εἰς τὸν ὁποῖον ἀνακοινοῦται ἐν περιλήψει τὸ περιεχόμενον τοῦ βιβλίου, τὰ θεωρήματα τοῦ ὁποίου, τονίζει ὁ Ἀρχιμήδης, δὲν εἶχον ἀπασχολήσει τοὺς πρὸ αὐτοὺς μεγάλους γεωμέτρας: Δὲν διστάζω νὰ παραβάλω τὴν ἀξίαν τῶν ἀποδείξεων τῶν θεωρημάτων μου πρὸς τὰς ἀποδείξεις ἄλλων γεωμετρῶν καὶ ἰδίως πρὸς τὰς ἀποδείξεις τοῦ Εὐδόξου περὶ τῶν στερεῶν αἱ ὁποῖαι θεωροῦνται ὅτι ὑπερέχουν πολὺ τῶν ἄλλων ἀποδείξεων (διόπερ οὐκ ἂν ὀκνήσαιμι ἀντιπαραβαλεῖν αὐτὰ πρός τε τὰ τοῖς ἄλλοις γεωμέτραις τεθεωρημένα καὶ πρὸς τὰ δόξαντα πολὺ ὑπερέχειν τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ θεωρηθέντων).

Ἀκολουθοῦν 6 «ἀξιώματα», τὰ ὁποῖα ὅμως δὲν εἶναι ἀξιώματα, ἀλλὰ ὁρισμοί, διότι δι᾽ αὐτῶν ὁρίζεται τί εἶναι κοῖλαι καὶ κυρταὶ γραμμαὶ καὶ ἐπιφάνειαι, τί εἶναι στερεὸς τομεὺς καὶ τί εἶναι στερεὸς ρόμβος. Εἶναι φανερὸν ὅτι οἱ κατὰ καιροὺς ἀντιγραφεῖς μετέβαλον τὴν λέξιν ὅροι, ἡ ὁποία σημαίνει ὁρισμοί, εἰς ἀξιώματα. Μετὰ τὰ ἀξιώματα παρατίθενται 5 λαμβανόμενα. Πρόκειται περὶ λημμάτων ἢ ἀξιωμάτων.

Τὸ πέμπτον λαμβανόμενον (δηλ. λῆμμα) εἶναι τὸ περίφημον ἀξίωμα τῆς συνεχείας τῶν συγχρόνων Ἀνωτέρων Μαθηματικῶν, τὸ ὁποῖον λέγει τὰ ἑξῆς: ἐὰν ἔχωμεν δύο ἀνίσους γραμμὰς ἢ ἀνίσους ἐπιφανείας ἢ ἄνισα στερεὰ καὶ τὸ μεγαλύτερον ἐξ αὐτῶν (ἢ γραμμὴ ἢ ἐπιφάνεια ἢ στερεὸν) διαφέρει τοῦ μικροτέρου κατὰ ποσότητα ὁσονδήποτε μικράν, ἐὰν ἡ μικρὰ αὐτὴ ποσότης ἐπαναληφθῇ πολλὰς φορὰς θὰ φθάσῃ στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ γίνῃ μεγαλυτέρα καὶ τοῦ ἀρχικῶς ληφθέντος μεγαλυτέρου μεγέθους. Εἰς ὅλα τὰ σύγχρονα βιβλία Ἀνωτέρων Μαθηματικῶν τὸ ἀξίωμα αὐτὸ ὀνομάζεται ἀξίωμα τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὁ Εὐκλείδης ὅμως περιέχει τὸ ἀξίωμα αὐτὸ μὲ ἄλλας λέξεις ὡς τέταρτον ὁρισμὸν τοῦ πέμπτου βιβλίου τῶν Στοιχείων ὡς ἑξῆς: Δύο μεγέθη λέγεται ὅτι ἔχουν λόγον μεταξύ των ὅταν πολλαπλασιαζόμενα ὑπερέχουν ἀλλήλων (σημ. νοεῖ ὅτι ἡ διαφορά των πολλαπλασιαζομένη). Κατ᾽ ἀνώνυμον σχολιαστὴν τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ὁλόκληρον τὸ πέμπτον βιβλίον τῶν Στοιχείων εἶναι δημιουργία τοῦ Εὐδόξου καὶ κατὰ συνέπειαν τὸ ἀξίωμα τῆς συνεχείας ἀνήκει εἰς τὸν Εὔδοξον. Καίτοι ὅμως ἡ πρώτη μαθηματικὴ διατύπωσις τοῦ ἀξιώματος τῆς συνεχείας ἀποδίδεται εἰς τὸν Εὔδοξον, ἡ πρώτη σύλληψις τῆς ἰδέας τοῦ ἀξιώματος αὐτοῦ ὀφείλεται εἰς τὸν Ἀναξαγόραν, ὁ ὁποῖος εἶπεν ὅτι: τοῦ μεγάλου μεγέθους ὑπάρχει μεγαλύτερον καὶ τοῦ μικροῦ ὑπάρχει μικρότερον. Ἡ φράσις αὐτη τοῦ Ἀναξαγόρου ταυτίζεται πρὸς τὸ περιεχόμενον τοῦ ἀξιώματος τῆς συνεχείας.

Τὸ πρῶτον βιβλίον «Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου» περιέχει 44 θεωρήματα. Εἰς τὸ 33ον ἐκ τούτων ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τεσσάρων μεγίστων κύκλων τῆς σφαίρας. Λέγεται δὲ μέγιστος κύκλος σφαίρας ἡ κυκλικὴ ἐπιφάνεια ἑνὸς ἡμισφαιρίου αὐτῆς. Εἰς τὸ 34ον θεώρημα ἀποδεικνύεται ὅτι ὁ ὄγκος μιᾶς σφαίρας ἰσοῦται μὲ τὸ τετραπλάσιον ἑνὸς κώνου, ὁ ὁποῖος βάσιν μὲν ἔχει ἕνα μέγιστον κύκλον τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἀκτῖνα τῆς σφαίρας. Διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ἱστορίαν τῶν Μαθηματικῶν καὶ τῆς ἀνθρωπότητος εὑρέθη μὲ τί ἰσοῦται ἡ ἐπιφάνεια μιᾶς σφαίρας καὶ μὲ τί ὁ ὄγκος αὐτῆς. Ἐχρειάσθησαν δὲ διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῶν προτάσεων αὐτῶν νὰ προηγηθῇ ἡ ἀπόδειξις 32 θεωρημάτων. Ὡς πόρισμα τῶν προηγουμένων θεωρημάτων λέγει ὁ Ἀρχιμήδης προκύπτει ὅτι πᾶς κύλινδρος ἔχων βάσιν μὲν ἕνα μέγιστον κύκλον τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας ἰσοῦται μὲ τὰ 3) 2 τῆς σφαίρας. Ὁ Ἀρχιμήδης ἐθεώρησε τόσον σπουδαῖον τὸ πόρισμα αὐτὸ τῶν ἐρευνῶν του, ὥστε καθώρισε διὰ τῆς διαθήκης του, νὰ τεθῇ ἐπὶ τοῦ τάφου του εἰκὼν παριστῶσα σφαῖραν ἐντὸς κυλίνδρου. Ἐκ τῆς παραστάσεως αὐτῆς ὁ Κικέρων ὁδηγούμενος ἀνεκάλυψε κατὰ τὸ 75 π.Χ. τὸν τάφον τοῦ μεγάλου Ἕλληνος σοφοῦ, τοῦ μεγίστου τῶν σοφῶν ἐπιστημόνων τῆς ἀνθρωπότητος.

10. Εἰς τὸ β΄ βιβλίον τῆς πραγματείας Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου προτάσσεται ἐπιστολὴ τοῦ Ἀρχιμήδους πρὸς τὸν ἐν Ἀλεξανδρείᾳ μαθηματικὸν Δοσίθεον πρὸς τὸν ὁποῖον ἀποστέλλεται ἡ συγγραφὴ καὶ ἀκολουθοῦν 9 προβλήματα, τῶν ὁποίων ἡ λύσις στηρίζεται κυρίως εἰς τὰ θεωρήματα τοῦ α΄ βιβλίου. Ὁ Εὐτόκιος σχολιάζων τὸ πρῶτον πρόβλημα παραθέτει καὶ 12 λύσεις τοῦ δηλίου προβλήματος. Εἰς τὰ σχόλια τοῦ δ΄ προβλήματος προσθέτει ὁ Εὐτόκιος ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ὑπόσχεται κατὰ τὴν λύσιν ὅτι θὰ δώσῃ τὴν ἀναγκαίαν καὶ ἱκανὴν συνθήκην λύσεως τοῦ προβλήματος, τὴν ὁποίαν ὅμως ὁ Εὐτόκιος εἰς οὐδὲν χειρόγραφον ἀνεῦρε. Ἕνεκα τούτου παραθέτει δύο λύσεις συναφεῖς, μίαν τοῦ Διονυσοδώρου καὶ μίαν τοῦ Διοκλέους.

Εἰς τὴν πραγματείαν Κύκλου μέτρησις περιέχονται διασωθέντα μόνον τρία θεωρήματα. Εἰς τὸ πρῶτον ἐκ τούτων ἀποδεικνύεται ὅτι πᾶς κύκλος ἰσοῦται μὲ ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ μία κάθετος ἰσοῦται μὲ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου καὶ ἡ ἄλλη κάθετος ἰσοῦται μὲ τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ. Εἰς τὸ δεύτερον θεώρημα ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἔχοντος πλευρὰν ἴσην πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου ἔχει λόγον ἴσον πρὸς 11 : 14. Εἰς τὸ τρίτον θεώρημα ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ σχέσις τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον ἑνὸς κύκλου εἶναι μικροτέρα μὲν τοῦ 3 καὶ 1) 7, μεγαλυτέρα δὲ τοῦ 3 καὶ 10) 71. Τοῦτο σημαίνει ἐν συντομίᾳ ὅτι ἡ περιφέρεια ἑνὸς κύκλου ἰσοῦται μὲ 3,14... τῆς διαμέτρου αὐτοῦ.

Διὰ νὰ κατανοηθῇ ἡ ἀξία τοῦ θεωρήματος αὐτοῦ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀναφέρομεν ὅτι μέχρι τῆς ἐποχῆς του ὅλοι οἱ πολιτισμένοι λαοὶ ἐλάμβανον τὴν σχέσιν τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον ἑνὸς κύκλου ἴσην μὲ 3 ἢ 3,16. Τὴν σχέσιν αὐτὴν τὴν εἶχον δεχθῇ ὡς ἀποτέλεσμα φαίνεται, ἐπανειλημμένων μετρήσεων. Διὰ λεπτῆς κλωστῆς ὑποτίθεται ὅτι ἐλάμβανον τὸ μῆκος τῆς διαμέτρου ἑνὸς κύκλου καὶ κατόπιν ἐδοκίμαζον νὰ ἴδουν πόσας φορὰς τὸ μῆκος αὐτὸ εἰσήρχετο εἰς τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου. Τόσον καταπληκτικὴ εἰς σύλληψιν καὶ μεγαλοφυΐαν εἶναι ἡ ἀπόδειξις τοῦ θεωρήματος αὐτοῦ τοῦ Ἀρχιμήδους, ὥστε πολλοὶ μεγάλοι μαθηματικοὶ ἐκ τῶν νεωτέρων νὰ λέγουν ὅτι «ἐὰν ὅλα τὰ μαθηματικὰ συγγράμματα τοῦ Ἀρχιμήδους εἶχον χαθῆ καὶ ἐσώζετο μόνον τὸ θεώρημα αὐτό, ὁ Ἀρχιμήδης θὰ ἦτο πάλιν ὁ μεγαλύτερος μαθηματικὸς τῆς ἀνθρωπότητος». Θεωρεῖται βέβαιον ὅτι ἡ πραγματεία τοῦ Ἀρχιμήδους Κύκλου μέτρησις θὰ περιεῖχε καὶ πολλὰ ἄλλα σπουδαῖα θεωρήματα, τὰ ὁποῖα ἐχάθησαν. Ἡ ἀγριότης τῶν διαφόρων ἐπιδρομέων ἐπέφερε πολλὰς καταστροφὰς εἰς τὸν ἑλληνικὸν χῶρον. Τὸ ἑλληνικὸν πνεῦμα καὶ ὁ Χριστιανισμὸς ἐχρειάσθησαν περισσότερα τῶν 1.000 ἐτῶν διὰ νὰ τοὺς ἐξημερώσουν. Ὑπῆρξαν ὅμως καὶ ἀρκετοί, ἰδίως ἐκ τῶν Σταυροφόρων, οἱ ὁποῖοι κατενόησαν τὴν ἀξίαν τῶν ἑλληνικῶν ἐπιστημονικῶν ἐπιτευγμάτων καὶ διέσωσαν μὲ στοργὴν μερικὰ χειρόγραφα, τὰ ὁποῖα μετέφερον εἰς τὰς πατρίδας των. Τοιοῦτον χειρόγραφον εἶναι τὸ περιέχον τὸ βοεικὸν πρόβλημα τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ εὑρεθὲν εἰς τὴν παρὰ τὸ Ἀννόβερον γερμανικὴν κωμόπολιν Wolfenbüttel ὑπὸ τοῦ Γερμανοῦ ποιητοῦ Λέσσινγκ (G. E. Lessing) καὶ δημοσιευθὲν κατὰ τὸ ἔτος 1773.

Εἰς τὴν πραγματείαν Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων περιέχονται 32 θεωρήματα. Κωνοειδῆ ὀνομάζει τὰ ἐκ περιστροφῆς παραβολοειδῆ καὶ ὑπερβολοειδῆ, ἐνῷ σφαιροειδῆ ὀνομάζει τὰ ἐκ περιστροφῆς ἐλλειψοειδῆ. Εἰς τὴν ἐν λόγῳ πραγματείαν ἐξετάζονται σχέσεις ὄγκου τῶν στερεῶν τούτων καὶ ἄλλαι τινες ἰδιότητες αὐτῶν. Ἡ γλῶσσα εἰς τὴν ὁποίαν σώζεται ἡ πραγματεία αὕτη εἶναι ἡ σικελικὴ δωρικὴ διάλεκτος, εἰς τὴν ὁποίαν ἔγραφεν ὁ Ἀρχιμήδης.

Ἡ πραγματεία Περὶ ἑλίκων περιλαμβάνει 28 θεωρήματα. Εἰς τὸ 18ον ἐκ τῶν θεωρημάτων τούτων ἐπιτυγχάνεται διὰ τῆς ἕλικος (ὄχι διὰ κανόνος καὶ διαβήτου) ὁ τετραγωνισμὸς τοῦ κύκλου.

Ες τὴν πραγματείαν Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν βιβλίον α′ περιλαμβάνονται 15 θεωρήματα. Εἰς τὰ 6ον καὶ 7ον θεωρήματα ἀποδεικνύεται ὁ περίφημος νόμος τῶν μοχλῶν, ὅτι δηλ. τὰ ἐξαρτώμενα εἰς τὰ ἄκρα τοῦ μοχλοῦ βάρη εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν μοχλοβραχιόνων. Ἐπὶ τοῦ νόμου αὐτοῦ ὁ Αὐστριακὸς Ἱστορικὸς τῆς Φυσικῆς Ἐρνέστος Μὰχ (Ernst Mach) ἐδημοσίευσε παρατηρήσεις τινας ἰδικάς του, ὡς δῆθεν λεχθείσας ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους, καὶ ἀπαντᾷ ὅτι αὗται δὲν εἶναι ὀρθαί, δηλαδὴ συνέλαβε τὸν Ἀρχιμήδη σφαλλόμενον. Ἐπηκολούθησαν, ὡς ἦτο ἑπόμενον, σωρεῖαι ἀπαντήσεων, διὰ τῶν ὁποίων ὁ Μὰχ ἐλέγχεται ὡς ἀπατηθεὶς ὑπὸ τῶν ἰδίων του σκέψεων. Εὑρέθημεν εἰς ἀδυναμίαν προσπαθοῦντες νὰ ἀνεύρωμεν τὰ ἐλατήρια τῶν σκέψεων τοῦ Μάχ. Κατὰ τύχην ὅμως ἐδιαβάσαμε τὸ βιβλίον τοῦ συμπολίτου τοῦ Mach τοῦ Erwin Schrödinger τοῦ ἱδρυτοῦ τῆς Κυματομηχανῆς ὑπὸ τὸν τίτλον Ἡ φύσις καὶ οἱ Ἕλληνες (Die Natur und die Griechen, P. Zsolnay, Wien, 1955 σελ. 39 - 40). Ὁ Schrödinger (βραβεῖον Νόμπελ τῆς Φυσικῆς 1933) εἰρωνεύεται τὸν Μὰχ ὡς ἁπλοῦν ἱστορικὸν τῆς Φυσικῆς, (καὶ ὄχι ὡς φυσικόν), διότι οὗτος ὡμίλησεν εἰς ἓν ἄρθρον του «Περὶ τῶν πτωχικῶν καὶ γλίσχρων καταλοίπων τῆς ἀρχαίας ἐπιστήμης» (E. Mach, Populäre Vorlesungen, 3 Auf. J. Barth, Leipzig 1903, Aufsatz Nr. XVII). Σημειώνει ἀκόμη ὁ Schrödinger ὅτι ὁ Ernst Mach εἰς τὸ ἄρθρον του αὐτὸ προσθέτει τὰ ἑξῆς: «Διότι ἤδη ὁ πολιτισμός μας κατέστη αὐτοτελής. Ὑπερέβαλε πολὺ τὸν ἀρχαῖον πολιτισμὸν καὶ διήνοιξε νέους δρόμους. Τὸ κέντρον βάρους του εὑρίσκεται εἰς τὴν Φυσικομαθηματικὴν Διαφώτισιν. Πᾶν ἴχνος τὸ ὁποῖον τυχὸν συναντῶμεν ἀρχαίων ἀντιλήψεων εἰς τὴν Φιλοσοφίαν, εἰς τὸ Δίκαιον, εἰς τὴν Τέχνην καὶ εἰς τὴν Ἐπιστήμην, ἐπιδρᾷ ἀνασταλτικῶς παρὰ προαγωγικῶς καὶ δὲν δύναται νὰ διατηρηθῇ ἐπὶ μακρόν. Ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ἐνδείκνυται νὰ κάμωμεν εἶναι νὰ μὴ ἀσχολούμεθα μὲ τοὺς ἀρχαίους καὶ ἁπλούστατα νὰ τοὺς ἀγνοοῦμεν». Εὐτυχῶς ἀγνοοῦμεν τὸν Μὰχ προσθέτει ὁ Schrödinger καὶ ὄχι τοὺς ἀρχαίους Ἕλληνας.

Εἰς τὸ 14ον θεώρημα ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ κέντρον βάρους παντὸς τριγώνου εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον τομῆς τῶν διαμέσων αὐτοῦ, ἐνῷ εἰς τὸ τελευταῖον 15ον θεώρημα ἀποδεικνύεται ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους τραπεζίου καὶ ἡ θέσις τούτου ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο παραλλήλους πλευρὰς τοῦ τραπεζίου.

Εἰς τὸ β΄ βιβλίον τῆς αὐτῆς πραγματείας, τὸ ὁποῖον περιέχει 10 θεωρήματα, σπουδάζεται ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους διαφόρων παραβολοειδῶν ἐκ περιστροφῆς τμημάτων. Θεωρεῖται πιθανώτατον ὅτι θὰ ὑπῆρχον ἐδῶ καὶ θεωρήματα, ὅπου θὰ ἀπεδεικνύετο ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους ὑπερβολοειδῶν καὶ ἐλλειψοειδῶν τμημάτων, ἅτινα δὲν ἐσώθησαν.

Ἡ ὑπὸ τὸν τίτλον Ψαμμίτης πραγματεία εἶναι ἡ μοναδικὴ σωζομένη πραγματεία τοῦ μεγάλου σοφοῦ ἀριθμητικοῦ, ἀλγεβρικοῦ καὶ ἀστρονομικοῦ περιεχομένου. Εἰς αὐτὴν διατυποῦται ἀριθμητικὸν - ἀλγεβρικὸν σύστημα εὑρέσεως μεγάλων ἀριθμῶν καὶ ἀκολούθως δι' ἁπλῆς συσκευῆς ἀποτελουμένης ἐκ κυλινδρικῶν ξυλίνων στελεχῶν ὑπολογίζεται ἡ ἀκτὶς τοῦ σύμπαντος, τὸ ὁποῖον ὁ Ἀρχιμήδης θεωρεῖ πεπερασμένον, ὡς τοῦτο ἔπραττον καί τινες προσωκρατικοὶ φιλόσοφοι (Diels, Fr. d. Vorsocr. I 21 (11) 36 — I 22 (12) σελ. 141 καὶ σελ. 219, 34 — 238, 13 — II σελ. 53, 31 — καὶ Δοξογράφοι Diels, σελ. 328, 15 — 338, 18 — 621, 5). Ἀκολούθως ὑπολογίζεται τὸ πλῆθος τῶν κόκκων τῆς ἄμμου (ἢ ψάμμου, ἐξ οὗ Ψαμμίτης), τοὺς ὁποίους χωρεῖ τὸ πεπερασμένον σφαιρικὸν σύμπαν, ὅταν ἕκαστος κόκκος ἔχῃ μέγεθος ἑνὸς κόκκου μήκωνος (παπαρούνας) καὶ εὑρίσκεται τοῦτο ἴσον πρὸς 10^{63}.

Εἰς τὴν πραγματείαν Τετραγωνισμὸς παραβολῆς, εὑρίσκεται εἰς 24 θεωρήματα τὸ ἐμβαδὸν ἐπιπέδου παραβολικοῦ τμήματος, χρησιμοποιουμένου Ὁλοκληρωτικοῦ Λογισμοῦ, ἴσον πρὸς τὰ 4) 3 τοῦ εἰς τὸ τμῆμα ἐγγεγραμμένου τριγώνου, τοῦ ἔχοντος βάσιν καὶ ὕψος ἴσα πρὸς τὰ τοῦ τμήματος. Εἰς τὰ πρῶτα 17 θεωρήματα ἡ ἀπόδειξις γίνεται διὰ θεωρημάτων τῆς μηχανικῆς, ἀκολούθως δὲ διὰ θεωρημάτων τῆς γεωμετρίας.

Εἰς τὸ τέλος τῆς πραγματείας ταύτης, τῆς περιεχομένης εἰς τὸν Φλωρεντιανὸν κώδικα, παρατίθεται τὸ ἑξῆς δίστιχον:

Εὐτυχίοις Λέον Γεωμέτρα
πολλοὺς ἐς λυκάβαντας ἴοις πολὺ φίλτατε μούσαις.

("Ας εἶσαι εὐτυχισμένος Λέον γεωμέτρα
"Ας γίνῃς πολύχρονος πολυαγαπημένε εἰς τὰς μούσας).

Πρόκειται πιθανῶς περὶ τοῦ Πρυτάνεως τοῦ Πανεπιστημίου Κωνσταντινουπόλεως Λέοντος, ὅστις κατὰ τὰς ἀρχὰς τοῦ 9ου αἰ. συνέλεξε καὶ ἐξέδωκε τὰ περισσότερα ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους, τὰ ὁποῖα καὶ ἐσώθησαν μέχρις ἡμῶν καὶ ὁ ὁποῖος εἰσήγαγε τὰ γράμματα τοῦ ἀλφαβήτου εἰς τὴν ἄλγεβραν, τὰ ὁποῖα μετὰ πάροδον 750 ἐτῶν ἀνεκάλυψεν ἐκ δευτέρου καὶ ὁ Viète.

Ἡ πραγματεία ὑπὸ τὸν τίτλον Ὀχουμένων περιλαμβάνει θεωρήματα Ὑδροστατικῆς, εἰς δύο βιβλία, μεταξὺ τῶν ὁποίων τὸ περίφημον θεώρημα τῆς ἀνώσεως. Τοῦ πρώτου βιβλίου σώζονται μόνον 9 θεωρήματα. Τὸ μεγαλύτερον μέρος τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου θεωρήματος σώζεται εἰς τὴν λατινικήν.

Τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ὀχουμένων σώζονται 10 θεωρήματα, μερικὰ τῶν ὁποίων ἐσώθησαν εἰς τὴν λατινικήν. Εἰς τὰ θεωρήματα αὐτὰ γίνεται σπουδὴ τῆς θέσεως παραβολοειδῶν ἐκ περιστροφῆς τμημάτων εὑρισκομένων ἐντὸς ὑγροῦ τινος.

Τῆς πραγματείας ὑπὸ τὸν τίτλον Στομάχιον σώζονται ἀποσπάσματά τινα, ἐκ τῶν ὁποίων βλέπομεν ὅτι πρόκειται περὶ διαιρέσεως εὐθυγράμμου ἐπιπέδου ἐπιφανείας εἰς 14 τμήματα εὑρισκόμενα εἰς σχέσεις πρὸς τὴν δοθεῖσαν ἐπιφάνειαν. Φαίνεται ὅτι ἡ πραγματεία αὕτη ἀπετέλει τὴν θεωρίαν τοῦ παιγνίου Στομάχιον, κατὰ τὸ ὁποῖον ἐδίδοντο 14 τεμάχια διάφορα ἐξ ἐλεφαντοστοῦ καὶ διὰ καταλλήλου συναρμολογήσεως τούτων ἐσχηματίζετο ἄνθρωπος ἢ ζῶον ἢ πτηνὸν κλπ. Τὸ παίγνιον αὐτὸ εἶχε κάμει καταπληκτικὴν ἐντύπωσιν εἰς τοὺς Ρωμαίους συγγραφεῖς, τοὺς μνημονεύοντας ἐπιτεύγματα τοῦ Ἀρχιμήδους.

Ἡ πραγματεία ὑπὸ τὸν τίτλον Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένη Ἔφοδος (δηλ. μέθοδος) περιλαμβάνει 15 θεωρήματα, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναπτύσσεται ἡ μέθοδος ὁλοκληρώσεως τὴν ὁποίαν χρησιμοποιεῖ ὁ Ἀρχιμήδης. Μερικὰ θεωρήματα σώζονται ἐλλιπῆ. Ἡ πραγματεία ἀνεκαλύφθη κατὰ τὸ 1896 εἰς τὸ Μετόχιον τοῦ Παναγίου Τάφου ἐν Κωνσταντινουπόλει, εἰς τὸ ὁποῖον περιῆλθε ἔκ τινος Μονῆς τῆς Παλαιστίνης. Κατὰ τὰ μέσα τοῦ 14ου αἰ. μοναχός τις ἤθελε νὰ γράψῃ εὐχολόγιον καὶ ἐπειδὴ δὲν εἶχε πρόχειρον χάρτην ἐχρησιμοποίησε τὸν χάρτην τῆς ἀνωτέρω πραγματείας τοῦ Ἀρχιμήδους, ἀφοῦ ἀπέξεσε τὸ ἀρχιμήδειον κείμενον, εὐτυχῶς ὄχι τελείως.

Κατὰ τὸ 1906 - 1907 ὁ ἀνακαλύψας τὴν πραγματείαν Δανὸς καθηγητὴς I. L. Heiberg ἀπέξεσε καὶ αὐτὸς μὲ τὴν σειράν του τὸ κείμενον τοῦ εὐχολογίου καὶ οὕτω ἀπεκαλύφθη ἡ ἀρχιμήδειος πραγματεία ὄχι πλήρως ἀλλὰ μὲ μερικὰ ἐφθαρμένα μέρη.

Εἰς τὴν ἀραβικὴν σώζονται 15 θεωρήματα ἐπιπέδου γεωμετρίας ὑπὸ τὸν τίτλον Βιβλίον λημμάτων. Ἡ πραγματεία αὕτη ἔχει μεταφρασθῆ εἰς μερικὰς εὐρωπαϊκὰς γλώσσας. Ἐκ τούτων προέβημεν εἰς τὴν ἀνακατασκευὴν τοῦ ἀρχιμηδείου κειμένου, εἰς τὴν σικελικὴν δωρικὴν διάλεκτον, χρησιμοποιήσαντες, ὡς πρότυπον τὰς εἰς τὴν διάλεκτον ταύτην διασωθείσας πραγματείας τοῦ Ἀρχιμήδους. Τὸ ἀνακατασκευασθὲν κείμενον ἐδημοσιεύθη εἰς τὸ Δελτίον τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἑταιρείας, Νέα Σειρά, τόμος 611, Τεῦχος 2, Ἀθῆναι 1965, σελ. 265 - 297.

Τὸ βοεικὸν πρόβλημα εἶναι διατυπωμένον ὡς ποίημα εἰς 44 στίχους κατὰ τὸ πρότυπον τῶν στίχων τοῦ Ὁμήρου. Εἶναι φανερὸν ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης θὰ εἶχε διατυπώσει τοῦτο εἰς τὴν σικελικὴν δωρικὴν διάλεκτον, εἰς τὴν ὁποίαν εἶχε γράψει καὶ τὰ ἄλλα ἔργα του καὶ ὑποτίθεται ὅτι ἡ γλωσσικὴ μεταβολὴ θὰ ἔγινε κατὰ τοὺς βυζαντινοὺς χρόνους.

Εἰς τὸ πρόβλημα αὐτὸ ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν βοῶν (ταύρων καὶ ἀγελάδων) τῆς Σικελίας (Θρινακίας ἢ Τρινακρίας λεγομένης), οἱ ὁποῖοι, ὡς πρὸς τὸ χρῶμα, εἶναι τεσσάρων εἰδῶν: *λευκοί, κυανοῖ, ξανθοί, ποικίλοι*. Ὁ Ἀρχιμήδης φαίνεται ὅτι ἐνεπνεύσθη διὰ τὸ βοεικὸν πρόβλημα ἐκ τῆς Ὀδυσσείας τοῦ Ὁμήρου, ὅπου γίνεται λόγος περὶ τῆς (μυθικῆς) νήσου Θρινακίας καὶ τῶν ταύρων καὶ τῶν προβάτων αὐτῆς (Ὀδύσ. λ. 107 καὶ μ 127).

Ἡ διατύπωσις τοῦ προβλήματος περιλαμβάνει ἑπτὰ ἐξισώσεις μὲ ὀκτὼ ἀγνώστους, ἤτοι εἶναι πρόβλημα ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως. Κατὰ τὸ πρόβλημα οἱ λευκοὶ ταῦροι ἦσαν κατὰ τὸ πλῆθος ἴσοι πρὸς τὸ ἥμισυ καὶ τὸ τρίτον τῶν κυανῶν σὺν τὸ πλῆθος τῶν ξανθῶν· οἱ κυανοῖ ἦσαν ἴσοι πρὸς τὸ τέταρτον καὶ τὸ πέμπτον τῶν ποικίλου χρώματος σὺν τὸ πλῆθος τῶν ξανθῶν. Οἱ ποικίλου χρώματος ταῦροι ἦσαν ἴσοι πρὸς τὸ ἕκτον μέρος καὶ τὸ ἕβδομον τῶν λευκῶν σὺν τὸ πλῆθος τῶν ξανθῶν. Ὡς πρὸς τὰς ἀγελάδας ὑπῆρχον αἱ ἑξῆς σχέσεις: αἱ λευκαὶ ἦσαν ἴσαι πρὸς τὸ τρίτον καὶ τὸ τέταρτον τῶν κυανῶν (ταύρων + ἀγελάδων), αἱ κυαναῖ ἦσαν ἴσαι πρὸς τὸ τέταρτον καὶ τὸ πέμπτον τῶν ποικίλου χρώματος (ταύρων + ἀγελάδων), αἱ δὲ ἀγελάδες ποικίλου χρώματος ἦσαν ἴσαι πρὸς τὸ πέμπτον καὶ τὸ ἕκτον μέρος τῶν ξανθῶν (ταύρων + ἀγελάδων), αἱ δὲ ξανθαὶ ἦσαν ἴσαι πρὸς τὸ ἕκτον καὶ ἕβδομον τῶν λευκῶν (ταύρων + ἀγελάδων).

Ἐπὶ πλέον ὑπάρχουν καὶ δύο ἀκόμη συνθῆκαι πρὸς πλήρωσιν, αἱ ὁποῖαι καθιστοῦν τὸ πρόβλημα δυσκολώτατον. Αἱ συνθῆκαι αὗται εἶναι: **1)** ὁ ἀριθμὸς τῶν λευκῶν ταύρων σὺν τὸν ἀριθμὸν τῶν κυανῶν ταύρων πρέπει νὰ εἶναι ἀριθμὸς τετράγωνος. 2) Ὁ ἀριθμὸς τῶν ξανθῶν ταύρων σὺν τὸν ἀριθμὸν τῶν ποικίλου χρώματος ταύρων νὰ εἶναι ἀριθμὸς τρίγωνος. (Σημ. Ἐὰν θεωρήσωμεν τοὺς φυσικοὺς ἀριθμοὺς 1, 2, 3, 4, 5... τὰ μερικὰ ἀθροίσματα αὐτῶν λέγονται τρίγωνοι ἀριθμοί. Ταῦτα εἶναι 1, $1+2=3$, $1+2+3=6$, $1+2+3+4=10$ κλπ.). Ἐκ σωζομένου σχολίου εὑρίσκεται:

Λευκοὶ ταῦροι	829·318.560	Λευκαὶ ἀγελάδες	576.508.800
Κυανοῖ ταῦροι	596.841.120	Κυαναῖ ἀγελάδες	391.459.680
Ξανθοὶ ταῦροι	331.950.960	Ξανθαὶ ἀγελάδες	435.137.040
Ποικ. χρώμ. ταῦροι	588.644.880	Ποικ. χρώμ. ἀγελάδες	281.265.600

Διὰ τῶν τιμῶν αὐτῶν τοῦ σχολιαστοῦ δὲν πληροῦνται ὅμως αἱ δύο τελευταῖαι συνθῆκαι τοῦ προβλήματος. Πιθανὸν τὸ τελευταῖον μέρος τοῦ προβλήματος νὰ μὴ διεσώθη ἀκριβῶς.

Σώζονται ἀκόμη τέσσαρες πραγματεῖαι τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὴν ἀραβικήν. Ἡ μία ἀφορᾷ εἰς τὴν ἐγγραφὴν κανονικοῦ ἑπταγώνου εἰς κύκλον περιέχει 17 θεωρήματα καὶ εἶναι μετεφρασμένη εἰς τὴν γερμανικήν. Ἡ δευτέρα ἀφορᾷ εἰς τὴν κατασκευὴν ὑδραυλικοῦ ὡρολογίου καὶ εἶναι ἐπίσης μετεφρασμένη εἰς τὴν γερμανικήν. Αἱ ἄλλαι δύο εἶναι ἀνέκδοτοι, τῶν ὁποίων κατέχομεν φωτοτυπίας. Ἡ μία φέρει τὸν τίτλον Περὶ κύκλων ἐφαπτομένων ἀλλήλων καὶ ἡ ἄλλη Ἀρχαὶ τῆς γεωμετρίας, (στοιχεῖα ἐπιπεδομετρίας).

ΑΠΟΛΕΣΘΕΝΤΑ ΕΡΓΑ

Τὰ ἀπολεσθέντα ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι: 1) Περὶ τριγώνων, 2) Περὶ τετραγώνων, 3) Περὶ 13 ἡμικανονικῶν πολυέδρων, 4) Ἀριθμητικά, 5) Περὶ ζυγῶν, 6) Κεντροβαρικά, 7) Πλινθίδες καὶ κύλινδροι, 8) Κατοπτρικὰ (ὀπτική), 9) Ἰσοπεριμετρικά, 10) Στοιχεῖα τῶν μηχανικῶν, 11) Ἰσορροπίαι, 12) Περὶ σφαιροποιΐας (κατασκευὴ πλανηταρίου), 13) Στοιχεῖα ἐπὶ τῶν στηρίξεων (Στατική), 14) Περὶ παραλλήλων γραμμῶν, 15) Περὶ βαρύτητος καὶ ἐλαφρότητος (εἰς τὴν Ὑδροστατικήν), 16) Περὶ κοίλων παραβολικῶν καυστικῶν κατόπτρων, 17) Προοπτική, 18) Ἐπισίδια βιβλία, ἀγνώστου περιεχομένου, πιθανῶς Περὶ στατικῆς, 19) Βαρυουλκός, Ὑδροκοπίαι, Πνευματικὴ (Δυναμική, Ὑδροστατικὴ - Ὑδροδυναμική, Ἀεροστατικὴ - Ἀεροδυναμική), 20) Καῦσις διὰ τῶν κατόπτρων, 21) Περὶ Ἀρχιτεκτονικῆς, 22) Περὶ δρομομέτρων.

Κατὰ τὰς πληροφορίας τῶν Ἀράβων ὁ Ἀρχιμήδης εἶχε γράψει ἀκόμη 15 ἔργα, τὰ ὁποῖα οἱ Ἕλληνες τὰ ἔκαυσαν. Πιθανὸν ἡ πληροφορία αὐτη νὰ ἀναφέρεται εἰς τὴν πυρπόλησιν τῆς δευτέρας Βιβλιοθήκης τῆς Ἀλεξανδρείας, τοῦ Σαραπείου, γενομένην ὑπὸ τοῦ φανατικοῦ καὶ θρησκολήπτου ὄχλου κατὰ τὸ 416 μ.Χ., ὅτε ἐλιθοβολήθη ἡ φιλόσοφος καὶ μαθηματικὸς Ὑπατία.

Ἄραβες ἐπίσης συγγραφεῖς ἀναφέρουν τρία ἀκόμη ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους ὑπὸ τοὺς τίτλους: 1) Στοιχεῖα τῶν Μαθηματικῶν, 2) Περὶ τῆς διαμέτρου, 3) Συγγράμματα ἐν ἐπιτομῇ, τὰ ὁποῖα δὲν ἐσώθησαν.

Ε Ρ Α Τ Ο Σ Θ Ε Ν Η Σ

1. Ὁ Ἐρατοσθένης ἐγεννήθη εἰς τὴν Κυρήνην τῆς Βορείου Ἀφρικῆς, ἀποικίαν τῆς νήσου Θήρας, κατ' ἄλλους μὲν περὶ τὸ 275 κατ' ἄλλους δὲ περὶ τὸ 285 π.Χ. Ὁ πατήρ του ὠνομάζετο Ἀγλαός, κατ' ἄλλους δὲ Ἀμβρόσιος. Διὰ τὸ ἔτος τῆς γεννήσεως πιθανωτέρα φαίνεται ἡ δευτέρα πληροφορία, ἂν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν τὸ ὑπὸ τοῦ Πρόκλου μνημονευόμενον ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης (287 - 212 π.Χ.), καὶ ὁ Ἐρατοσθένης ἦσαν σύγχρονοι, ὁ δὲ Εὐκλείδης ἦτο «νεώτερος μὲν τῶν περὶ Πλάτωνα, πρεσβύτερος δὲ Ἐρατοσθένους καὶ Ἀρχιμήδους. Οὗτοι γὰρ σύγχρονοι ἀλλήλοις, ὥς που φησιν Ἐρατοσθένης». Τὰ ἐγκύκλια μαθήματα ὁ Ἐρατοσθένης ἔλαβεν εἰς τὴν Κυρήνην παρὰ τοῦ Λυσανίου καὶ πιθανῶς εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν παρὰ τοῦ Καλλιμάχου. Εἰς ἡλικίαν 20 ἐτῶν περίπου μετέβη εἰς τὰς Ἀθήνας, ὅπου παρηκολούθησε μαθήματα καὶ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος καὶ εἰς τὴν Στοάν. Ὡς καθηγηταί του τῆς μὲν Ἀκαδημίας ἀναφέρονται ὁ Ἀρίστων καὶ ὁ Ἀρκεσίλαος, τῆς δὲ Στοᾶς ὁ ἱδρυτὴς αὐτῆς Ζήνων ὁ Κιτιεύς.

Εἰς τὰς Ἀθήνας ἔμεινε περίπου 20 ἔτη διδάσκων καὶ συγγράφων. Φαίνεται δὲ ὅτι εἶχε καταστῆ κατὰ τὸ διάστημα αὐτὸ εἷς ἐκ τῶν κορυφαίων λογίων τῆς πόλεως. Ἕνεκα τῆς μεγάλης του φήμης ἐκλήθη ὑπὸ τοῦ βασιλέως τῆς Αἰγύπτου Πτολεμαίου τοῦ Γ' (τοῦ Εὐεργέτου) εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν, ὅπου ἀνέλαβε τὴν διαπαιδαγώγησιν τοῦ Διαδόχου, τοῦ κληθέντος κατόπιν Φιλοπάτορος, Πτολεμαίου τοῦ Δ', καὶ τὴν Διεύθυνσιν τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Ἀλεξανδρείας διαδεχθεὶς κατά τινα πιθανότητα τὸν Εὐκλείδην. Ἐπειδὴ ἦτο οἰκεῖος τῆς βασιλικῆς οἰκογενείας εἶχε προκαλέσει τὴν ἀντιπάθειαν μερικῶν συγγραφέων, ὅπως ὁ Πολέμων, τοῦ ὁποίου σώζεται ἀπόσπασμα ὑπὸ τὸν τίτλον «Περὶ τῆς Ἀθήνησιν Ἐρατοσθένους ἐπιδημίας». Ἀπέθανεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν εἰς ἡλικίαν 82 περίπου ἐτῶν. Ἡ πληροφορία τοῦ Σουΐδα ὅτι ηὐτοκτόνησεν, μὴ λαμβάνων τροφήν, διότι ἔχασε τὸ φῶς του, δὲν φαίνεται ἀκριβής, ὡς συνάγεται ἐκ τοῦ κατωτέρω ἐπιγράμματος τοῦ Διονυσίου τοῦ Κυζικηνοῦ:

Πρηΰτερον γῆράς σε καὶ οὐ κατὰ νοῦσος ἀμαυρὴ
ἔσβεσεν· εὐνήθης δ' ὕπνον ὀφειλόμενον
ἄκρα μεριμνήσας, Ἐρατόσθενες· οὐδὲ Κυρήνη

μαῖα σε πατρῴων ἔντὸς ἔδεκτο τάφων,
Ἀγλαοῦ υἱέ, φίλος δὲ καὶ ἐν ξείνῃ κεκάλυψαι
πὰρ τόδε Πρωτῆος κράσπεδον αἰγιαλοῦ.

(Ἀνθολογία Graeca VII 78). (Πρᾷον γῆρας σὲ ἔσβησε καὶ ὄχι ἐξαντλητικὴ ἀσθένεια· ἔπεσες δὲ εἰς τὸν ὀφειλόμενον ἐκ τῆς μοίρας ὕπνον, ἀσχοληθεὶς μὲ τὰ ὑψηλὰ πράγματα, Ἐρατοσθένη· οὐδὲ σὲ ἐδέχθη εἰς τοὺς πατρικοὺς τάφους ἡ Μητέρα Κυρήνη, γυιὲ τοῦ Ἀγλαοῦ, σὲ ἐκάλυψε δὲ μὲ στοργὴν ἡ ξένη χώρα, παρὰ τὸ κράσπεδον τῆς ἀκτῆς τοῦ Πρωτέως)».

Οἱ σύγχρονοι αὐτοῦ ἀνεγνώριζον τὴν συμβολήν του εἰς ὅλα σχεδὸν τὰ πεδία τοῦ ἐπιστητοῦ. Μερικοὶ ὅμως τὸν εἶχον ὀνομάσει Βῆτα καὶ πένταθλον (Geographi Graeci Minores, I 565). Πένταθλος εἶχεν ἤδη προγενεστέρως κληθῆ ὁ Δημόκριτος, ὡς ἀριστεύσας εἰς τὰ Φυσικά, τὰ Μαθηματικά, τὰ Ἠθικά, τοὺς Ἐγκυκλίους λόγους καὶ εἰς ὅλας τὰς Τέχνας. Κατ' ἄλλην πληροφορίαν, ὠνομάζετο Βῆτα ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι ἦτο «ὁ δεύτερος Πλάτων». Φαίνεται ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης εἶχε διαπρέψει εἰς τὰς θετικὰς ἐπιστήμας, ὡς συνάγεται ἐκ τῆς φιλίας πρὸ αὐτὸν τοῦ Ἀρχιμήδους, ὁ ὁποῖος τοῦ εἶχεν ἀφιερώσει δύο πραγματείας του. Ἡ μία φέρεται ὑπὸ τὸν τίτλον «Περὶ τῶν μηχανικῶν θεωρημάτων πρὸς Ἐρατοσθένη ἔφοδος» καὶ ἡ ἄλλη ὑπὸ τὸν τίτλον «Πρόβλημα, ὅπερ Ἀρχιμήδης ἐν ἐπιγράμμασιν εὑρὼν τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα πραγματευομένοις ζητεῖν ἀπέστειλεν ἐν τῇ πρὸς Ἐρατοσθένη τὸν Κυρηναῖον ἐπιστολῇ». (Πρόβλημα, τὸ ὁποῖον ὁ Ἀρχιμήδης εὑρὼν ἀπέστειλεν εἰς στίχους εἰς τοὺς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ ἀσχολουμένους μὲ αὐτά, διὰ τῆς πρὸς τὸν Ἐρατοσθένη τὸν Κυρηναῖον ἐπιστολῆς). Εἰς τὴν πρώτην ἐκ τῶν δύο τούτων πραγματειῶν, ὁ Ἀρχιμήδης γράφει τὰ ἑξῆς: «ὁρῶν δέ σε, καθάπερ λέγω, σπουδαῖον καὶ φιλοσοφίας προεστῶτα ἀξιολόγως καὶ τὴν ἐν τοῖς μαθήμασιν κατὰ τὸ ὑποπίπτον θεωρίαν τετιμηκότα...». (Βλέπων δὲ σέ, ὅπως εἶπα, σπουδαῖον καὶ προεξέχοντα ἀξιολόγως εἰς τὴν φιλοσοφίαν καὶ ἔχοντα τιμήσει ἀναλόγως τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην...). Οἱ ἐχθροὶ τοῦ Ἐρατοσθένους, οἱ ὁποῖοι φαίνεται ἦσαν πολλοί, διὰ νὰ τὸν ὑποτιμήσουν παρεδέχοντο μὲν ὅτι ἦτο σπουδαῖος ἐπιστήμων καὶ φιλόσοφος, ὄχι ὅμως εἰς τὴν πρώτην γραμμήν, ἀλλὰ εἰς τὴν Βῆτα, εἰς τὴν δευτέραν. Ἡ ἀφιέρωσις εἰς τὸν Ἐρατοσθένη δύο πραγματειῶν ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ ἡ γνώμη τούτου ὅτι ἦτο σπουδαῖος καὶ ἐξεῖχεν εἰς τὴν φιλοσοφίαν χαρακτηρίζει ἐπαρκῶς τὴν ἀξίαν τοῦ μεγάλου τούτου Ἕλληνος ἐπιστήμονος.

Ὁ Ἐρατοσθένης ἔγραψε πολλὰ συγγράμματα, ἐκ τῶν ὁποίων οὐδὲν ἐσώθη. Ὁ Σουΐδας ἀναφέρει: «ἔγραψε δὲ Φιλόσοφα καὶ Ποιήματα καὶ Ἱστορίας, Ἀστρονομίαν ἢ Καταστηριγμούς, Περὶ τῶν κατὰ φιλοσοφίαν αἱρέσεων, Περὶ ἀλυπίας, Διαλόγους πολλοὺς καὶ Γραμματικὰ συχνά, χωρὶς καμμίαν ἄλλην λεπτομέρειαν. Μερικῶν συγγραμμάτων σώζονται ἐλάχιστα ἀποσπάσματα, ἄλλων δὲ γίνεται διαμνημόνευσις ὑπὸ μεταγενεστέρων συγγραφέων. Μεταξὺ τούτων ἀναφέρεται τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Πλατωνικός. Ἐξ ὀλίγων ἐνδείξεων φαίνεται ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο ἦτο μαθηματικὸν μὲ φιλοσοφικὸν περιεχόμενον συμφώνως πρὸς τὰς γνώμας τοῦ Πλάτωνος. Εἰς τὸν Πλατωνικὸν ὑπῆρχεν, ὡς συνάγεται, καὶ ἡ διαμνημόνευσις τοῦ δηλίου προβλήματος, τοῦ ὁποίου λύσιν χειρουργικήν, διὰ μηχανικῆς δηλαδὴ συσκευῆς, εἶχεν ἐπιτύχει ὁ Ἐρατοσθένης διὰ τοῦ ὑπ' αὐτοῦ ἐπινοηθέντος ὀργάνου, ὅπερ ἐκαλεῖτο μεσόλαβον ἢ μεσογράφος, διότι ἦτο δυνατὸν δι' αὐτοῦ νὰ γραφοῦν δύο μέσαι ἀνάλογοι εὐθεῖαι δύο ἄλλων δοθεισῶν εὐθειῶν, διὰ τῶν ὁποίων λύεται τὸ δήλιον πρόβλημα. Ὁ σχολιαστὴς ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους, Εὐτόκιος (6ος αἰ.) ἀναφέρει 12 λύσεις τοῦ δηλίου προβλήματος, μεταξὺ τῶν ὁποίων καὶ τὴν τοῦ Ἐρατοσθένους προτάσσων αὐτῆς ἐπιστολὴν τούτου πρὸς τὸν βασιλέα Πτολεμαῖον τὸν Γ', ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἑξῆς:

«Ὁ Ἐρατοσθένης πρὸς τὸν βασιλέα Πτολεμαῖον εὐχόμενος ὑγείαν. (Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν).

Λέγουν ὅτι κάποιος ἐκ τῶν ἀρχαίων τραγῳδοποιῶν εἰσήγαγε τὸν Μίνω εἰς τὴν σκηνήν, ὁ ὁποῖος εἶχε διατάξει νὰ κατασκευασθῇ τάφος διὰ τὸν υἱόν του Γλαῦκον, καὶ ὅτι, ὅταν οὗτος ἐπληροφορήθη ὅτι οὗτος ἦτο κύβος ἀκμῆς ἑκατὸν ποδῶν (ἀττικὸς ποὺς = 0,326 - 0,328 μ., ὀλυμπιακὸς = 0,3206 μ.) εἶπε: Μικρὰν παρήγγειλες τὴν χωρητικότητα τοῦ βασιλικοῦ τάφου ἂς γίνῃ αὕτη διπλασία, ἀφοῦ διπλασιασθῇ κάθε πλευρά, χωρὶς ὅμως ὁ τάφος νὰ χάσῃ τὸ κομψόν του σχῆμα. (Μικρὸν γ' ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου)· διπλάσιος ἔστω, τοῦ καλοῦ δὲ μὴ σφαλεὶς δίπλαζ' ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου). Ἐφαίνετο δὲ ὅτι ἔσφαλλε. Διότι ὅταν διπλασιάζωνται αἱ πλευραί, ἡ μὲν παράπλευρος ἐπιφάνεια γίνεται τετραπλασία, ὁ δὲ ὄγκος ὀκταπλάσιος.

Ἐζητεῖτο δὲ καὶ ἀπὸ τοὺς γεωμέτρας νὰ εὕρουν μὲ ποῖον τρόπον διδόμενον στερεὸν θὰ ἐδιπλασιάζετο χωρὶς νὰ χάνῃ τὸ σχῆμα του καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα διπλασιασμὸς τοῦ κύβου διότι ὑποθέτοντες ὅτι τὸ σχῆμα τοῦ στερεοῦ ἦτο κύβος ἐζήτουν νὰ διπλασιάσουν τοῦτον. Ἐνῷ δὲ ὅλοι ἐπὶ πολὺν χρόνον εὑρίσκοντο εἰς ἀμηχανίαν διὰ τὴν λύσιν ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν ὅτι, ἐὰν εὑρεθοῦν, δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία εἶναι διπλασία τῆς ἄλλης, δύο μέσαι ἀνάλογοι εἰς συνεχῆ ἀναλογίαν, τότε ὁ κύβος διπλασιάζεται, ἀλλὰ μὲ τὴν ἐπινόησιν αὐτὴν ἡ πρώτη ἀμηχανία περιέπεσεν εἰς ἄλλην, ὄχι ὀλιγώτερον δύσκολον. Λέγεται δὲ ἀκόμη ὅτι μετὰ πάροδον χρόνου χρησμὸς ἐπέβαλεν εἰς τοὺς κατοίκους τῆς Δήλου νὰ διπλασιάσουν ἕνα τῶν βωμῶν των (ἔχοντα σχῆμα κύβου) καὶ ὅτι οὗτοι εὑρέθησαν εἰς τὴν αὐτὴν ἀμηχανίαν καὶ ἔστειλαν καὶ ἐζήτησαν ἀπὸ τοὺς γεωμέτρας τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος νὰ λύσουν τὸ πρόβλημα.

Ἐνῷ δὲ οὗτοι ἐπεδόθησαν φιλοπόνως εἰς τὴν εὕρεσιν τῆς λύσεως, λέγεται ὅτι εὗρον αὐτήν, ὁ μὲν Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων, ὁ δὲ Εὔδοξος διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν. Συνέβη δέ, ὥστε ὅλοι αὐτοὶ νὰ ἐπιτύχουν τὴν λύσιν θεωρητικῶς, χωρὶς νὰ κατορθώσουν νὰ εὕρουν τρόπον πρακτικῆς κατασκευῆς πρὸς λύσιν, πλὴν τοῦ Μεναίχμου, τοῦ ὁποίου ὅμως ἡ πρακτικὴ λύσις ἦτο δύσκολος. Ἐγώ, ὅμως, ἐπενόησα εὐκολόχρηστον συσκευὴν διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν ὄχι μόνον δύο μέσας ἀναλόγους, ἀλλ' ὅσας καὶ ἂν κανεὶς προστάξῃ. Τούτου δὲ εὑρισκομένου (τῶν δύο δηλ. μέσων ἀναλόγων) θὰ δυνάμεθα ἐν γένει τὸ δοθὲν στερεὸν τοῦ ὁποίου ἡ παράπλευρος ἐπιφάνεια ἀποτελεῖται ἀπὸ παραλληλεπίπεδον, νὰ τὸ μετατρέπωμεν εἰς κύβον ἢ ὅταν ἔχῃ ἄλλο σχῆμα νὰ τὸ μετατρέπωμεν εἰς διάφορον αὐτοῦ ἢ νὰ τὸ μεγεθύνωμεν διατηροῦντες τὴν ὁμοιότητα· θὰ εἶναι δὲ δυνατόν, λέγω, καὶ τὰ μέτρα τῶν ξηρῶν ἢ τῶν ὑγρῶν, ὅπως π.χ. τὸν μετρητὴν (χωρητικ. 36 λίτρων περίπου) ἢ τὸν μέδιμνον (χωρητ. 52,5 λ.) νὰ μετασχηματίζωμεν εἰς κύβον καὶ διὰ τῆς ἀκμῆς τούτου νὰ ὑπολογίζωμεν τὴν χωρητικότητα ἑκάστου τῶν δοχείων τούτων.

Θὰ εἶναι δὲ ἀκόμη χρήσιμος ἡ ἐπινόησίς μου εἰς ἐκείνους, οἱ ὁποῖοι θέλουν νὰ αὐξάνουν τὴν ἰσχὺν καταπαλτικῶν καὶ λιθοβόλων μηχανῶν· θὰ πρέπει δηλ. ν' αὐξάνουν ἀναλόγως καὶ τὰ πάχη καὶ τὰς διατρήσεις καὶ τοὺς δακτυλίους καὶ τοὺς προσαρμοζομένους ἱμάντας, ἐὰν ἐπιθυμοῦν ν' αὐξάνεται ἀναλόγως καὶ ἡ βολή, ταῦτα δὲ δὲν εἶναι δυνατὸν ἄνευ τῆς εὑρέσεως τῶν μέσων ἀναλόγων. Τὴν ἀπόδειξιν δὲ καὶ τὸν τρόπον τῆς κατασκευῆς σοῦ γράφω κατωτέρω».

Μετὰ τὴν περιγραφὴν τῆς συσκευῆς καὶ τῆς λύσεως τοῦ προβλήματος ὑπὸ τοῦ Ἐρατοσθένους παρατίθεται ἐπίγραμμα ἀφιερωμένον ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸν Πτολεμαῖον, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς ἑξῆς: Ἐάν, ὦ ἀγαθέ, θέλῃς νὰ ἐπιτύχῃς διπλάσιον κύβον ἀπὸ ἕνα μικρὸν ἢ θέλῃς νὰ μετασχηματίσῃς μὲ κομψὸν τρόπον κάθε ἄλλο στερεὸν σῶμα, τοῦτο εἶναι στὸ χέρι σου καὶ θὰ δυνηθῇς νὰ μετρήσῃς καὶ μιὰ μάνδρα ἢ ἕνα λάκκον ἢ εὐρὺ κύτος ἑνὸς κοίλου πηγαδιοῦ, ἐὰν εὕρῃς δύο μέσας ἀναλόγους, ἀφοῦ συμπεριλάβῃς ἐντὸς δύο κανόνων συνδρομεῖς, τῶν ὁποίων αἱ τομαὶ νὰ συγκλίνουν πρὸς τὰ ἄκρα τῶν τερμάτων των. Οὔτε νὰ ζητῇς νὰ ἐπιτύχῃς τοῦτο μὲ τὰ δυσμήχανα ἔργα τῶν κυλίνδρων τοῦ Ἀρχύτου, οὔτε νὰ θέλῃς νὰ τὸ εὕρῃς μὲ τὰς τρεῖς ἐκείνας κωνικὰς τομὰς τοῦ Μεναίχμου, οὔτε μὲ τὰς καμπύλας γραμμὰς τοῦ θεοειδοῦς Εὐδόξου. Διότι μὲ αὐτὴν ἐδῶ τὴν συσκευὴν δύνασαι ἀναχωρῶν ἀπὸ μικρὰν ἀρχὴν νὰ εὕρῃς μυριάδας μέσων ἀναλόγων πολὺ εὐκολώτερον. Εἶσαι εὐδαίμων πατὴρ Πτολεμαῖε, διότι ἀπολαύων μὲ τὸ παιδί σου τὰς νεανικὰς διασκεδάσεις, σὺ ὁ ἴδιος ἐχάρισες εἰς αὐτὸ ὅλα ὅσα εἶναι ἀγαπητὰ καὶ εἰς τὰς Μούσας καὶ εἰς τοὺς βασιλεῖς· ὅ,τι δὲ ἀφορᾷ εἰς τὸ μέλλον, οὐράνιε Ζεῦ, μακάρι τὸ παιδί σου νὰ δεχθῇ ἀπὸ τὸ χέρι σου καὶ τὰ σκῆπτρα. Καὶ αὐτὰ μὲν ἂς γίνουν ἔτσι, εἴθε δὲ ὅποιος βλέπει τὸ ἀνάθημα αὐτὸ νὰ λέγῃ, ὅτι ἡ συσκευὴ αὐτὴ εἶναι ἔργον τοῦ Ἐρατοσθένους τοῦ Κυρηναίου».

(Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλήσιον, ὦγαθέ, τεύχειν
φράζεαι ἢ στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
εὖ μεταμορφῶσαι, τόδε τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνδρην
ἢ σιρὸν ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
τῇ δ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων.
μηδὲ σύ γ' 'Αρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων
μηδὲ Μεναιχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
διζήσῃ. μηδ' εἴ τι θεουδέος Εὐδόξοιο
καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
τοῖς δε γὰρ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις
ῥεῖα κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος..
εὐαίων Πτολεμαῖε πατὴρ ὅτι παιδὶ συνηβῶν
πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα,
αὐτὸς ἐδωρήσω· τὸ δ' ἐς ὕστερον, οὐράνε Ζεῦ,
καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις ἄνθεμα λεύσσων
τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' 'Ερατοσθένεος).

(Εὐτοκίου σχόλια εἰς Ἀρχιμήδους Περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου 88, 4).

2. Ἡ ἱστορία τοῦ δηλίου προβλήματος εἶναι πολὺ παλαιά· ἀσχέτως πρὸς τὴν παράδοσιν ὅτι τοῦτο ἦτο γνωστὸν ἐπὶ τῆς βασιλείας τοῦ Μίνωος (1500 περίπου π.Χ.), συνάγεται ἐκ τῆς πρὸς τὸν Πτολεμαῖον ἐπιστολῆς τοῦ Ἐρατοσθένους ὅτι τοῦτο ἦτο γνωστὸν εἰς τὰς Ἀθήνας κατὰ τὰ μέσα τοῦ 5ου αἰῶνος π.Χ., ὅτε ὁ Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἀνήγαγε (περὶ τὸ 430 π.Χ.) τὸ πρόβλημα αὐτὸ εἰς τὴν εὕρεσιν δύο μέσων ἀναλόγων εὐθειῶν, ὅταν δοθοῦν δύο εὐθεῖαι ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία εἶναι διπλασία τῆς ἄλλης. Ὁ Πλούταρχος ἀναφέρει τὸ δήλιον πρόβλημα εἰς τέσσαρας διαφόρους πραγματείας του ὡς ἑξῆς:

1) Ὅταν ἐπεστρέφομεν ἐξ Αἰγύπτου (σημ. διηγεῖται ὁ Σιμμίας ὁ Θηβαῖος, συνταξιδεύων μετὰ τοῦ Πλάτωνος) συνήντησαν ἡμᾶς περὶ τὴν Καρίαν μερικοὶ Δήλιοι, οἱ ὁποῖοι ἐζήτησαν ἀπὸ τὸν Πλάτωνα, ὡς γνωρίζοντα γεωμετρίαν, νὰ λύσῃ ἕνα χρησμὸν δύσκολον τὸν ὁποῖον τοὺς ἔδωκεν ὁ Θεός. Ἦτο δὲ ὁ χρησμὸς ὅτι καὶ εἰς τοὺς Δηλίους καὶ εἰς τοὺς ἄλλους Ἕλληνας θὰ παύσουν τὰ παρόντα δεινά, ὅταν διπλασιάσουν τὸν εἰς τὴν Δῆλον εὑρισκόμενον βωμὸν (ναὸν τοῦ Ἀπόλλωνος, σχήματος κύβου). Μὴ δυνάμενοι δὲ νὰ ἀντιληφθοῦν τὴν ἔννοιαν τοῦ χρησμοῦ καὶ γινόμενοι γελοῖοι μὲ τὴν κατασκευὴν τοῦ βωμοῦ (διότι ἔκαμαν λάθος διπλασιάζοντες ἑκάστην τῶν τεσσάρων πλευρῶν, ἐπειδὴ ἐλάμβανον ὀκταπλάσιον ὄγκον, διότι δὲν ἐγνώριζον τὴν ἀνάλο-

γον αὔξησιν τοῦ στερεοῦ, ὅταν διπλασιάζεται ἡ πλευρά του) ἐπεκαλέσθησαν τὴν βοήθειαν τοῦ Πλάτωνος. Οὗτος δὲ ἐνθυμηθεὶς τὸν Αἰγύπτιον (τὸν Φαραὼ Χόνουφιν, ἀσχοληθέντα μὲ τὰς Μούσας) ἀπήντησεν ὅτι ὁ Θεὸς διὰ τοῦ χρησμοῦ εἰρωνεύεται τοὺς Ἕλληνας, ὡς παραμελοῦντας τὴν παιδείαν καὶ κατηγορεῖ τὴν ἀμάθειάν μας καὶ παραγγέλλει νὰ ἐπιδιδώμεθα εἰς τὴν ἐκμάθησιν τῆς γεωμετρίας ὄχι παρέργως. Διότι τοῦτο εἶναι ἔργον μιᾶς διανοίας, ἡ ὁποία δὲν εἶναι ἀτελής, οὔτε βλέπει τὰ πράγματα ἐσφαλμένως, ἀλλὰ τοὐναντίον εἶναι ἄκρως ἐξησκημένη μὲ τὰ γεωμετρικὰ σχήματα, εἰς τὴν λῆψιν δηλαδὴ δύο μέσων ἀναλόγων, μὲ τὰς ὁποίας καὶ μόνον διπλασιάζεται σῶμα κυβικοῦ σχήματος αὐξανόμενον ὁμοίως ἐξ ὅλων τῶν διαστάσεων. Τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκτελέσῃ δι᾿ αὐτοὺς ὁ Εὔδοξος ὁ Κνίδιος ἢ ὁ Ἑλικὼν ὁ Κιζυκηνός· νὰ μὴ νομίζουν δὲ ὅτι ὁ Θεὸς ζητεῖ αὐτό, ἀλλ᾿ ὅτι διὰ τοῦ χρησμοῦ προστάττει εἰς ὅλους τοὺς Ἕλληνας νὰ ἀφήσουν τὸν πόλεμον καὶ τὰ κακά του καὶ νὰ ἀσχολοῦνται μὲ τὰς Μούσας καὶ νὰ καταπραΰνουν τὰ πάθη των καὶ διὰ τῶν λόγων καὶ διὰ τῶν μαθηματικῶν καὶ νὰ συμπεριφέρωνται πρὸς ἀλλήλους καὶ ἀβλαβῶς καὶ ὠφελίμως. (Πλουτάρχου, περὶ δαιμονίου Σωκράτους 579 B - D).

2) Προσέτι δέ, ὅπως ἔλεγε καὶ ὁ Πλάτων, ὅταν ἐδόθη ὁ χρησμὸς ὅπως διπλασιάσουν τὸν ἐν Δήλῳ βωμόν, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον εἶναι ἔργον ἄκρας γεωμετρικῆς ἱκανότητος, ὅτι ὁ Θεὸς δὲν προστάσσει αὐτό, ἀλλὰ παραγγέλλει εἰς τοὺς Ἕλληνας νὰ μάθουν γεωμετρίαν...». (Περὶ τοῦ ΕΙ τοῦ ἐν Δελφοῖς 386 E).

3) Μάλιστα δὲ ἡ γεωμετρία οὖσα κατὰ τὸν Φιλόλαον ἀρχὴ καὶ μητρόπολις τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν ἐπαναφέρει καὶ στρέφει τὴν διάνοιαν, ὡς νὰ ἀποκαθαίρεται καὶ νὰ ἐλευθερώνεται αὐτὴ μετὰ θάρρους ἀπὸ τὰ αἰσθητά. Δι᾿ αὐτὸ καὶ ὁ Πλάτων ἐμέμφθη τοὺς περὶ τὸν Εὔδοξον καὶ τὸν Ἀρχύταν καὶ τὸν Μέναιχμον ὅτι ἐπεχείρησαν νὰ ἀναγάγουν τὸν διπλασιασμὸν τοῦ κύβου εἰς ὀργανικὰς καὶ μηχανικὰς κατασκευάς, ὡς ἐὰν νὰ μὴ ἦτο δυνατὸν θεωρητικῶς, ὡς ἁρμόζει, νὰ λάβουν δύο μέσας ἀναλόγους· διότι διὰ τῶν μηχανικῶν κατασκευῶν χάνεται καὶ καταστρέφεται τὸ ἀγαθὸν τῆς γεωμετρίας, ὅταν αὕτη παλινδρομήσῃ ἐκ τῶν ἰδεατῶν πάλιν ἐπὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ δὲν φέρεται πρὸς τὰ ἄνω, οὔτε ἀντιλαμβάνεται τῶν ἀϊδίων καὶ ἀσωμάτων εἰκόνων, εἰς τὰς ὁποίας ὁ Θεὸς εὑρισκόμενος εἶναι δι᾿ αὐτὸ πάντοτε Θεός. (Συμπ. προβλ. 8.2).

4) Διότι τὴν ἀγαπωμένην αὐτὴν καὶ περιβόητον Μηχανικὴν ἤρχισαν μὲν νὰ ἐφαρμόζουν οἱ περὶ τὸν Εὔδοξον καὶ τὸν Ἀρχύταν, ποικίλλοντες μὲ γλαφυρότητα τὴν γεωμετρίαν καὶ προβλήματα μὴ δυνάμενα εὐκόλως νὰ λυθοῦν μὲ λογικὴν καὶ γραμμικὴν ἀπόδειξιν (δηλ. διὰ κανόνος καὶ διαβήτου) τὰ ἔλυον μὲ αἰσθητὰ καὶ μηχανικὰ μέσα, ὅπως τὸ πρόβλημα τῆς παρεμβολῆς μεταξὺ δύο εὐθειῶν δύο μέσων ἀναλόγων (δηλ. τὸ δήλιον πρόβλημα)

καὶ θεωροῦντες ἀναγκαῖον στοιχεῖον τὴν μηχανικὴν λύσιν διὰ πολλὰ προβλήματα, ἀνῆγον αὐτὰ εἰς μηχανικὰς κατασκευάς, παράγοντες ἀπὸ καμπύλας γραμμὰς καὶ καμπύλα τμήματα μερικὰς μεσογράφους (διὰ τῶν ὁποίων ἐγράφοντο δύο μέσαι ἀνάλογοι). Ἐπειδὴ δὲ ὁ Πλάτων ἠγανάκτησε καὶ ἀντετάχθη πρὸς αὐτοὺς μὲ ἐπιμονήν, εἰπών, ὅτι καταστρέφουν καὶ φονεύουν τὸ ἀγαθὸν τῆς γεωμετρίας, ὅταν αὕτη μεταφέρεται ἀπὸ τὰ ἀσώματα καὶ τὰ νοητὰ εἰς τὰ αἰσθητά, καὶ χρησιμοποιῇ ἀκόμη ὑλικὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀνάγκην πολλῆς καὶ φορτικῆς ἐπεξεργασίας (βαναυσουργίας), ἕνεκα τούτου θεωρηθεῖσα κατωτέρα ἡ Μηχανικὴ διεχωρίσθη ἀπὸ τῆς γεωμετρίας καὶ περιφρονουμένη ἐπὶ πολὺν χρόνον ὑπὸ τῆς φιλοσοφίας κατέστη μία τῶν στρατιωτίδων τεχνῶν. (Βίοι παράλληλοι, Μάρκελλος XIV).

Ὑπὸ τὸ αὐτὸ πνεῦμα γράφει καὶ ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος (ἀκμὴ περὶ τὸ 150 μ.Χ.), ὀλίγον μεταγενέστερος τοῦ Πλουτάρχου, τὰ ἑξῆς:

«Ἐρατοσθένης μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ Πλατωνικῷ φησιν ὅτι, Δηλίοις τοῦ Θεοῦ χρήσαντος ἐπὶ ἀπαλλαγῇ λοιμοῦ βωμὸν τοῦ ὄντος διπλασίονα κατασκευάσαι, πολλὴν ἀρχιτέκτοσιν ἐμπεσεῖν ἀπορίαν ζητοῦσιν ὅπως χρὴ στερεὸν στερεοῦ γενέσθαι διπλάσιον, ἀφικέσθαι τε πευσομένους περὶ τούτου Πλάτωνος. Τὸν δὲ φάναι αὐτοῖς ὡς ἄρα οὐ διπλασίου βωμοῦ ὁ Θεὸς δεόμενος τοῦτο Δηλίοις ἐμαντεύσατο, προφέρων δὲ καὶ ὀνειδίζων τοῖς Ἕλλησιν ἀμελοῦσι μαθημάτων καὶ γεωμετρίας ὠλιγωρηκόσιν» (ἔκδ. E. Hiller, Lipsiae 1878, σ. 2, 3). (Διότι ὁ Ἐρατοσθένης εἰς τὴν πραγματείαν του τὴν φέρουσαν τὸν τίτλον «Πλατωνικὸς» λέγει ὅτι ὅταν εἰς τοὺς Δηλίους ὁ Θεὸς παρήγγειλε διὰ χρησμοῦ, πρὸς ἀπαλλαγὴν ἐκ τῆς ἐπιδημίας νόσου, ὑπάρχοντα βωμὸν νὰ τὸν διπλασιάσουν, οἱ ἀρχιτέκτονες αὐτῶν περιέπεσαν εἰς μεγάλην ἀπορίαν, ὅταν ἐζήτουν πῶς πρέπει ὑπάρχον στερεὸν νὰ τὸ κατασκευάσουν διπλάσιον, καὶ προσέφυγον εἰς τὸν Πλάτωνα διὰ νὰ τὸ μάθουν. Αὐτὸς δὲ εἶπεν εἰς αὐτούς, ὅτι ὁ Θεὸς ἔδωκε τὸν χρησμὸν αὐτὸν εἰς τοὺς Δηλίους ὄχι διότι ἔχει ἀνάγκην διπλασίου βωμοῦ, ἀλλὰ κακίζων καὶ κατακρίνων τοὺς Ἕλληνας, ὡς ἀμελοῦντας τὰ μαθηματικὰ καὶ παραμελοῦντας τὴν διδασκαλίαν τῆς γεωμετρίας).

3. Ἐκτὸς τῆς λύσεως τοῦ δηλίου προβλήματος ὁ Ἐρατοσθένης εἶχε γράψει πραγματείαν περὶ μεσοτήτων εἰς τὴν ὁποίαν ἐγίνετο λεπτομερὴς γεωμετρικὴ ἐξέτασις αὐτῶν. Τὴν πραγματείαν αὐτὴν μνημονεύει δύο φορὰς ὁ Πάππος εἰς τὸ ἔργον του ὑπὸ τὸν τίτλον Συναγωγή. Ἐπίσης ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος ὁμιλεῖ ἐπανειλημμένως διὰ τὰς ἐνασχολήσεις τοῦ Ἐρατοσθένους μὲ τὰς μεσότητας ἢ ἀναλογίας. Σπουδαία θεωρεῖται ἡ μέθοδος, τὴν ὁποίαν ἐπενόησεν ὁ Ἐρατοσθένης διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν πρώτων ἀριθμῶν, ἡ ὁποία ὀνομάζεται κόσκινον τοῦ Ἐρατοσθένους καὶ διδάσκεται ἤδη εἰς τὰς πρώτας γυμνασιακὰς

τάξεις, μνημονεύεται δὲ εἰς τὴν πραγματείαν τοῦ Νικομάχου Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγὴ (Ι 13 σελ. 29, ἔκδ. Hoche).

Ἄφθιτον δόξαν εἰς τὸν Ἐρατοσθένην παρέσχεν ἡ μέτρησις τῆς περιμέτρου τῆς γῆς διὰ τὴν ὁποίαν εἶχε γράψει ἰδιαιτέραν πραγματείαν, ὡς πληροφορούμεθα ἐκ τῆς ὑπὸ τὸν τίτλον Διόπτρα, πραγματείας τοῦ Ἥρωνος τοῦ Ἀλεξανδρέως, ὅστις ἀναφερόμενος εἰς τὸ μέγεθος τῆς περιμέτρου τῆς γῆς σημειώνει «Ἐρατοσθένης ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ περὶ ἀναμετρήσεως τῆς γῆς». Εἶναι ἡ πρώτη φορὰ εἰς τὴν ἱστορίαν τῆς Μαθηματικῆς Γεωγραφίας κατὰ τὴν ὁποίαν γίνεται πραγματικὴ μέτρησις διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς περιμέτρου τῆς γῆς καὶ τὴν μέτρησιν αὐτὴν ἐνήργησεν ὁ Ἐρατοσθένης. Πληροφορίαι προγενεστέρων τοῦ Ἐρατοσθένους ἀστρονόμων ἔλεγον ὅτι περὶ τὴν Συήνην τὴν 21ην Ἰουνίου αἱ ἀκτῖνες τοῦ ἡλίου ἔπιπτον καθέτως πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ βασιλέως Πτολεμαίου, ὅστις διέθεσε τὸ ἀναγκαῖον σῶμα βηματιστῶν, ὁ Ἐρατοσθένης ἐμέτρησε τὴν ἀπόστασιν Συήνης - Ἀλεξανδρείας, τὴν ὁποίαν εὗρε 5.000 στάδια. Ἀκολούθως ἐμέτρησε τὴν γωνίαν, ἥτις σχηματίζεται εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν ὑπὸ τῆς κατακορύφου τοῦ τόπου καὶ τῶν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου καὶ εὗρεν αὐτὴν ἴσην πρὸς τὸ ἓν πεντηκοστὸν τῆς περιφερείας κύκλου καὶ ὀλίγον περισσότερον ἀκόμη περίπου 8 πρῶτα λεπτά. Δι' ἁπλοῦ ὑπολογισμοῦ κατόπιν εὗρε τὸ μῆκος τῆς περιμέτρου τῆς γῆς ἴσον πρὸς 252.000 στάδια. Τὸ στάδιον τῆς ἑλληνιστικῆς ἐποχῆς ὑπολογίζεται ἴσον πρὸς 157,5 μ. (κατ' ἄλλους 164 μ.). Τὰ 252.000 στάδια θὰ ἰσοῦνται μὲ 39.600 χιλιόμετρα. Λεπτομέρειαι τῶν συναφῶν μετρήσεων τοῦ Ἐρατοσθένους δὲν σώζονται. Ὁ Κλεομήδης (1ος αἰ. μ.Χ.) ἀναφέρει ὡς ἀποτέλεσμα τῶν μετρήσεων τοῦ Ἐρατοσθένους 250.000 στάδια, ἐνῷ ὁ προγενέστερος τούτου Ἥρων (ἔνθ' ἀνωτέρω) ἀναγράφει 252.000 στάδια. Κατὰ τὴν ἀνωτέρω μέτρησιν τοῦ Ἐρατοσθένους ὑποτίθεται ὅτι ἡ Ἀλεξάνδρεια καὶ ἡ Συήνη (σημερινὸν Ἀσσουὰν) εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μεσημβρινοῦ, ἐνῷ τοῦτο δὲν εἶναι ἀκριβές, διότι ἡ Συήνη εὑρίσκεται ὀλίγον ἀνατολικώτερον τῆς Ἀλεξανδρείας. Εἰς τὴν αὐτὴν ἢ ἄλλην μικρὰν πραγματείαν, ἥτις δὲν σώζεται, ὁ Ἐρατοσθένης εἶχε διαπραγματευθῆ τὰ τοῦ ἀνεμολογίου, ὡς συνάγεται ἔκ τινων ἐνδείξεων μετεγενεστέρων συγγραφέων.

Σπουδαῖον σύγγραμμα τοῦ Ἐρατοσθένους ὑπὸ τὸν τίτλον Γεωγραφικὰ (ἀπολεσθὲν) μνημονεύεται ὑπὸ τοῦ Στράβωνος εἰς τὸ πρῶτον καὶ δεύτερον βιβλίον τῶν ἰδικῶν του Γεωγραφικῶν. Ἰδέαν τοῦ ἔργου τούτου τοῦ Ἐρατοσθένους λαμβάνομεν ἐκ τῆς πολεμικῆς ἣν ἀσκεῖ κατ' αὐτοῦ ὁ Στράβων, ὁ ὁποῖος διαφωνεῖ εἰς πολλὰ σημεῖα. Μεταξὺ ἄλλων ὁ Στράβων ἀναφέρει ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης δὲν γνωρίζει ὅτι ἡ ἐπιφάνεια ἠρεμοῦντος ὑγροῦ εἶναι σφαιρική, ἔχουσα τὸ κέντρον αὐτῆς εἰς τὸ κέντρον τῆς γῆς. Ἡ πληροφορία αὐτὴ τοῦ Στράβωνος δὲν συμφωνεῖ πρὸς τὰ πράγματα, ἐὰν ληφθῇ ὑπ' ὄψει ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης ἦτο φίλος τοῦ Ἀρχιμήδους, ὅστις εἶχεν ἀποδείξει εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ ὀχουμένων (Ὑδροστατική), ὅτι ἡ ἐπιφάνεια παντὸς ὑγροῦ εἶναι σφαιρική, ἔχουσα τὸ κέντρον αὐτῆς εἰς τὸ κέντρον τῆς γῆς (τὴν ὁποίαν ὁ Ἀρχιμήδης ἐθεώρει σφαῖραν). Ὁ Ἐρατοσθένης δὲν ἦτο δυνατὸν νὰ ἀγνοῇ τὰ ἐπιτεύγματα τοῦ Ἀρχιμήδους, ὁ ὁποῖος ὅλας του τὰς ἐπιστημονικὰς ἀνακαλύψεις τὰς ἔστελλεν πρῶτον εἰς τοὺς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ φίλους του.

Ἄλλο ἀπολεσθὲν ἔργον τοῦ Ἐρατοσθένους εἶναι τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Καταστηριγμοί, ὑπὸ τοῦ Σουΐδα μνημονευόμενον, ἔργον ἀστρονομικοῦ περιεχομένου, τὸ ὁποῖον οἱ μεταγενέστεροι ὀνομάζουν Καταστερισμοί. Τοῦ ἔργου τούτου γίνεται ἐλαχίστη διαμνημόνευσις, χωρὶς ἐξ αὐτῆς νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματισθῇ σαφὴς εἰκὼν τοῦ περιεχομένου του. Ἁπλῶς ἐπιβεβαιοῦται ἡ πληροφορία ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης εἶχε ἀσχοληθῇ ἐπιτυχῶς μὲ ἀστρονομικὰ ζητήματα καὶ εἶχε γράψει καὶ ἀστρονομικὸν ἔργον. Τόσον ὁ Πλούταρχος ὅσον καὶ ὁ Στοβαῖος ἀναφέρουν ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης εἶχεν ὑπολογίσει τὰς ἀποστάσεις τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς: «Ἐρατοσθένης τὸν ἥλιον ἀπέχειν ἀπὸ τῆς γῆς σταδίων μυριάδας τετρακοσίας καὶ ὀκτακισμυρίας, τὴν δὲ σελήνην ἀπέχειν τῆς γῆς μυριάδας ἑβδομήκοντα ὀκτὼ σταδίων». (Ὁ Ἐρατοσθένης λέγει ὅτι ὁ ἥλιος ἀπέχει ἀπὸ τῆς γῆς 4.080.000 στάδια, ἡ δὲ σελήνη ἀπέχει ἀπὸ τῆς γῆς 780.000 στάδια).

Ὁ Ἐρατοσθένης εἶναι ὁ πρῶτος ὅστις ἵδρυσε τὴν Χρονογραφίαν ὡς ἰδιαίτερον κλάδον τῆς Ἱστορίας συγγράψας συναφῆ πραγματείαν, ἡ ὁποία δὲν σώζεται. Συγγενὴς πρὸς τὴν Χρονογραφίαν εἶναι καὶ ἡ ὑπὸ τὸν τίτλον Ὀλυμπιονῖκαι πραγματεία τοῦ Ἐρατοσθένους εἰς τὴν ὁποίαν μνημονεύονται οἱ Ὀλυμπιονῖκαι καὶ αἱ Ὀλυμπιάδες ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῆς ἱδρύσεώς των, ἔργον σπουδαῖον ἀπὸ ἀπόψεως καθορισμοῦ χρονολογιῶν ἱστορικῶν καὶ ἄλλων γεγονότων. Καὶ τὰ δύο αὐτὰ ἔργα δὲν σώζονται. Ἐπίσης ἀπωλέσθη ἔργον τοῦ Ἐρατοσθένους ὑπὸ τὸν τίτλον Ὀκταετηρίς. Ὑποτίθεται ὅτι εἰς τὸ ἔργον τοῦτο ἐγίνετο σπουδὴ τοῦ ἡμερολογίου.

Ἐκτὸς τῶν πραγματειῶν μαθηματικοῦ, ἀστρονομικοῦ καὶ περιεχομένου φυσικῆς, ὁ Ἐρατοσθένης εἶχε συγγράψει πολλὰ ἔργα φιλολογικοῦ καὶ γραμματικοῦ περιεχομένου, μεταξὺ τῶν ὁποίων μνημονεύονται τὰ ἑξῆς: Περὶ ἀρχαίας κωμῳδίας, Σκευογραφικὸς (πιθανῶς ἐγκυκλοπαιδεία), Γραμματικά. Ἡ πληροφορία τοῦ Σουΐδα ὅτι ὁ Ἐρατοσθένης ἔγραψε «Γραμματικὰ συχνὰ» ἑρμηνεύεται ὅτι οὗτος εἶχε γράψει πολλὰ ἔργα γραμματικοῦ περιεχομένου. Ἐκ τοῦ ἔργου Περὶ ἀρχαίας κωμῳδίας σώζονται ἐλάχιστα ἀποσπάσματα.

Καὶ φιλοσοφικὰ ἔργα ἀρκετὰ εἶχε γράψει ὁ Ἐρατοσθένης, τὰ ὁποῖα δὲν ἐσώθησαν. Οἱ τίτλοι τῶν ἔργων αὐτῶν εἶναι: 1) Περὶ ἀγαθῶν καὶ κακῶν (τούτων σώζονται δύο ἀποσπάσματα), 2) Περὶ πλούτου καὶ πενίας, 3) Μελέται, 4) Περὶ ἀλυπίας, 5) Πλατωνικός, 6) Ἀρσινόη, 7) Πρὸς Βάτωνα.

Ἐπιστολαὶ ποικίλου περιεχομένου καὶ ποιήματα συμπληρώνουν τὸ συγγραφικὸν ἔργον τοῦ Ἐρατοσθένους· ἀλλὰ καὶ αὐτῶν δὲν ἐσώθη τίποτε. Ὁ

Στράβων ἀναφερόμενος εἰς τὴν φιλολογικὴν καὶ φιλοσοφικὴν ἐνασχόλησιν τοῦ Ἐρατοσθένους γράφει τὰ ἑξῆς: Κυρηναῖος δ' ἐστὶ καὶ Καλλίμαχος καὶ Ἐρατοσθένης, ἀμφότεροι τετιμημένοι παρὰ τοῖς Αἰγυπτίων βασιλεῦσιν, ὁ μὲν ποιητὴς ἅμα καὶ περὶ γραμματικὴν ἐσπουδακώς, ὁ δὲ καὶ ταῦτα καὶ περὶ φιλοσοφίαν καὶ τὰ μαθήματα, εἴ τις ἄλλος διαφέρων. (Ἐκ Κυρήνης δὲ κατάγεται καὶ ὁ Καλλίμαχος καὶ ὁ Ἐρατοσθένης, τιμημένοι καὶ οἱ δύο ἀπὸ τοὺς βασιλεῖς τῶν Αἰγυπτίων, ὁ μὲν Καλλίμαχος ἀσχοληθεὶς μὲ τὴν ποίησιν καὶ τὴν γραμματικήν, ὁ δὲ Ἐρατοσθένης ἐκτὸς τούτων καὶ μὲ τὴν φιλοσοφίαν καὶ τὰ Μαθηματικά, ἦτο δὲ ἀνώτερος ὅλων) (XVII 838).

Πολὺ διαδεδομένον ἦτο μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Ἐρατοσθένους ποίημά του ὑπὸ τὸν τίτλον Ἠριγόνη, ὡς πληροφορούμεθα παρ' ἀνωνύμου σχολιαστοῦ λέγοντος «διὰ πάντων γὰρ ἀμώμητον τὸ ποιημάτιον». Τούτου σώζονται ὀλίγοι στίχοι. Φαίνεται δὲ ὅτι τὸ ποίημα τοῦτο ἀνεφέρετο εἰς τὸν μῦθον τῆς θυγατρὸς τοῦ Ἰκάρου, ἡ ὁποία ἀνελήφθη εἰς τοὺς οὐρανούς. Ἐκ σχολίων Λατίνων συγγραφέων συνάγεται τὸ πιθανὸν συμπέρασμα ὅτι ἐπὶ πλέον εἰς τὴν Ἠριγόνην ὁ Ἐρατοσθένης ἐπραγματεύετο μὲ ποιητικὴν χάριν τὰ τῶν ἀστερισμῶν καὶ τῆς δημιουργίας τοῦ Γαλαξίου. Ἐλάχιστα ἀποσπάσματα σώζονται καὶ ἑνὸς ἄλλου ποιήματος τοῦ Ἐρατοσθένους, τὸ ὁποῖον ἔφερε τὸν τίτλον Ἐπιθαλάμιον.

Τέλος, ὁ Ἐρατοσθένης εἶχεν ἀσχοληθῆ καὶ μὲ τὴν μουσικήν, συγγράψας συναφῆ πραγματείαν ἀπολεσθεῖσαν, ὡς συνάγεται ἐκ μοναδικοῦ σχολίου περιλαμβανομένου εἰς τὰ Μουσικὰ τοῦ Πτολεμαίου (Scriptores musici graeci IX Excerpta Neapolitana, § 19, Teubner 1895 σελ. 416).

Α Π Ο Λ Λ Ω Ν Ι Ο Σ

Ὁ ἐπικληθεὶς κατὰ τὴν ἀρχαιότητα μέγας γεωμέτρης Ἀπολλώνιος ἐγεννήθη περὶ τὸ 265 π. Χ. εἰς τὴν πόλιν τῆς Παμφυλίας Περγαί, κειμένην 15 χιλιόμετρα Β.Α. τῆς Ἀτταλείας, ἐν Μικρᾷ Ἀσίᾳ. Ἐπειδὴ τὸ ὄνομα Ἀπολλώνιος τὸ ἔφερον περισσότεροι τῶν 100 διακεκριμένοι ἐπιστήμονες καὶ καλλιτέχναι τῆς ἀρχαιότητος ὁ μαθηματικὸς Ἀπολλώνιος φέρεται συνήθως εἰς τὴν διεθνῆ Βιβλιογραφίαν ὡς Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος. Ἀπέθανε κατὰ τὸ 170 π.Χ. Ἀπὸ μικρᾶς ἡλικίας διέλαμψεν ἡ μεγαλοφυΐα του. Ἔφηβος ὢν ἐστάλη ὑπὸ τοῦ πατρός του, ὅστις ἦτο εὔπορος, δι' ἀνωτέρας σπουδὰς εἰς τὸ ἑλληνικὸν Πανεπιστήμιον τῆς Ἀλεξανδρείας. Ἐκεῖ εἶχε καθηγητὰς τοὺς μαθητὰς τοῦ Εὐκλείδου καὶ Κόνωνος τοῦ Σαμίου. Αἱ νέαι καὶ σπουδαῖαι πραγματεῖαι τοῦ Ἀρχιμήδους, ὁ ὁποῖος ἦτο 25 περίπου ἔτη πρεσβύτερος τοῦ Ἀπολλωνίου, ἐδιδάσκοντο ἤδη εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Ἀλεξανδρείας καὶ ὁ Ἀπολλώνιος ἐγνώριζε νὰ ἐπωφεληθῇ ἐξ αὐτῶν.

Ἐνῷ ἀκόμη ἦτο νέος συνέταξεν εἰς ὀκτὼ βιβλία τὸ περίφημον ἔργον του, τὸ ὁποῖον ἔφερε τὸν τίτλον «Κωνικά». Δὲν τὸ ἐξέδιδε, διότι ἤθελε νὰ τὸ ἐπεξεργασθῇ περισσότερον. Ὑπείκων ὅμως εἰς πίεσιν τοῦ ἐπισκεφθέντος τὴν Ἀλεξάνδρειαν φίλου του μαθηματικοῦ Ναυκράτους προέβη εἰς τὴν ἔκδοσιν καὶ ἀκολούθως ἐπεχείρησε ταξίδιον εἰς τὴν πατρίδα του καὶ κατόπιν εἰς τὴν ἀνθοῦσαν μεγάλην ἑλληνικὴν πόλιν Ἔφεσον. Ἐκεῖ ἐγνωρίσθη καὶ ἔγινε φίλος μὲ τοὺς μαθηματικοὺς Φιλονίδην καὶ τὸν ἐκ Περγάμου καταγόμενον Εὔδημον. Ἐκ τῆς Ἐφέσου μετέβη μετὰ τοῦ Εὐδήμου εἰς τὴν Πέργαμον, ὅπου, φαίνεται, ἐγνωρίσθη μὲ τὸν βασιλέα αὐτῆς Ἄτταλον τὸν πρῶτον (241 - 197 π.Χ.), ὅστις ἤδη εἶχεν ἱδρύσει τὴν περίφημον Βιβλιοθήκην τῆς Περγάμου. Ὁ Εὔδημος ἔπεισε τὸν Ἀπολλώνιον νὰ ἐπεξεργασθῇ ἀκόμη περισσότερον τὰ «Κωνικά», πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ὁ Ἀπολλώνιος ἔπραξεν, ὅταν ἐπανῆλθεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν καὶ κατ' ἀρχὰς ἀπέστειλε, μόλις τὸ ἡτοίμασε, τὸ πρῶτον βιβλίον ἐκ τῶν ὀκτώ, πρὸς τὸν Εὔδημον εἰς τὴν Πέργαμον. Ἐκ τῆς πρὸς τὸν Εὔδημον ἀφιερώσεως πληροφορούμεθα ὅτι ὁ Ναυκράτης, ἐπειγόμενος νὰ ἀναχωρήσῃ ἐξ Ἀλεξανδρείας, ἐπίεσεν αὐτὸν νὰ προβῇ ες τὴν πρώτην ἔκδοσιν, ἐνῷ τὸ ἔργον δὲν ἦτο ἀκόμη πλῆρες. Μετὰ πάροδον ὀλίγου χρόνου ἀπέστειλε πρὸς τὸν Εὔδημον τὴν δευτέραν ἔκδοσιν τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν «Κωνικῶν» διὰ τοῦ υἱοῦ του, ὅστις ὠνομάζετο καὶ αὐτὸς Ἀπολλώνιος. Εἰς τὸ τρίτον βιβλίον δὲν σώζεται ἀφιέρωσις. Εἰς τὰ βιβλία 4, 5, 6, 7 ἡ ἀφιέρωσις ἔχει γίνει πρὸς τὸν βασιλέα Ἄτταλον.

Ὑπὸ τὸν τίτλον «Κωνικὰ» νοοῦνται τὰ θεωρήματα τὰ ἔχοντα σχέσιν μὲ τὰς τομὰς τοῦ κώνου. Ἐὰν π.χ. τάμωμεν κῶνον δι᾽ ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ τομὴ εἶναι κύκλος, ἐὰν ἡ τομὴ γίνῃ λοξῶς πρὸς τὸν ἄξονα, τὸ σχῆμα ἐκ τῆς τομῆς λέγεται ἔλλειψις, κλπ. Ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ μαθηταί του περὶ τὸ 500 π.Χ. εἶχον σπουδάσει τὰς κωνικὰς γραμμάς, χωρὶς ὅμως νὰ μεταχειρίζωνται τὸ ὄνομα «Κωνικά», τὸ ὁποῖον, φαίνεται, ἐδόθη βραδύτερον εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τοῦ Πλάτωνος ὑπὸ τοῦ περιφήμου μαθητοῦ του Μεναίχμου. Καθ᾽ αὐτὸ κωνικαὶ γραμμαὶ νοοῦνται τρεῖς : ἡ παραβολή, ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις. Οἱ Πυθαγόρειοι ἤρχισαν τὴν ἔρευναν ἐπὶ τῶν γραμμῶν αὐτῶν ὄχι εἰς τὸν κῶνον, ἀλλὰ εἰς ἓν ἐπίπεδον. Δὲν γνωρίζομεν δὲ ἂν εἶχον ἀνακαλύψει ὅτι καὶ αἱ τρεῖς αὗται γραμμαὶ προέρχωνται ἐκ διαφόρων τομῶν κώνου.

Ὁ ἐκ τῶν τελευταίων διευθυντῶν τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, Πρόκλος (410 - 485 μ.Χ.), εἰς τὰ σχόλια αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ πρώτου βιβλίου τοῦ Εὐκλείδου γράφει τὰ ἑξῆς : «Ἔστι μὲν ἀρχαῖα, φασὶν οἱ περὶ τὸν Εὔδημον, καὶ τῆς τῶν Πυθαγορείων μούσης εὑρήματα ταῦτα, ἥ τε παραβολὴ τῶν χωρίων καὶ ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις. Ἀπὸ δὲ τούτων καὶ οἱ νεώτεροι τὰ ὀνόματα λαβόντες μετήγαγον αὐτὰ καὶ ἐπὶ τὰς κωνικὰς λεγομένας γραμμάς, καὶ τούτων τὴν μὲν παραβολήν, τὴν δὲ ὑπερβολὴν καλέσαντες, τὴν δὲ ἔλλειψιν, ἐκείνων τῶν παλαιῶν καὶ θείων ἀνδρῶν ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφῇ χωρίων πρὸς εὐθεῖαν ὡρισμένην τὰ ὑπὸ τούτων σημαινόμενα τῶν ὀνομάτων ὁρώντων». (Λέγουν οἱ περὶ τὸν Εὔδημον (τὸν Ρόδιον μαθητὴν τοῦ Ἀριστοτέλους γράψαντα τὸ πρῶτον ἱστορίαν τῶν Μαθηματικῶν) ὅτι ταῦτα εἶναι εὑρήματα τῆς μούσης τῶν Πυθαγορείων καὶ ἡ παραβολὴ ἐπιφανειῶν καὶ ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις. Ἐκ τούτων δὲ καὶ οἱ νεώτεροι λαβόντες τὰ ὀνόματα τὰ μετέφερον καὶ εἰς τὰς κωνικὰς λεγομένας γραμμὰς καὶ ὠνόμασαν ἐκ τούτων τὴν μὲν παραβολήν, τὴν δὲ ὑπερβολήν, τὴν δὲ ἔλλειψιν, ἐνῷ ἐκεῖνοι οἱ παλαιοὶ καὶ θεῖοι ἄνδρες διὰ τῆς παραβολῆς τῶν ἐπιφανειῶν ἐθεώρουν ὡρισμένην γραμμὴν ἐκ τούτων).

Πρῶτον ἔργον Περὶ κωνικῶν εἰς τέσσαρα βιβλία ἐδημοσίευσεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν ὁ Εὐκλείδης στηριχθεὶς κυρίως εἰς τὰς συναφεῖς ἐρεύνας τοῦ Μεναίχμου καὶ τοῦ Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου. Οὗτοι καὶ κατόπιν αὐτῶν ὁ Ἀρχιμήδης (287 - 212) ὠνόμαζον τὰς κωνικὰς γραμμὰς ὡς ἑξῆς: ὀρθογωνίου κώνου τομή, ἀμβλυγωνίου κώνου τομή, ὀξυγωνίου κώνου τομή. Ὁ Ἀπολλώνιος πρῶτος διέγνωσεν ὅτι καὶ αἱ τρεῖς αὗται γραμμαὶ εἶναι δυνατὸν νὰ προέλθουν ἐκ τῆς τομῆς ἑνὸς καὶ μόνον κώνου καὶ οὐχὶ τριῶν, καὶ πρῶτος ὠνόμασεν αὐτὰς ἀντιστοίχως: παραβολή, ὑπερβολή, ἔλλειψις. Οἱ μεταγενέστεροι αὐτοῦ μαθηματικοὶ ἐθαύμασαν τὸν Ἀπολλώνιον διὰ τὰ περίφημα θεωρήματά του περὶ τῶν κωνικῶν γραμμῶν καὶ διὰ τὰς νέας ὀνομασίας αὐτῶν καὶ τὸν ὠνόμασαν μέγαν γεωμέτρην. Ἰδοὺ τί γράφει σχετικῶς περὶ αὐτοῦ ὁ σχολιαστὴς τῶν «Κωνικῶν» Εὐτόκιος (μαθητὴς τῶν καθηγητῶν Ἀνθεμίου καὶ Ἰσιδώρου, Ἀρχιτεκτόνων τοῦ ναοῦ τῆς Ἁγίας Σοφίας): «Ὕστερον δὲ καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος καθόλου τι ἐθεώρησεν, ὅτι ἐν παντὶ κώνῳ καὶ ὀρθῷ καὶ σκαληνῷ πᾶσαι αἱ τομαί εἰσι κατὰ διάφορον τοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὸν κῶνον προσβολήν· ὃν καὶ θαυμάσαντες οἱ κατ' αὐτὸν γενόμενοι διὰ τὸ θαυμάσιον τῶν ὑπ' αὐτοῦ δεδειγμένων κωνικῶν θεωρημάτων μέγαν γεωμέτρην ἐκάλουν. Ταῦτα μὲν οὖν ὁ Γεμῖνος ἐν τῷ ἕκτῳ φησὶ τῆς τῶν μαθημάτων θεωρίας». (Κατόπιν δὲ καὶ ὁ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος παρετήρησε γενικῶς ὅτι εἰς πάντα κῶνον καὶ ὀρθογώνιον καὶ σκαληνὸν (δηλ. ἀμβλυγώνιον καὶ ὀξυγώνιον) ὅλαι αἱ κωνικαὶ γραμμαὶ ἐμφανίζονται ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ τέμνοντος ἐπιπέδου· τὸν ὁποῖον θαυμάσαντες οἱ σύγχρονοί του διὰ τὸ θαυμάσιον τῶν ὑπ' αὐτοῦ ἀποδεδειγμένων θεωρημάτων ὠνόμαζον μέγαν γεωμέτρην. Αὐτὰ λοιπὸν γράφει ὁ Γεμῖνος (1ος αἰ. π.Χ.) εἰς τὴν ἱστορίαν του τῶν Μαθηματικῶν).

Οἱ σύγχρονοι μεγάλοι μαθηματικοὶ θεωροῦν τὴν σπουδὴν τῶν κωνικῶν γραμμῶν ὡς τὰ Ἀνώτερα Μαθηματικὰ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Ὁ Ἀπολλώνιος κατώρθωσε διὰ τῶν ἐρευνῶν του νὰ παρουσιάσῃ τὴν θεωρίαν τῶν κωνικῶν τομῶν εἰς ἓν τέλειον σύνολον, τὸ ὁποῖον οὐδεὶς τῶν μεταγενεστέρων του ἠδυνήθη νὰ ὑπερβάλῃ κατὰ τὴν τελειότητα. Ἡ ὅλη ὕλη τῶν «Κωνικῶν» περιλαμβάνεται, ὡς ἐμνημονεύθη ἀνωτέρω, εἰς ὀκτὼ βιβλία. Ἐκ τούτων τὰ τέσσαρα πρῶτα ἐσώθησαν εἰς τὴν ἑλληνικήν, τὰ τρία ἑπόμενα ἐσώθησαν εἰς τὴν ἀραβικήν, ἐνῷ τὸ ὄγδοον ἀπωλέσθη. Εἰς τὰ τέσσαρα πρῶτα βιβλία ὁ Ἀπολλώνιος περιέλαβε τὰ στοιχειώδη θεωρήματα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὸ ἀπολεσθὲν βραδύτερον ἔργον τοῦ Εὐκλείδου «Κωνικὰ στοιχεῖα», ὡς ἐπίσης καὶ νέα θεωρήματα ἀνακαλυφθέντα ὑπὸ τοῦ Σαμίου μαθηματικοῦ Κόνωνος καὶ τοῦ ἐν Ἀλεξανδρείᾳ Νικοτέλους. Ἐκτὸς τῶν θεωρημάτων ὅμως αὐτῶν προσέθεσε καὶ πολλὰ ἄλλα θεωρήματα, τὰ ὁποῖα ἀνεκάλυψεν ὁ ἴδιος. Τὰ βιβλία 5, 6, 7, 8 περιέχουν θεωρήματα ἀποκλειστικῶς ἀπολλωνείου ἐμπνεύσεως. Περὶ τοῦ περιεχομένου τοῦ ἀπολεσθέντος ὀγδόου βιβλίου λαμβάνομεν γνῶσιν μόνον ἐν γενικαῖς γραμμαῖς ἐξ ὀλίγων λέξεων, τὰς ὁποίας διαβάζομεν εἰς τὸ τέλος τοῦ προλόγου τοῦ πρώτου βιβλίου, ὅπου γίνεται μνεία τοῦ περιεχομένου καὶ τῶν ὀκτὼ βιβλίων.

Ὁ Ἀπολλώνιος εἶναι ὁ πρῶτος μαθηματικός, ὅστις χρησιμοποιεῖ τὸν ὅρον «κατηγμένη» (σήμερον λέγεται τεταγμένη) καὶ ἄξονας συντεταγμένων εἰς τὴν σπουδὴν τῶν κωνικῶν γραμμῶν. Εἶναι δηλ. ὁ ἐφευρέτης τῆς Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας, τὴν ὁποίαν μετὰ 1.800 περίπου ἔτη ἐθεμελίωσε λεπτομερέστερον ὁ Γάλλος μαθηματικὸς καὶ φιλόσοφος Καρτέσιος (Descartes, 1596 - 1650). Ἰδοὺ τί γράφει συναφῶς ὁ περίφημος Γερμανὸς καθηγητὴς Max Simon εἰς τὸ βιβλίον του «Ἱστορία τῶν Μαθηματικῶν κατὰ τὴν ἀρχαιότητα»:

«Ὁ Ἀπολλώνιος ἔλυσε πλήρως τὸ πρόβλημα (σημ. τὸ ὁποῖον δὲν ἀναφέρομεν ἐδῶ, ὡς ἐντελῶς εἰδικὸν πρόβλημα) καὶ παρέσχε τὴν ἀπόδειξιν ὅτι ὁ γεωμετρικὸς ζητούμενος τόπος εἶναι κωνικὴ τομή. Διὰ τὴν σχέσιν τῆς προβολικῆς γεωμετρίας πρὸς τὰς κωνικὰς τομὰς τοῦ Ἀπολλωνίου παραπέμπω εἰς τὸ βιβλίον μου τῆς Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας. Τοῦτο ὅμως εἶναι βέβαιον : ὅσον ἀναληθὲς εἶναι, ὅτι οἱ νεώτεροι, Γαλιλαῖος, Φερμά, Λάϊπνιτς, Νεύτων, ἀνεκάλυψαν τὸν Διαφορικὸν Λογισμόν, ἐνῷ ὑπάρχουν τὰ ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους, τὰ ὁποῖα ὁμιλοῦν περὶ αὐτοῦ, ἄλλο τόσον εἶναι ἀναληθὲς ὅτι οἱ νεώτεροι ἀνεκάλυψαν τὴν Ἀναλυτικὴν Γεωμετρίαν, ἐνῷ περὶ αὐτῆς ὁμιλοῦν τὰ ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ τοῦ Ἀπολλωνίου. Ὁ Ἀπολλώνιος δὲν εἰσήγαγε μόνον τὰς συντεταγμένας, ἀλλὰ καὶ τὸν μετασχηματισμὸν τῶν συντεταγμένων, ἐνῷ ὁ Ἀρχιμήδης εἰσήγαγε Ἀναλυτικὴν Γεωμετρίαν τριῶν διαστάσεων». (Gesch. der Mathematik, Berlin, 1909, σελ. 294, 16).

Ἐκτὸς τῆς σπουδαιοτάτης πραγματείας «Περὶ κωνικῶν» ὁ Ἀπολλώνιος εἶχε γράψει καὶ ἄλλας πραγματείας. Ἐκ τούτων ἐσώθη ἡ λύσις τοῦ δηλίου προβλήματος. Αἱ ἄλλαι δὲν ἐσώθησαν. Ἐκ μεταγενεστέρων συγγραφέων γνωρίζομεν τοὺς τίτλους τῶν ἀπολεσθεισῶν πραγματειῶν, μερικῶν δὲ ἐν γενικαῖς γραμμαῖς καὶ τὸ περιεχόμενον. Αἱ ἀπολεσθεῖσαι πραγματεῖαι εἶναι: 1) «Περὶ λόγου ἀποτομῆς» εἰς δύο βιβλία. 2) «Περὶ διωρισμένης τομῆς» δύο βιβλία. 3) «Χωρίου ἀποτομῆς» δύο βιβλία. 4) «Περὶ ἐπαφῶν» δύο βιβλία. 5) «Περὶ νεύσεων» δύο βιβλία. 6) «Περὶ ἐπιπέδων (γεωμετρικῶν) τόπων» δύο βιβλία.

Διὰ τὸ περιεχόμενον τῆς πραγματείας «Περὶ ἐπαφῶν» πληροφορούμεθα παρὰ τοῦ μαθηματικοῦ τῆς Ἀλεξανδρείας Πάππου (3ος αἰὼν μ.Χ.) ὅτι πρόκειται περὶ τῶν ἑξῆς 10 περιπτώσεων ἐπαφῆς κύκλων, εὐθειῶν καὶ σημείων, ἤτοι νὰ κατασκευασθῇ κύκλος, ὅστις: 1) Νὰ διέρχεται διὰ τριῶν σημείων. 2) Νὰ ἐφάπτεται μιᾶς εὐθείας. 3) Νὰ διέρχεται διὰ δύο σημείων καὶ νὰ ἐφάπτεται μιᾶς εὐθείας. 4) Νὰ διέρχεται δι᾽ ἑνὸς σημείου καὶ νὰ ἐφάπτεται δύο εὐθειῶν. 5) Νὰ διέρχεται διὰ δύο σημείων καὶ νὰ ἐφάπτεται ἑνὸς κύκλου. 6) Νὰ ἐφάπτεται δύο κύκλων καὶ νὰ διέρχεται δι᾽ ἑνὸς σημείου. 7) Νὰ ἐφάπτεται δύο κύκλων καὶ μιᾶς εὐθείας. 8) Νὰ ἐφάπτεται ἑνὸς κύκλου καὶ μιᾶς εὐθείας καὶ νὰ διέρχεται δι᾽ ἑνὸς σημείου. 9) Νὰ ἐφάπτεται δύο εὐθειῶν καὶ ἑνὸς κύκλου. 10) Νὰ ἐφάπτεται τριῶν κύκλων. Τὸ πρόβλημα, ὡς δίδεται, ἐξαντλεῖται εἰς τὰς δέκα αὐτὰς περιπτώσεις. Ἐξ αὐτοῦ βλέπομεν ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες ἐγνώριζον καὶ στοιχεῖα τῆς θεωρίας «Περὶ συνδυασμῶν».

Ἄλλαι ἀπολεσθεῖσαι πραγματεῖαι τοῦ Ἀπολλωνίου εἶναι: 1) «Ὠκυτόκιον» (=ταχὺς ὑπολογιστὴς = θεωρία συντόμων πολλαπλασιασμῶν, διαιρέσεων κλπ.). Ὁ Εὐτόκιος πληροφορεῖ ἡμᾶς ὅτι εἰς τὴν πραγματείαν αὐτὴν ὁ Ἀπολλώνιος εἶχεν εὕρει διὰ τὸν ἀριθμὸν π (=3,14...) μεγαλυτέραν προσέγγισιν ἐκείνης τὴν ὁποίαν εἶχεν εὕρει ὁ Ἀρχιμήδης. 2) Ἀστρονομικὴ πραγματεία, εἰς τὴν ὁποίαν ἡρμήνευε διὰ τῆς θεωρίας τῶν ἐπικύκλων τὰς ἀνωμαλίας τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Εἰκάζεται δὲ ἐκ τοῦ Ἱππολύτου ὅτι ἐπρέσβευε τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα. (Ἱππολύτου, Κατὰ πασῶν αἱρέσεων ἔλεγχος, ἔκδ. Duncer, σελ. 66). 3) Σύγκρισις τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον. 4) Ἡ καθόλου πραγματεία, ὅπου κατὰ πᾶσαν πιθανότητα ἐγίνετο διαπραγμάτευσις τῶν ἀρχῶν τῶν μαθηματικῶν. 5) Περὶ ἀσυμμέτρων μεγεθῶν, μνημονευομένη ὑπὸ τοῦ Ἄραβος μαθηματικοῦ Abu Othman. 6) Περὶ τῶν κινήσεων τῆς σελήνης. 7) Περὶ πυρίου, ἤτοι Περὶ καυστικῶν κατόπτρων. 8) Περὶ τῆς ἐπὶ κυλίνδρου γεννωμένης ἑλικοειδοῦς γραμμῆς, ἡ ὁποία ὠνομάζετο κοχλίας.

Δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν εἶναι ἐλλείψεις καὶ τῶν κομητῶν παραβολαὶ καὶ ἑπομένως ἡ σημερινὴ Ἀστρονομία δὲν δύναται νὰ σπουδάσῃ τὰς κινήσεις τῶν ἄστρων αὐτῶν ἄνευ γνώσεως τῶν περὶ κωνικῶν γραμμῶν θεωρημάτων τοῦ Ἀπολλωνίου. Ἡ κατασκευὴ τῶν ὀδόντων τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν καὶ ἄλλων λεπτῶν μερῶν πολυπλόκων μηχανῶν στηρίζεται ἐπίσης εἰς τὰς κωνικὰς γραμμάς. Τέλος ἡ πραγματεία τοῦ Ἀπολλωνίου Ὠκυτόκιον θεωρεῖται κατὰ τὴν γνώμην τῶν εἰδικῶν ἐπιστημόνων ὁ πρόδρομος τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμομηχανῶν.

Η Ρ Ω Ν

Ὁ Ἥρων ἐγεννήθη καὶ ἔδρασεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν. Ὁ χρόνος τῆς γεννήσεως καὶ τοῦ θανάτου αὐτοῦ παραμένουν ἄγνωστα. Ἐκ τῶν εἰδικῶν ἐρευνητῶν, ἄλλοι τοποθετοῦν τὴν ἀκμήν του περὶ τὸ 100 π.Χ. καὶ ἄλλοι περὶ τὸ 200 μ.Χ. Πιθανώτερον χρόνον τῆς ἀκμῆς τοῦ Ἥρωνος θεωροῦμεν τὸ διάστημα ἀπὸ 50 π.Χ. μέχρι 100 μ.Χ. Πάντως εἶναι νεώτερος τοῦ Ποσειδωνίου (περίπου 135 - 50 π.Χ.), τὸν ὁποῖον μνημονεύει εἰς τὸ βιβλίον του Μηχανική, τὸ ὁποῖον ἐσώθη εἰς τὴν ἀραβικὴν γλῶσσαν, ὡς ἑξῆς: «Ὁ Ποσειδώνιος, εἷς στωϊκός, ἔχει δώσει ἕνα φυσικὸν ὁρισμὸν τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ σημείου ροπῆς λέγων: Τὸ κέντρον βάρους καὶ τὸ σημεῖον ροπῆς εἶναι ἓν σημεῖον ἐκ τοῦ ὁποίου, ὅταν ἐξαρτηθῇ τὸ βάρος νὰ μοιράζεται εἰς δύο ἴσα μέρη. Ὅθεν ὁ Ἀρχιμήδης καὶ οἱ μαθηταί του ἔχουν εἰς τὴν Μηχανικὴν αὐτὴν τὴν πρότασιν ἐξειδικεύσει καὶ ἔχουν διακρίνει διαφορὰν μεταξὺ σημείου ἐξαρτήσεως τοῦ σώματος καὶ σημείου τοῦ κέντρου βάρους». Ἐρευνηταί τινες ἀντὶ τοῦ προηγουμένου Ποσειδωνίου, τοῦ ἐπικαλουμένου Ροδίου, ἐπειδὴ ἔδρασεν ὡς διευθυντὴς Σχολῆς εἰς τὴν Ρόδον, καταγομένου δὲ ἐκ τῆς Ἀπαμείας τῆς Συρίας, ὑποθέτουν ὅτι ὁ Ἥρων ἀναφέρεται εἰς τὸν Ποσειδώνιον τὸν Ἀλεξανδρέα, ἐπίσης Στωϊκὸν καὶ διατελέσαντα μαθητὴν τοῦ Ζήνωνος τοῦ Κιτιέως (335 - 262 π.Χ.). Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως αὐτῆς τοποθετοῦν τὴν ἀκμὴν τοῦ Ἥρωνος περὶ τὸ 150 π.Χ. Δὲν εἶναι ὅμως γνωστόν, ἐὰν ὁ Ποσειδώνιος ὁ Ἀλεξανδρεὺς ἔχει ἀσχοληθῇ μὲ τὰς θετικὰς ἐπιστήμας καὶ τὴν Μηχανικήν, ὥστε νὰ δικαιολογῆται ἀναφορὰ τοῦ Ἥρωνος πρὸς αὐτόν.

Ἐκ τῶν διασωθέντων ἔργων του ὁ Ἥρων φαίνεται ὅτι ὑπῆρξε σπουδαῖος μαθηματικός, φυσικὸς καὶ μηχανικὸς καὶ ὅτι διετέλεσε διευθυντὴς τοῦ Ἑλληνικοῦ Πολυτεχνείου τῆς Ἀλεξανδρείας ἢ τοῦ Ἑλληνικοῦ Πανεπιστημίου τῆς Ἀλεξανδρείας, τοῦ ὁποίου πρῶτος διευθυντὴς καὶ πρύτανις διετέλεσεν ὁ **Εὐκλείδης**. Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ἐλειτούργει ἀνεξάρτητον ἑλληνικὸν Πολυτεχνεῖον ἢ ἂν αἱ Πολυτεχνικαὶ Σχολαὶ ἦσαν ἐνσωματωμέναι εἰς τὸ Πανεπιστήμιον, τὸ ἱδρυθὲν ὑπὸ τοῦ βασιλέως Πτολεμαίου τοῦ πρώτου.

Ὁ Ἥρων εἶχε γράφει πολλὰ ἔργα, μερικὰ τῶν ὁποίων, φαίνεται, ἀπετέλουν Τεχνικὴν Ἐγκυκλοπαιδείαν. Ἐκ τῶν ἔργων ἐσώθησαν τὰ περισσότερα, ὄχι ὅμως εἰς τὴν μορφὴν ὑφ' ἣν ἐγράφησαν ὑπὸ τοῦ Ἥρωνος.

Εἶναι ὁ πρῶτος Ἕλλην ἐπιστήμων τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν, ὁ ὁποῖος δίδει ἰδιαιτέραν προσοχὴν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς τῶν ἐκ τῶν Μαθηματικῶν, τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Μηχανικῆς, γνώσεων. Τὰ βιβλία του μεταφρασθέντα εἰς τὴν λατινικὴν καὶ τὴν ἀραβικὴν ἀπετέλεσαν τὸ πρότυπον τῶν ἐκ τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν ἐφαρμογῶν εἰς τὴν Δύσιν.

Τὰ διασωθέντα ἔργα τοῦ Ἥρωνος εἶναι τὰ ἑξῆς :

1) Πνευματικὰ εἰς δύο βιβλία. 2) Περὶ αὐτοματοποιητικῆς. 3) Μηχανική. 4) Κατοπτρικά. 5) Μετρικὰ εἰς τρία βιβλία. 6) Περὶ διόπτρας. 7) Ὅροι τῶν γεωμετρίας ὀνομάτων (δηλαδὴ ὁρισμοὶ γεωμετρικῶν σχημάτων). 8) Γεωμετρικά. 9) Εἰσαγωγαὶ τῶν στερεομετρουμένων. 10) Περὶ μέτρων. 11) Βελοποιϊκά. 12) Βαρουλκός. 13) Χειροβαλλίστρας κατασκευὴ καὶ συμμετρία. Τὰ ὑπὸ τοῦ Γερμανοῦ καθηγητοῦ Χοὺλτς ἐκδοθέντα ἀποσπάσματα ὑπὸ τοὺς τίτλους, Ὁρισμοί, Γεωμετρικά, Γεωδαισία, Βιβλίον γεωπονικὸν περιλαμβάνονται εἰς τοὺς ὑπ᾽ ἀριθ. 7, 8, 9, 10 προηγουμένους τίτλους ἐκδοθέντας ἐν Λειψίᾳ παρὰ τῷ Ἐκδοτικῷ Οἴκῳ Teubner.

Ὡς ἀπολεσθέντα ἔργα μνημονεύονται τὰ ἑξῆς: 1) Καμαρικά, ἀναφερόμενα ὑπὸ τοῦ σχολιαστοῦ ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους, Εὐτοκίου. 2) Περὶ ζυγίων μνημονευόμενον ὑπὸ τοῦ Πάππου. 3) Ἀστρόλαβον, μνημονευόμενον ὑπὸ τοῦ Ἄραβος Μωχαμὲτ Ἴμπν Ἰσὰκ — ἀν — Ναντὶμ (987 μ.Χ.). 4) Περὶ ὑδρίων ὡροσκοπείων (ὡρολογίων λειτουργούντων δι᾽ ὕδατος).

Ἐκδόσεις καὶ περιεχόμενον τῶν ἔργων τοῦ Ἥρωνος

Ἀπὸ τῆς Ἀρχαίας ἐποχῆς μέχρι τοῦ 18ου αἰ. τὰ ἔργα τοῦ Ἥρωνος ἐξεδόθησαν ἐπανειλημμένως, εἰς τὴν ἑλληνικήν, τὴν λατινικὴν καὶ τὴν ἀραβικήν, ὡς καὶ τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου. Ἕνεκα τῆς μεγάλης χρήσεως αὐτῶν, ἰδίως εἰς τὰς Τεχνικὰς Σχολὰς ἀνωτέρου καὶ κατωτέρου Τύπου, ὑπέστησαν κατὰ καιροὺς μεταβολὰς καὶ προσθήκας. Ἕνεκα τοῦ λόγου τούτου παρατηρεῖται εἰς αὐτὰ οὐχὶ ὁμοιομορφία εἰς πολλὰς περιπτώσεις.

Ὡς πληρεστέρα ἔκδοσις τῶν ἔργων τοῦ Ἥρωνος θεωρεῖται ἡ προηγουμένως μνημονευθεῖσα, περιλαμβάνουσα ἐν ὅλῳ πέντε τόμους. Ὁ πρῶτος τόμος ἐξεδόθη ὑπὸ τοῦ Γερμανοῦ Γουλιέλμου Σμὶθ (W. Schmidt) κατὰ τὸ 1899 καὶ περιλαμβάνει τὰ δύο βιβλία τῶν Πνευματικῶν, τὴν Αὐτοματοποιητικήν, ἀπόσπασμα Περὶ ὑδρίων ὡροσκοπείων (ὑδραυλικῶν ὡρολογίων), ἀποσπάσματα τῶν Πνευματικῶν τοῦ Φίλωνος τοῦ Βυζαντίου εἰς τὴν λατινικὴν μετὰ μεταφράσεως εἰς τὴν γερμανικήν, ἀποσπάσματά τινα ἐκ τοῦ βιβλίου Ἀρχιτεκτονικὴ τοῦ Ρωμαίου συγγραφέως Βιτρουβίου καὶ μικρὸν ἀπόσπασμα Περὶ ὑδρίων ὡροσκοπείων τοῦ Ἥρωνος (σελίδες 514).

Τὸ πρῶτον βιβλίον τῶν Πνευματικῶν περιλαμβάνει 42 προτάσεις. Ὑπὸ τὸν ὅρον Πνευματικὰ νοοῦνται φυσικὰ φαινόμενα, προκαλούμενα ἐκ τῆς πιέσεως ὕδατος — ἀέρος καὶ ἐκ τῆς θερμότητος. Ὡς πρώτη πρότασις ἀναπτύσσεται τὸ φαινόμενον τοῦ σίφωνος, περὶ τοῦ ὁποίου ὁ Ψελλὸς μνημονεύει ὅτι εἶχεν προηγουμένως ἀσχοληθῆ ὁ Ἀρχιμήδης. (Ἴδε μαρτυρίας εἰς τὸν ἐκδιδόμενον α΄ τόμον τῶν ἁπάντων τοῦ Ἀρχιμήδους ὑπὸ Ε. Σταμάτη). Ἡ διαπραγμάτευσις πολλῶν καὶ ποικίλων περιπτώσεων λειτουργίας τοῦ σίφωνος προκαλεῖ τὸν θαυμασμόν. Ὡς 34η πρότασις ἀναπτύσσεται τὸ φαινόμενον λύχνου κατασκευασθέντος κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μετακινῆται αὐτομάτως πρὸς τὰ ἐμπρὸς τὸ ἐλλύχνιον (κοινῶς φυτίλι) καὶ νὰ μὴ σβήνῃ ὁ λύχνος, ἐφ᾽ ὅσον ὑπάρχει εἰς αὐτὸν λάδι. Θαυμασμὸν προκαλεῖ ἐπίσης ἡ 38η πρότασις, καθ᾽ ἣν ἀναπτύσσεται ἡ κατασκευὴ τῶν θυρῶν ἑνὸς ναοῦ, τοιουτοτρόπως, ὥστε, ὅταν γίνεται ἐπὶ τοῦ παρὰ τὸν ναὸν βωμοῦ καῦσις σφαγίου, προσφερομένου εἰς τὸν θεόν, νὰ ἀνοίγουν αὐτομάτως αἱ θύραι τοῦ ναοῦ καὶ ὅταν τελειώνῃ ἡ θυσία νὰ κλείουν αὗται αὐτομάτως. Τὰ πρῶτα αὐτόματα ἁπλᾶ μηχανήματα τὰ ἀπαντῶμεν εἰς τὰ δύο βιβλία τῶν Πνευματικῶν τοῦ Ἥρωνος. Τὸ δεύτερον ἐκ τούτων περιέχει 37 προτάσεις.

Εἰς τὸ ὑπὸ τὸν τίτλον Αὐτοματοποιητικὴ βιβλίον ἐξετάζονται φαινόμενα ἐξ αὐτομάτων μηχανημάτων, χρησιμοποουμένων κυρίως εἰς τὰ θέατρα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν μεγάλην ἐντύπωσιν.

Ὁ δεύτερος τόμος ἐξεδόθη κατὰ τὸ 1900 ὑπὸ τῶν Γερμανῶν Α. Νὶξ καὶ τοῦ ἐκδότου τοῦ α΄ τόμου Γ. Σμίθ. Οὗτος περιέχει τὴν Μηχανικὴν τοῦ Ἥρωνος, τὴν διασωθεῖσαν εἰς τὴν ἀραβικήν, ἀπέναντι δὲ τοῦ ἀραβικοῦ κειμένου μετάφρασιν εἰς τὴν γερμανικὴν (σελίδες 415). Ὡς πρώτη πρότασις ἐξετάζεται ἡ χρησιμοποίησις συσκευῆς λειτουργούσης δι᾽ ὀδοντωτῶν τροχῶν πρὸς ἄρσιν μεγάλου βάρους. Ὅλη ἡ θεωρία τῶν μοχλῶν, τροχαλιῶν, βαρούλκου κλπ.), ἡ δημιουργηθεῖσα ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους χρησιμοποιεῖται εὐφυέστατα ὑπὸ τοῦ Ἥρωνος. Ὡς μεταφραστὴς τοῦ ἀπολεσθέντος ἑλληνικοῦ κειμένου τῆς Μηχανικῆς τοῦ Ἥρωνος ἀναφέρεται ὑπὸ τῶν ἐκδοτῶν τοῦ ἔργου τούτου ὁ Ἄραψ Κώστα μπὲν Λουκᾶ (Kosta ben Luca). Προβλήματα στατικῆς ἐξετάζονται ἐπίσης εἰς τὴν πραγματείαν αὐτήν, ἡ ὁποία, ὡς φαίνεται, στηρίζεται εἰς τὰς συναφεῖς θεωρίας τοῦ Ἀρχιμήδους Περὶ Στατικῆς, περὶ τῶν ὁποίων διασώζονται μόνον μερικοὶ ὑπαινιγμοὶ ἄλλων συγγραφέων.

Ὁ τρίτος τόμος ἐξεδόθη ὑπὸ τοῦ H. Schöne κατὰ τὸ 1903 καὶ περιλαμβάνει τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Μετρικὰ πραγματείαν εἰς τρία βιβλία καὶ τὴν πραγματείαν Περὶ διόπτρας (σελίδες 366).

Εἰς τὸ α΄ βιβλίον τῶν Μετρικῶν περιλαμβάνονται 39 προτάσεις. Εἰς αὐτὰς ἐξετάζεται τὸ ἐμβαδὸν εὐθυγράμμων ἢ καμπυλογράμμων ἐπιφανειῶν ἢ καὶ μεικτῶν δι᾽ ἀριθμητικῶν παραδειγμάτων, τὰ ὁποῖα εἶναι συντεταγμένα με τὰ πολλῆς ἐπιμελείας. Ἐκτὸς τῆς εὑρέσεως τοῦ ἐμβαδοῦ διαφόρων τριγώνων καὶ τετραγώνου, ρόμβου κλπ., ὑπολογίζεται τὸ ἐμβαδὸν τῶν κανονικῶν πολυγώνων, πενταγώνου, ἑξαγώνου, ἑπταγώνου, ὀκταγώνου, ἐννεαγώνου, δεκαγώνου, ἑνδεκαγώνου, δωδεκαγώνου, κυρτῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου, καὶ ἡ ἐπιφάνεια σφαιρικοῦ τμήματος. Ἐκ τῆς 26ης προτάσεως πληροφορούμεθα ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης εἰς τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Πλινθίδες καὶ κύλινδροι πραγματείαν του (ἀπολεσθεῖσαν) εὑρίσκει καλυτέραν προσέγγισιν ἐκείνης, τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν εἰς τὴν πραγματείαν του Κύκλου μέτρησις, διὰ τὸν λόγον τῆς περιφερείας πρὸς τὴν διάμετρον ἑνὸς κύκλου.

Ὡς 8η πρότασις τοῦ α' βιβλίου περιέχεται ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ ἑνὸς τριγώνου συναρτήσει τῶν πλευρῶν αὐτοῦ, αἵτινες ἐκφράζονται διὰ τῶν ἀριθμῶν 7, 8, 9. Πρὸς εὕρεσιν τοῦ ἐμβαδοῦ αὐτοῦ χρησιμοποιεῖται ὁ περίφημος ἀλγεβρικὸς τύπος, ὁ ὁποῖος εἰς ὅλα τὰ γυμνασιακὰ ἐγχειρίδια φέρεται ὡς ὁ τύπος τοῦ Ἥρωνος. Κατὰ τὰ τελευταῖα ὅμως ἔτη παρετηρήθη ὅτι ὁ τύπος αὐτὸς κατὰ τὸν Ἄραβα μαθηματικὸν Al - Biruni (973 - 1048) εἶναι ἀνακάλυψις τοῦ Ἀρχιμήδους (Al - Birunj Ἐπὶ τῆς εὑρέσεως τῶν χορδῶν (ἡμιτόνων) εἰς κύκλους. Ἴδε H. Suter, Das Buch der Auffindung der Sehnen im Kreise..., Bibliotheca Mathematica 3ον τεῦχος, τόμος II (1910 - 11), σελὶς 39, κατὰ M. Clagett, Archimedes in the Middle ages The University of Wisconsin Press, Madison 1964, σελὶς 7).

Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ παραβολικοῦ τμήματος, ὡς καὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας κυλίνδρου, κώνου καὶ ἐπιφανείας σφαίρας γίνεται διὰ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀνακαλυφθέντων συναφῶν θεωρημάτων. Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ ἀτάκτων ἐπιφανειῶν, ὅπως π.χ. τῆς ἐπιφανείας ἑνὸς ἀνδριάντος, γίνεται διὰ τῆς περικαλύψεως τοῦ ἀνδριάντος διὰ λεπτοῦ χάρτου ἢ σινδόνης καὶ ἀκολούθως διὰ τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ χάρτου ἢ τῆς σινδόνης. Ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ ἀκανονίστων εὐθυγράμμων ἐπιπέδων σχημάτων γίνεται διὰ τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν σχημάτων αὐτῶν εἰς τρίγωνα.

Εἰς τὸ β' βιβλίον τῶν Μετρικῶν γίνεται ὁ ἀριθμητικὸς ὑπολογισμὸς πρὸς εὕρεσιν τῶν ὄγκων ποικίλων στερεῶν σωμάτων, μεταξὺ τῶν ὁποίων περιλαμβάνονται τὰ πέντε κανονικὰ πολύεδρα, ἤτοι ὁ κύβος, ἡ πυραμὶς (τετράεδρον), τὸ ὀκτάεδρον, τὸ εἰκοσάεδρον, τὸ δωδεκάεδρον. Ἀκολούθως μνημονεύεται ὡς μέθοδος τοῦ Ἀρχιμήδους ὁ τρόπος ὑπολογισμοῦ τοῦ ὄγκου ἀτάκτου στερεοῦ, τὸ ὁποῖον βυθίζομεν ἐντὸς παραλληλεπίδου σχήματος δεξαμενῆς περιεχούσης ὕδωρ. Ὁ ὄγκος τοῦ ἐκχυνομένου ὕδατος, μετὰ τὴν ἐμβάπτισιν τοῦ σώματος (ἀδιαλύτου εἰς τὸ ὕδωρ) εἶναι φανερόν, λέγει, ὅτι ἰσοῦται μὲ τὸν ὄγκον τοῦ σώματος.

Εἰς τὸ γ' βιβλίον τῶν Μετρικῶν περιέχονται 23 προτάσεις εἰς τὰς ὁποίας ἐξετάζονται αἱ διαιρέσεις ἐπιφανειῶν, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰς μετρήσεις αὐτῶν αἱ ὁποῖαι γίνονται εἰς τὰ προηγούμενα δύο πρῶτα βιβλία. Τὸ τρίτον βιβλίον ἐξεδίδετο παλαιότερον ὡς Γεωδαισία τοῦ Ἥρωνος. Εἰς πολλὰ προβλήματα τῶν Μετρικῶν γίνεται ἐξαγωγὴ τῆς τετραγωνικῆς καὶ κυβικῆς ρίζης ἀριθμῶν κατὰ τρόπον, ὁ ὁποῖος προκαλεῖ τὸν θαυμασμόν. Φαίνεται ὅμως ὅτι αἱ μέθοδοι αὐταὶ δὲν εἶναι ἐπινοήσεις τοῦ Ἥρωνος ἀλλὰ πολὺ προγενεστέρων μαθηματικῶν. Τινὰς ἐκ τῶν μεθόδων αὐτῶν συναντῶμεν καὶ εἰς τοὺς Βαβυλωνίους, οἵτινες, θεωρεῖται βέβαιον, παρέλαβον αὐτὰς κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου, ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων. Τοῦτο συνάγεται ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι αἱ βαβυλωνιακαὶ πινακίδες, αἱ περιέχουσαι τοιαῦτα συναφῆ προβλήματα προέρχονται ἐξ ἀρχαιοκαπηλείας κατὰ τὸ πλεῖστον καὶ ἑπομένως εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδιορισθῇ ὁ χρόνος γραφῆς αὐτῶν.

Ἡ πραγματεία Περὶ διόπτρας περιλαμβάνει 37 προτάσεις. Εἰς τὰς πρώτας πέντε ἐξ αὐτῶν γίνεται ἡ περιγραφὴ τῆς διόπτρας. Τὸ ὄργανον αὐτὸ θὰ ἔχῃ βέβαια καὶ προϊστορίαν εἰς τὴν κατασκευήν του, τὴν ὁποίαν δὲν γνωρίζομεν ἀλλὰ τὴν ὑποθέτομεν. Ἡ τελειοποιημένη ὅμως μορφή του, ὑπὸ τὴν ὁποίαν παρουσιάζεται εἰς τὴν συναφῆ πραγματείαν, εἶναι ἀποκλειστικὸν ἐπίτευγμα τοῦ Ἥρωνος καὶ ἀποτελεῖ ἔξοχον τεχνικὸν δημιούργημα τοῦ ἑλληνικοῦ πνεύματος. Ὡς 15η πρότασις τῆς Περὶ διόπτρας πραγματείας περιλαμβάνεται τὸ γεωμετρικὸν πρόβλημα τῆς διανοίξεως σήραγγος εἰς λόφον, ὅταν οἱ ἐργάται διανοίγουν αὐτὴν ἐργαζόμενοι ἐκ δύο ἀντιθέτων μερῶν τοῦ λόφου (τῶν δύο ἄκρων τῆς σήραγγος), καὶ βοηθούμενοι πρὸς τοῦτο ὑπὸ τῆς διόπτρας. Διάνοιξις τοιαύτης σήραγγος ἔχει γίνει εἰς λόφον τῆς Σάμου, ἐπὶ Ἄρχοντος Πολυκράτους (περὶ τὸ 550 π.Χ.) ὑπὸ τοῦ ἐκ Μεγάρων καταγομένου μηχανικοῦ Εὐπαλίνου. Κατὰ τὴν διάνοιξιν αὐτὴν οἱ ἐργάται ἐργαζόμενοι συγχρόνως ἐκ δύο ἀντιθέτων μερῶν τοῦ λόφου διήνοιξαν σήραγγα μήκους 1.000 μέτρων καὶ εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς ἡ συνάντησις τῶν ἐργατῶν ἀπέκλινε τῆς ἐκ τῶν στομίων τῆς σήραγγος ἀγομένης εὐθείας κατὰ 10 περίπου μέτρα. Δὲν εἶναι γνωστὸν ἂν ὁ Εὐπαλῖνος ἐχρησιμοποίησε στοιχειώδη τινα διόπτραν κατὰ τὴν διάνοιξιν αὐτήν. Ἂς σημειωθῇ ἐνταῦθα ὅτι ἡ παλαιοτέρα πληροφορία περὶ τῆς χρησιμοποιήσεως φακῶν εἰς τὰς Ἀθήνας ὀφείλεται εἰς τὸν Ἀριστοφάνη (ἀκμὴ περὶ τὸ 430 μ.Χ.). Εἶναι δὲ οἱ φακοὶ ἀπαραίτητα μέρη τῆς διόπτρας.

Ὁ τέταρτος τόμος τῶν Ἁπάντων τοῦ Ἥρωνος περιλαμβάνει τοὺς ὁρισμοὺς ὑπὸ τὸν τίτλον Ἥρωνος ὅροι τῶν γεωμετρίας ὀνομάτων καὶ τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Γεωμετρικὰ πραγματείαν. Προτάσσονται 136 ὁρισμοὶ καὶ σημειοῦται ὡς 137 ὁρισμὸς «Ἥρωνος εἰσαγωγαὶ τῶν γεωμετρουμένων». Φαίνεται ὅτι ἡ προηγουμένη φράσις ἀπετέλει τὸν τίτλον μεγαλυτέρας πραγματείας, ἡ ὁποία περιεῖχε καὶ τοὺς ὁρισμούς. Ἐπακολουθεῖ ἡ ἑρμηνεία ἑκάστου ὁρισμοῦ. Εἰς αὐτοὺς περιλαμβάνονται τὰ 5 αἰτήματα καὶ αἱ 9 κοιναὶ ἔννοιαι τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου καὶ ἄλλαι πληροφορίαι ἱστορικοῦ περιεχομένου καὶ συμβολικῆς παραστάσεως καὶ ἑρμηνείας ἀριθμῶν τιγων καὶ γεωμετρικῶν σχημάτων, ὡς ἐπίσης καὶ ἐρωτήματα, τί εἶναι μαθηματικὴ ἐπιστήμη καὶ εἰς τί διαιροῦνται αἱ ἀρχαὶ τῆς γεωμετρίας.

Εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν Γεωμετρικῶν προτάσσεται συμβολισμὸς σημείων τῆς γεωμετρίας, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸν πρῶτον ἀλγεβρικὸν συμβολισμὸν εἰς τὴν Ἱστορίαν τῶν Μαθηματικῶν. Κατὰ ταῦτα 51 ἀριθμητικαὶ ἢ γεωμετρικαὶ ἐκφράσεις ἢ ἁπλῶς λέξεις χρησιμοποιούμεναι εἰς τὰ μαθηματικὰ ἐκφράζονται διὰ συμβόλων ἢ διὰ συντμήσεων. Αὗται εἶναι: σημεῖον, τοῖς, οὐδέν, κεῖται, ἀπλατές, γωνία, ἥτις, δίχα, ἐξ ἴσου, μέρος, ἑαυτῆς, μῆκος, ἐπίπεδος, εὐθεῖα, κλίσει, τμῆμα, ἐστιν, ἐπί, γραμμῆς, ἐπιφάνεια, πέρατα, ἁπτομένης, ἀλλήλοις, τέμνει, περισσεύουσαι, ἡμικύκλιον, εὐθύγραμμος, ὀρθή, καλεῖται, ὀξεῖα, τινός, κέντρον, περιφέρεια, ἀριθμοί, ἔστω, σταθεῖσα, ἑκατέρα, ἀμβλεῖα, ἔλασσον ὀρθῆς, κύκλος, διάμετρος, ἀριθμός, ἀριθμῶν, ἐφεξῆς, κάθετος, μείζων, ἐλάττων, σχῆμα, προσπίπτουσα, ἠγμένα, ἀριθμοῦ.

Τὸ σύμβολον διὰ τὸν ἀριθμὸν εἶναι ἡ παράστασις τοῦ σημερινοῦ ἀγνώστου χὶ (χ) τῆς ἀλγέβρας, τὸ ὁποῖον 300 περίπου ἔτη μετὰ τὸν Ἥρωνα ἀπαντῶμεν χρησιμοποιούμενον ὑπὸ τοῦ Διοφάντου εἰς τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Ἀριθμητικὰ πραγματείαν του. (Ε. Σ. Σταμάτη, Διοφάντου Ἀριθμητικά, ἡ ἄλγεβρα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, Ἀθῆναι 1963, σελὶς 14).

Εἰς τὰ Γεωμετρικὰ περιέχονται πολλαὶ ὀνομασίαι μέτρων καὶ σταθμῶν. Μεταξὺ αὐτῶν περιλαμβάνεται τὸ μίλιον, τὸ ὁποῖον εἶναι μονὰς μήκους ρωμαϊκὴ καὶ τὸ ἰούγερον, τὸ ὁποῖον εἶναι μονὰς ἐπιφανείας ἐπίσης ρωμαϊκή. Ἐὰν αἱ ὀνομασίαι αὗται εἶναι πράγματι τοῦ Ἥρωνος καὶ δὲν εἶναι παρεμβολαὶ μεταγενεστέρων, ὁ χρόνος ἀκμῆς τοῦ Ἥρωνος δέον νὰ τεθῇ εἰς ἐποχὴν κατὰ τὴν ὁποίαν οἱ Ρωμαῖοι εἶχον ἤδη ὑπὸ τὴν κατοχήν των τὴν Αἴγυπτον ἐπὶ δεκάδας τινὰς ἐτῶν, ἤτοι 47 π.Χ. καὶ ἑξῆς. Καὶ εἰς τὰ Γεωμετρικὰ παρατηροῦμεν ἐφαρμογὴν ἀλγεβρικῶν τύπων (διὰ λέξεων) καὶ ἐξαγωγὴν τετραγωνικῶν ριζῶν ἀλγεβρικῶν παραστάσεων (σελὶς 366 - 368). (Σελίδες 450).

Ὅτι τὰ Γεωμετρικὰ εἴς τινα σημεῖα περιέχουν παρεμβολὰς μεταγενεστέρων συγγραφέων φαίνεται ἐκ τῆς σελίδος 386, ὅπου γράφεται Προσθήκη Πατρικίου λαμπροτάτου θεωρήματος καὶ τῆς σελίδος 388, ὅπου γράφεται Προσθήκη Μακαρίου λαμπροτάτου θεωρήματος. Καὶ ἡ διάταξις ἐν γένει τῆς ὕλης τῶν Γεωμετρικῶν φανερώνει ὅτι τὸ ἔργον τοῦτο δὲν ἐσώθη, ὡς εἶχεν ἀρχικῶς συνταχθῇ ὑπὸ τοῦ Ἥρωνος. Τὸ αὐτὸ δύναται νὰ λεχθῇ καὶ διὰ τὸ περιεχόμενον τοῦ πέμπτου τόμου.

Ὁ πέμπτος τόμος περιλαμβάνει τὴν μέτρησιν τῶν στερεῶν μετὰ πλείστων ἀριθμητικῶν παραδειγμάτων εἰς 162 σελίδας καὶ τὴν μικρὰν πραγματείαν ὑπὸ τὸν τίτλον Περὶ μέτρων ἀπὸ τῆς σελ. 162 - 219. Εἴς τινας σελίδας μέχρι τοῦ τέλους τοῦ πέμπτου τόμου (σελ. 275) περιλαμβάνονται σχόλια μεταγενεστέρων καὶ εὑρετήριον τῶν τόμων 4 καὶ 5.

Ὅτι ὁ Ἥρων ἦτο σπουδαῖος μαθηματικὸς συνάγεται καὶ ἐκ τῆς ὑπ' αὐτοῦ ἐπιλύσεως τοῦ δηλίου προβλήματος, τὴν ὁποίαν διέσωσεν ὁ σχολιαστὴς ἔργων τοῦ Ἀρχιμήδους Εὐτόκιος ὁ Ἀσκαλωνίτης.

Ἐκ τῶν ποικίλων συσκευῶν τοῦ Ἥρωνος εἶχον προκαλέσει ἐντύπωσιν καὶ θαυμασμὸν ἡ κρήνη τοῦ Ἥρωνος, ὁ ἀτμοστρόβιλος ὁ ᾄδων κόσσυφος καὶ ἐν γένει τὰ αὐτόματα μηχανήματα.

Ἡ περίφημος συσκευὴ τοῦ ὁδομέτρου, λειτουργοῦντος δι᾿ ὀδοντωτῶν τροχῶν (τὸ σημερινὸν ταξίμετρον τῶν αὐτοκινήτων) περιγράφεται εἰς τὴν Μηχανικὴν τοῦ Ἥρωνος, τὴν περισωθεῖσαν εἰς τὴν ἀραβικὴν καὶ ἀναφέρεται εἰς τὴν ὑπὸ τὸν τίτλον Συναγωγὴ πραγματείαν τοῦ Πάππου, ὅστις ἤκμασε περὶ τὸν 3 - 4 αἰῶνα μ.Χ. Παρομοία συσκευὴ χρησιμοποιουμένη διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ὑπὸ τῶν πλοίων διανυομένων ἀποστάσεων, καλουμένη δρομόμετρον, μνημονεύεται ὑπὸ τοῦ Βυζαντινοῦ συγγραφέως Τζέτζη (11ος αἰὼν) ὡς ἐπινόησις τοῦ Ἀρχιμήδους.

ΠΑΡΟΡΑΜΑΤΑ

Σελὶς	9, 25.	Ἀντὶ	δημιουγίας	νὰ	γραφῇ	δημιουργίας
»	19, 3	»	Spengler	»	»	Spengel
»	34, 14	»	Heiber	»	»	Heiberg
»	41, 31	»	τελεῆς	»	»	τελετῆς
	75, 12	»	Hultsc	»	»	Hultsch
	76, 2	»	ἑοῖς	»	»	ἑοῖο
»	77, 32	»	Ἡμέρα	»	»	Ἱμέρα
»	82, 10	»	Zampert	»	»	Zamperti
»	112, 4	»	λέγοντα	»	»	λέγοντι

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

Α

Β

Γ

Δ

Ε

Ζ

Η

Θ

I

K

Λ

M

N

Ξ

O

Π

P

Σ

Τ

Υ

Φ

Χ

Ψ

Ω

B

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Euclidis opera omnia, ed. J. L. Heiberg - H. Menge, vol. 8, Lipsiae 1883—1916.
Εὐκλείδου Στοιχεῖα, ἐκδ. Ε. Σ τ α μ ά τ η ς, τόμ. 4, Ἀθῆναι 1952 - 1957.
Archimedis opera omnia, ed. J. L. Heiberg, vol 3, Lipsiae 1910, 1913, 1915.
Ἀρχιμήδους Τετραγωνισμὸς παραβολῆς, ἐκδ. Ε. Σ τ α μ ά τ η ς, Ἀθῆναι 1946.
Ἀρχιμήδους Μηχανικὰ Ι ἢ Κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων Ι, ἐκδ. Ε. Σ τ α μ ά τ η ς, Ἀθῆναι 1946.
Ἀρχιμήδους Κύκλου μέτρησις, ἐκδ. Ε. Σ τ α μ ά τ η ς, Ἀθῆναι 1950.
Apollonfi Pergaei, ed. J. L. Heiberg, vol. 2, Lipsiae 1891, 1893.
Θέων Σμυρναῖος, Περὶ τῶν κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρησίμων εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν ed E. Hiller, Lipsiae 1878.
Ἰαμβλίχου, Περὶ τῆς Νικομάχου Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς, ἐκδ. H. Pistelli Lipsiae 1894.
Νικομάχου Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή, ἔκδ. R. Hoche, Lipsiae 1866.
Πρόκλου Σχόλια εἰς α' Στοιχείων Εὐκλείδου, ἔκδ. G. Friedlein, Lipsiae 1873
Σ τ α μ ά τ η ς Ε ὐ ά γ γ ε λ ο ς. Τὸ δήλιον πρόβλημα καὶ ἡ τριχοτόμησις γωνίας, Ἀθῆναι 1949.
Becker, Oskar - Hofmann, Joseph E. Geschichte der Mathematik, Bonn 1951.
Becker, Oskar, Das mathematische Denken der Antike, Göttingen 1957.
Becker, Oskar, Die Grundlagen der Mathematik, Freiburg - München 1964.
Brumbaugh, Robert, Plato's mathematical imagination, Bloomington 1954.
Brumbaugh, Robert, Plato on the one, New Haven 1961.
Brumbaugh, Robert, The philosophers of Greece, New York 1964.
Brumbaugh, Robert, Ancien Greek Gadgets and Mashines, New York 1966.
Cohen - Drabcin, A source book in Greek Sience New York 1948.
Heath, Thomas, A History of Greek Mathematics, vol. 2, Oxford 1921.
Hofmann, Joseph E., Geschichte der Mathematik, Sammlung Göschen 3 Bände, Nr. 226/226a, 875, 882.
Meschkowski, Herbert, Wandlungen des mathematischen Denkens, Braunschweig 1960.
Michel, Paul-Henri. De Pythagore a Euclide, Paris 1950
Mugler, Charles. Euclide. Extraits des Eléments, Paris 1967.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΤΥΠΟΓΡΑΦ. : ΜΠΕΝΕΤΑΤΟΥ - ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ
Μενάνδρου 21 - Τηλ. 521-448 - 'Αθῆναι