ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΣΑΜΙΟΥ

ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

2300τὴ ἐπέτειος τῆς γεννήσεώς του
320 π.Χ. - 1980

ΑΘΗΝΑΙ 1980

ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΣΑΜΙΟΥ

ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

2300τὴ ἐπέτειος τῆς γεννήσεώς του
320 π.Χ. - 1980

ΑΘΗΝΑΙ 1980

ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

ἈΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΣΑΜΙΟΥ

ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

2300τὴ ἐπέτειος τῆς γεννήσεώς του
320 π.Χ.— 1980

ΑΘΗΝΑΙ 1980

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Ὁ μέγας ἀστρονόμος καὶ μαθηματικὸς τῆς ἀρχαιότητος, Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ἐγεννήθη εἰς τὴν Σάμον περὶ τὸ 320 π.Χ. Ἤδη δὲ συμπληροῦνται 2300 ἔτη ἀπὸ τῆς γεννήσεώς του (320 π.Χ.-1980 μ.Χ.). Ὑποτίθεται ὅτι ἀπέθανε περὶ τὸ 240 π.Χ. Ἀκριβῆ βιογραφικὰ στοιχεῖα τοῦ Ἀριστάρχου δὲν ὑπάρχουν. Αἱ μόναι σωζόμεναι σχετικαὶ πληροφορίαι εἶναι ὅτι ὑπῆρξεν ἐν Ἀθήναις μαθητὴς τοῦ περιπατητικοῦ φιλοσόφου Στράτωνος[1] τοῦ Λαμψακηνοῦ (ἐκ τῆς πόλεως τοῦ Ἑλλησπόντου Λάμψακος), ὅστις διεδέχθη εἰς τὴν διεύθυνσιν τῆς Σχολῆς τοῦ Ἀριστοτέλους τὸν Θεόφραστον κατὰ τὸ ἔτος 288/287, καὶ ὅτι ἐξετέλεσεν (ἐν Ἀθήναις) παρατήρησιν ἐπὶ τοῦ θερινοῦ ἡλιοστασίου[2] κατὰ τὸ ἔτος 281/280.

Ὁ Ἀρίσταρχος εἶναι ὁ πρῶτος Ἕλλην ἀστρονόμος ὁ διατυπώσας τὴν θεωρίαν τοῦ ἡλιοκεντρικοῦ συστήματος[3]. Γνῶσιν τῆς θεωρίας αὐτῆς, ἡ ὁποία δὲν ἐσώθη, λαμβάνομεν παρὰ τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ τοῦ Πλουτάρχου. Ὁ Ἀρχιμήδης εἰς τὴν πραγματείαν αὐτοῦ Ψαμμίτης[4] γράφει τὰ ἑξῆς:

«Γνωρίζεις δὲ (βασιλεῦ Γέλων), ὅτι ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρονόμων κόσμος καλεῖται ἡ σφαῖρα, τῆς ὁποίας κέντρον μὲν εἶναι τὸ κέντρον τῆς γῆς, ἡ δὲ ἀκτὶς εἶναι ἴση πρὸς τὴν εὐθεῖαν τὴν μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου καὶ τοῦ κέντρου τῆς γῆς· διότι αὐτὰ τὰ ἔχεις πληροφορηθῆ ἀπὸ τὰς συνήθεις διδασκαλίας τῶν ἀστρονόμων. Ὁ Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ἐδημοσίευσε μερικὰς γραφὰς ἐκ τῶν ὑποθέσεων τῶν ὁποίων συνάγει, ὅτι ὁ κόσμος εἶναι πολὺ μεγαλύτερος τοῦ ἤδη λεχθέντος. Διότι ὑποθέτει, ὅτι οἱ μὲν ἀπλανεῖς ἀστέρες καὶ ὁ ἥλιος μένουν ἀκίνητοι, ἡ δὲ γῆ περιφέρεται κατὰ κύκλου περιφέρειαν περὶ τὸν ἥλιον, ὁ ὁποῖος εὑρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τῆς ὑπ' αὐτῆς διαγραφομένης τροχιᾶς, ὅτι δὲ ἡ σφαῖρα τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων, ἡ ὁποία ἔχει τὸ αὐτὸ κέντρον μὲ τὸν ἥλιον, εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε ὁ κύκλος τὸν ὁποῖον διαγράφει ἡ γῆ κατὰ τὴν ὑποτιθεμένην περιφοράν της, νὰ ἔχῃ τοιαύτην ἀναλογίαν πρὸς τὴν ἀπόστασιν τῶν ἀπλανῶν, ὁποίαν ἔχει τὸ κέντρον τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν».

Ὁ δὲ Πλούταρχος γράφει τὰ ἑξῆς:

1. «Μόνον κύτταξε μήπως ἐμπλέξῃς ἡμᾶς εἰς κατηγορίαν ἐπὶ ἀσεβείᾳ,

---

1. Ἀέτιος (φιλόσοφος ἐξ Ἀντιοχείας τοῦ Α' αἰ. μ.Χ.) 1.15.5. H. Diels, Doxographi Graeci (D.G.) σελ. 313, 5.

2. Πτολεμαίου Σύνταξις ΙΙΙ 2, σελ. 203-206, Heiberg.

3. Τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, ὑπὸ Εὐ. Σ. Σταμάτη, Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Ἀθῆναι 1971, τόμος 46.

4. Ἀρχιμήδους Ἅπαντα, ὑπὸ Εὐ. Σ. Σταμάτη, τόμος Β', Ἀθῆναι 1973, σελὶς 180, 25. Ἔκδοσις Τεχνικοῦ Ἐπιμελητηρίου τῆς Ἑλλάδος.

ὡς ἐνόμιζεν ὅτι ἔπρεπε νὰ κάμῃ ὁ Κλεάνθης διὰ τὸν Ἀρίσταρχον τὸν Σάμιον ἐγκαλῶν αὐτὸν εἰς τοὺς Ἕλληνας ἐπὶ ἀσεβείᾳ, ὡς κινοῦντα τὴν ἑστίαν τοῦ κόσμου (δηλ. τὴν γῆν), διότι προσεπάθει ὁ ἄνθρωπος νὰ σώσῃ τὰ φαινόμενα, ὑποθέτων, ὅτι ἡ οὐράνιος σφαῖρα μένει ἀκίνητος, καὶ ὅτι ἡ γῆ κινουμένη διαγράφει λοξὸν κύκλον (τὴν ἐκλειπτικὴν), συγχρόνως δὲ στρέφεται καὶ περὶ τὸν ἄξονά της». (Πλούταρχος, Περὶ τοῦ ἐμφαινομένου προσώπου τῷ κύκλῳ τῆς σελήνης, 922 F).

2. «Ποῖον ἐκ τῶν δύο, ἐθεώρει τὴν γῆν ἀκίνητον (ὁ Πλάτων) ἢ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐκίνει τὴν γῆν, καθὼς ἔλεγεν, ὅτι κινεῖται ὁ ἥλιος καὶ ἡ σελήνη καὶ οἱ πέντε πλανῆται, τοὺς ὁποίους ἐκάλει ὄργανα τοῦ χρόνου διὰ τὰς τροπὰς καὶ ἔπρεπε τὴν γῆν «περιστρεφομένην περὶ τὸν ἄξονα τοῦ κόσμου» νὰ μὴ τὴν θεωρῇ συνεχομένην (μὲ τὸν ἄξονα) καὶ ἀκινητοῦσαν, ἀλλὰ νὰ τὴν νοῇ ὡς περιστρεφομένην καὶ προχωροῦσαν, ὅπως βραδύτερον ἐπρέσβευον ὁ Ἀρίσταρχος καὶ ὁ Σέλευκος, ὁ μὲν μόνον ὑποθέτων τοῦτο, ὁ δὲ Σέλευκος καὶ ἀποδεικνύων αὐτό; Ὁ Θεόφραστος δὲ διηγεῖται προσέτι, ὅτι ὁ Πλάτων γενόμενος πρεσβύτερος μετενόησε, διότι εἶχεν ἀποδώσει εἰς τὴν γῆν τὴν μὴ προσήκουσαν θέσιν τοῦ κέντρου τοῦ κόσμου». (Πλούταρχος, Πλατωνικὰ ζητήματα, Η', 1).

Διὰ τὴν θεωρίαν τοῦ Ἀριστάρχου περὶ τοῦ ἡλιοκεντρικοῦ συστήματος ὁ Στωϊκὸς φιλόσοφος Κλεάνθης ὑπέβαλε κατ' αὐτοῦ μήνυσιν ἐπὶ ἀθεΐα, ἐπειδὴ αὕτη ἦτο ἀντίθετος πρὸς τὴν τότε ἰσχύουσαν θρησκευτικὴν πεποίθησιν, ὅτι ἡ γῆ εἶναι θεὰ ἀκίνητος. Πᾶσα θεωρία ἀντίθετος πρὸς τὴν πεποίθητιν αὐτὴν ἐτιμωρεῖτο ἐν Ἀθήναις μὲ θάνατον. Φαίνεται λοιπόν, ὅτι ὁ Ἀρίσταρχος μετὰ τὴν ὑποβολὴν τῆς μηνύσεως αὐτῆς ἐδραπέτευσεν ἐξ Ἀθηνῶν καὶ μετέβη εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν, ὅπου δὲν ἐξικνεῖτο ἡ ποινικὴ δίωξις τῶν Ἀθηνῶν. Πιθανώτατα δὲ ἀπέθανεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν.

3. Ἡ ἀνὰ χεῖρας μικρὰ πραγματεία τοῦ Ἀριστάρχου διεσώθη κατ' εὐτυχῆ συγκυρίαν, διότι αὕτη συνεξεδίδετο μὲ ἄλλας μικρὰς πραγματείας εἰς ἓν βιβλίον ὑπὸ τὸν τίτλον «Μικρὸς ἀστρονομούμενος», χρήσιμον διὰ τὴν κατανόησιν τῆς Μαθηματικῆς Συντάξεως τοῦ μεγάλου ἀστρονόμου τῆς ἀρχαιότητος, Κλαυδίου Πτολεμαίου (100-170 μ.Χ.).

Κατὰ τὰς ἐκ τοῦ Πάππου ἐνδείξεις[5], αἱ πραγματεῖαι τοῦ ἐν λόγῳ βιβλίου ἦσαν:

1. Αὐτολύκου (ἐκ Πιτάνης, παραθαλασσίας πόλεως τῆς Μυσίας, ἔναντι τῆς Λέσβου, σύγχρονος τοῦ Εὐκλείδου), Περὶ κινουμένης σφαίρας.
2. Εὐκλείδου (360-280 π.Χ. περίπου), Ὀπτικά, Φαινόμενα.
3. Θεοδοσίου (2-1 αἰ. π.Χ.), Σφαιρικά, Περὶ ἡμερῶν καὶ νυκτῶν.
4. Ἀριστάρχου Σαμίου, Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ἡλίου καὶ σελήνης.

---

5. Πάππου Ἀλεξανδρέως Συναγωγῆς VI, σελ. 474 καὶ 554, F. Hultsch.

Ὁ Heiberg[6] *θεωρεῖ πιθανόν, ὅτι τὸ ἀνωτέρω βιβλίον, Μικρὸς ἀστρονομούμενος, περιεῖχε καὶ ἄλλας μικρὰς πραγματείας τοῦ Αὐτολύκου, τοῦ Εὐκλείδου, τοῦ Θεοδοσίου καὶ τοῦ Ὑψικλέους.*

Ἡ πρώτη δημοσίευσις ἐν Εὐρώπῃ τῆς πραγματείας τοῦ Ἀριστάρχου Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ἡλίου καὶ σελήνης ἔγινεν εἰς Λατινικὴν μετάφρασιν ἐν Βενετίᾳ ὑπὸ τοῦ καθηγητοῦ Γεωργίου Βάλλα κατὰ τὸ 1488. Δευτέρα ἔκδοσις τοῦ βιβλίου τούτου ἔγινεν ὑπὸ τοῦ ἰδίου κατὰ τὸ ἔτος 1498 καὶ τρίτη κατὰ τὸ 1503. Εἰς Λατινικὴν ἐπίσης μετάφρασιν ἐξεδόθη τοῦτο ὑπὸ τοῦ Commandinus ἐν Ἰταλίᾳ (Pisauri) 1572.

Ἡ πρώτη ἔκδοσις τοῦ Ἑλληνικοῦ κειμένου ἐν Εὐρώπῃ ἔγινεν ἐν Oxford ὑπὸ τοῦ Johannes Wallis κατὰ τὸ 1688, ὑπὸ τὸν ἀκόλουθον τίτλον, τὸν ὁποῖον παραλαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐκδόσεως Thomas Heath, Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus, Oxford, at the Clarendon Press, 1966.

4. Ὑπάρχουν πολλὰ χειρόγραφα τοῦ Ἑλληνικοῦ κειμένου εἰς τὰς βιβλιοθήκας τοῦ Βατικανοῦ, τῶν Παρισίων, τῆς Βενετίας, τοῦ Μιλάνου, τῆς Βιέννης, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἀρχαιότερον καὶ καλλίτερον εὑρίσκεται εἰς τὴν βιβλιοθήκην τοῦ Βατικανοῦ ὑπ' ἀριθ. 204 Gr. τοῦ X αἰῶνος. Εἰς τὰς αὐτὰς βιβλιοθήκας ὑπάρχουν καὶ χειρόγραφα τῆς πραγματείας ταύτης εἰς τὴν Ἀραβικήν.

Κατὰ τὸ 1810 ἐξεδόθη καὶ ἐν Παρισίοις τὸ Ἑλληνικὸν κείμενον ὑπὸ τοῦ Κόμητος Fortia d' Urban, ὑπὸ τὸν τίτλον «Histoire d'Aristarque de Samos suivie de la traduction de son ouvrage sur les distances du soleil et de la lune. Μετάφρασις τούτου Γαλλικὴ ἐξεδόθη ἐν Παρισίοις κατὰ τὸ 1813.

Κατὰ τὸ 1854 ἐξεδόθη ἐν Γερμανίᾳ (Freiburg in Br.) Γερμανικὴ μετάφρασις ὑπὸ τοῦ A. Nokk καὶ κατὰ τὸ 1856, ἐπίσης ἐν Γερμανίᾳ (Stralsund) τὸ Ἑλληνικὸν κείμενον ὑπὸ τοῦ E. Nizze.

Κατὰ τὸ 1913 ἐξεδόθη ἐν Ἀγγλίᾳ (Oxford) ἡ λαμπρὰ πραγματεία τοῦ Thomas Heath, ὑπὸ τὸν τίτλον «Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus, σελίδες 425. Ἡ πραγματεία αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μέρη. Εἰς τὸ πρῶτον μέρος (σελ. 1-297) ἐκτίθεται ἡ ἱστορία τῆς Ἑλληνικῆς ἀστρονομίας ἀπὸ τοῦ Θαλοῦ (600 π.Χ.) μέχρι τοῦ Ἡρακλείδου (300 π.Χ. περίπου). Εἰς τὸ δεύτερον μέρος ἐκτίθεται μετὰ πολλῶν παρατηρήσεων ἡ πραγματεία τοῦ Ἀριστάρχου Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων ἡλίου καὶ σελήνης. Δευτέρα ἔκδοσις τῆς πραγματείας τοῦ Heath ἔγινε κατὰ τὸ 1959 καὶ τρίτη ἔκδοσις κατὰ τὸ 1966. Τὸ Ἑλληνικὸν κείμενον τῆς ἀνὰ χεῖρας πραγματείας ἐλήφθη ἐκ τῆς ἐκδόσεως ταύτης, ἡ ὁποία εἰς τὸ δεξιὸν μέρος περιέχει Ἀγγλικὴν μετάφρασιν.

5. Ἀφ' ἧς ἠλευθερώθη ἡ Ἑλλὰς (1830) μέχρι τοῦ 1971 οὐδεμία πραγματεία ἐδημοσιεύθη ἐν Ἑλλάδι περὶ τοῦ Ἀριστάρχου τοῦ Σαμίου ἐκτὸς συντόμων ἄρθρων περιλαμβανομένων εἰς τὰς διαφόρους Ἑλληνικὰς Ἐγκυκλοπαιδείας.

---

6. Heiberg, Literaturgeschichtliche Studien über Euklid, 1882, p. 152.

Κατὰ τὸ 1971 ἔγινε παρ' ἡμῶν ἀνακοίνωσις ἐν τῇ 'Ακαδημίᾳ 'Αθηνῶν, τόμος 46, ὑπὸ τὸν τίτλον «Τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τῶν ἀρχαίων 'Ελλήνων», ὅπου ἐκτίθεται πᾶν ὅ,τι ἦτο γνωστὸν διὰ τὴν ὁμώνυμον θεωρίαν τοῦ 'Αριστάρχου. Κατὰ τὸ 1973 ἐδημοσιεύθη παρ' ἡμῶν εἰς τὸ περιοδικὸν τῆς 'Ελληνικῆς Μαθηματικῆς 'Εταιρείας, «'Ο Εὐκλείδης», Νέα Σειρά, τόμος ΣΤ', τεῦχος 10, 'Ιούνιος, ἄρθρον ὑπὸ τὸν τίτλον «'Αρίσταρχος ὁ Σάμιος», περιέχον τὸ 7 θεώρημα τῆς ἀνὰ χεῖρας πραγματείας, καὶ κατὰ τὸ 1975 ἐδημοσιεύθη ἡμέτερον ἄρθρον περιέχον τὰ δύο πρῶτα θεωρήματα τῆς ἀνὰ χεῖρας πραγματείας, εἰς τὸν τόμον «Μνήμη Δημητρίου Αἰγινήτου». Τὸ 'Ελληνικὸν κείμενον τῶν ἀνωτέρω θεωρημάτων 1 καὶ 2 ἐλήφθη ἐκ τῆς ἐκδόσεως T. Heath, Oxford 1966.

'Η παροῦσα πραγματεία τοῦ 'Αριστάρχου ἀναφέρεται εἰς τὸ γεωκεντρικὸν σύστημα. 'Επομένως αὕτη ἐδημοσιεύθη παρ' αὐτοῦ πρὸ τῆς δημοσιεύσεως τῆς θεωρίας τοῦ ἡλιοκεντρικοῦ συστήματος. 'Ο Κλ. Πτολεμαῖος ἀναφέρει τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα χωρὶς νὰ μνημονεύῃ τὸν 'Αρίσταρχον (Μαθ. Σύνταξις, 1 κεφ. 7).

6. Εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ ἐπισημανθῇ ἀπὸ τοῦδε, ὅτι εἰς τὸ 7 θεώρημα τῆς ἀνὰ χεῖρας πραγματείας ὁ 'Αρίσταρχος προβαίνει διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ἱστορίαν τῆς 'Αστρονομίας, εἰς γεωμετρικὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀποστάσεως τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς. 'Η πρὸς τοῦτο χρησιμοποιουμένη μέθοδος θεωρεῖται μεγαλοφυής. (Heinrich Balss, Antike Astronomie, Heimeran, München 1949, σ. 280).

Τὰ ἀποτελέσματα ὅμως τῆς μετρήσεως ἀπέχουν πολὺ τῆς πραγματικότητος, διότι ὁ 'Αρίσταρχος δὲν εἶχε τὰ σύγχρονα μέσα μετρήσεως τῶν γωνιῶν. 'Εν προκειμένῳ λέγει, ὅτι, ὅταν ἡ σελήνη εὑρίσκεται εἰς τὸ πρῶτον ἢ τὸ τελευταῖον τέταρτον ἡ γωνία γῆ-σελήνη-ἥλιος εἶναι ὀρθή, καὶ ἡ γωνία σελήνη-γῆ-ἥλιος εἶναι 87^0, ἐν ᾧ αὕτη κατὰ τοὺς συγχρόνους ὑπολογισμοὺς εἶναι 89^0 50'. Εὑρίσκει λοιπὸν ὁ 'Αρίσταρχος, ὅτι ἡ ἀπόστασις ἡλίου-γῆς εἶναι 19 φορὰς μεγαλυτέρα τῆς ἀποστάσεως σελήνης-γῆς $(18 + 20 : 2)$, ἐνῷ κατὰ τοὺς συγχρόνους ὑπολογισμοὺς μὲ τὴν γωνίαν σελήνη-γῆ-ἥλιος, 89^0 50' εἶναι αὕτη 370 φορὰς μεγαλυτέρα. Διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους (ἔλλειψις ὀργάνων μετρήσεως τῶν γωνιῶν) τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων διὰ τὸν ὄγκον τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης δὲν εἶναι σύμφωνα πρὸς τὰ ἐκ τῶν νεωτέρων μετρήσεων τῶν γωνιῶν. 'Η μέθοδος ὅμως μετρήσεως τοῦ 'Αριστάρχου δὲν παύει νὰ εἶναι μεγαλοφυής. (H. Balss. ἔνθ' ἀνωτ.).

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗΣ

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΣΑΜΙΟΥ

Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων Ἡλίου καὶ Σελήνης,

ΒΙΒΛΙΟΝ.

ΠΑΠΠΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

Τοῦ τῆς Συναγωγῆς ΒΙΒΛΙΟΥ Β′

Ἀπόσπασμα.

ARISTARCHI SAMII

De Magnitudinibus & Diſtantiis Solis & Lunæ,

LIBER.

Nunc primum Græce editus cum Federici Commandini *verſione Latina, notiſq; illius & Editoris.*

PAPPI ALEXANDRINI

SECUNDI LIBRI

MATHEMATICÆ COLLECTIONIS,

Fragmentum,

Hactenus Deſideratum.

E Codice MS. edidit, Latinum fecit, Notiſque illuſtravit

JOHANNES WALLIS, S. T. D. Geometriæ Profeſſor Savilianus; & *Regalis Societatis* Londini, Sodalis.

OXONIÆ,

E THEATRO SHELDONIANO,

1688.

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

⟨ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ⟩

α΄. Τὴν σελήνην παρὰ τοῦ ἡλίου τὸ φῶς λαμβάνειν.

β΄. Τὴν γῆν σημείου τε καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν.

γ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, νεύειν εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον κύκλον.

δ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε αὐτὴν ἀπέχειν τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστῷ.

ε΄. Τὸ τῆς σκιᾶς πλάτος σεληνῶν εἶναι δύο.

ϛ΄. Τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου.

Ἐπιλογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον, ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον, διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως· τὸν

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

(ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ)

1. Ὅτι ἡ σελήνη λαμβάνει τὸ φῶς παρὰ τοῦ ἡλίου.
2. Ὅτι ἡ γῆ ἔχει λόγον πρὸς τὴν σφαῖραν τῆς σελήνης σημείου καὶ κέντρου.
3. Ὅταν εἰς ἡμᾶς φαίνεται φωτισμένον τὸ ἥμισυ τῆς σελήνης, κλίνει πρὸς τὸν ὀφθαλμόν μας ὁ μέγιστος κύκλος τῆς σελήνης ὁ καθορίζων τὸ σκιερὸν καὶ φωτεινὸν μέρος αὐτῆς.
4. Ὅταν ἡ σελήνη φαίνεται εἰς ἡμᾶς φωτισμένη κατὰ τὸ ἥμισυ αὐτῆς, τότε αὕτη ἀπέχει τοῦ ἡλίου ὀλιγώτερον ἑνὸς τεταρτημορίου καὶ μάλιστα τὸ τριακοστὸν τοῦ τεταρτημορίου (δηλ. ὀλιγώτερον τῶν 90^0 κατὰ $1/30$ τῶν 90^0 ἢ 3^0, καὶ ἑπομένως εἶναι ἴσον πρὸς 87^0).
5. Τὸ πλάτος τῆς σκιᾶς τῆς γῆς περιλαμβάνει δύο σελήνας.
6. Ἡ σελήνη ὑποτείνει $1/15$ μέρος ἑνὸς ζῳδίου (δηλ. $1/15$ τῶν 30^0 ἢ 2^0).

Ἤδη ὑπολογίζεται ὅτι ἡ ἀπόστασις τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ δεκαοκταπλασίου καὶ μικροτέρα τοῦ εἰκοσαπλασίου τῆς ἀποστάσεως τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς, ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ὑποθέσεως τῆς διχοτομίας· ὅτι δὲ αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς σελήνης διάμετρον· τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς γ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ πρὸς ς, διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου, τῆς ⟨τε⟩ περὶ τὴν σκιὰν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου ὑποτείνειν.

α΄.

Δύο σφαίρας ἴσας μὲν ὁ αὐτὸς κύλινδρος περιλαμβάνει, ἀνίσους δὲ ὁ αὐτὸς κῶνος τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· καὶ ἡ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν ἀγομένη εὐθεῖα ὀρθή ἐστιν πρὸς ἑκάτερον τῶν κύκλων, καθ' ὧν ἐφάπτεται ἡ τοῦ κυλίνδρου ἢ ἡ τοῦ κώνου ἐπιφάνεια τῶν σφαιρῶν.

Ἔστωσαν ἴσαι σφαῖραι, ὧν κέντρα ἔστω τὰ Α, Β σημεῖα, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους.

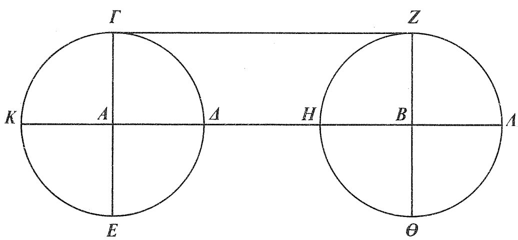


Fig. 16.

ποιείτω οὖν τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ κύκλους, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Α, Β τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΓΑΕ, ΖΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. καὶ ἐπεὶ τὸν αὐτὸν λόγον (ὡς προηγουμένως) ἔχει ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης· ὅτι δὲ ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἔχει λόγον μεγαλύτερον μὲν τοῦ 19/3, μικρότερον δὲ τοῦ 43/6, ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ εὑρεθέντος διὰ τὰς ἀποστάσεις λόγου, καὶ τῆς ὑποθέσεως διὰ τὴν σκιάν, καὶ τῆς ὑποθέσεως ὅτι ἡ σελήνη ὑποτείνει 1/15 μέρος τοῦ ζῳδίου.

(ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ)

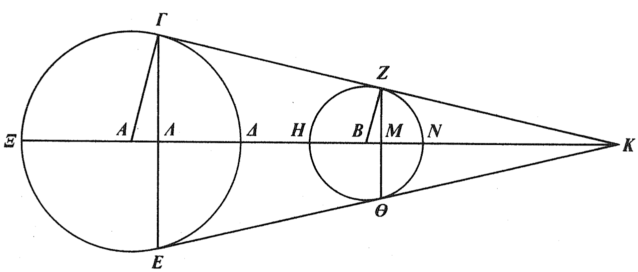
1

Δύο ἴσας σφαίρας τὰς περιλαμβάνει ὁ αὐτὸς κύλινδρος, ἀνίσους δὲ ὁ αὐτὸς κῶνος, ἔχων τὴν κορυφὴν πρὸς τὸ μέρος τῆς μικροτέρας σφαίρας· καὶ ἡ εὐθεῖα ἡ διερχομένη διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν εἶναι κάθετος ἐφ' ἕκαστον τῶν κύκλων, πρὸς τοὺς ὁποίους ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ τοῦ κώνου.

Ἔστωσαν ἴσαι σφαῖραι, τῶν ὁποίων κέντρα ἔστω τὰ σημεῖα Α, Β, καὶ ἀφοῦ ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΒ ἂς προεκβληθῇ, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τοῦ ΑΒ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ σχηματίσῃ τομὰς εἰς τὰς σφαίρας μεγίστους κύκλους. Ἂς σχηματίσῃ τοὺς κύκλους ΓΔΕ, ΖΗΘ, καὶ ἂς ἀχθῶσιν ἀπὸ τῶν Α,Β κάθετοι ἐπὶ τὴν ΑΒ αἱ ΓΑΕ, ΖΒΘ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΓΖ. Καὶ ἐπειδὴ αἱ εὐθεῖαι ΓΑ, ΖΒ εἶναι αἱ ΓΛ, ΖΒ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν, καὶ αἱ ΓΖ, ΛΒ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν τὸ ΓΖΛΒ, καὶ αἱ πρὸς τοῖς Γ, Ζ γωνίαι ὀρθαὶ ἔσονται· ὥστε ἡ ΓΖ τῶν ΓΔΕ, ΖΗΘ κύκλων ἐφάπτεται. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΛΒ τὸ ΛΖ παραλληλόγραμμον καὶ τὰ ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικύκλια περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὰ μὲν ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν, τὸ δὲ ΛΖ παραλληλόγραμμον γεννήσει κύλινδρον, οὗ βάσεις ἔσονται οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΓΕ, ΖΘ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὴν ΛΒ, διὰ τὸ ἐν πάσῃ μετακινήσει διαμένειν τὰς ΓΕ, ΘΖ ὀρθὰς τῇ ΛΒ. καὶ φανερὸν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν, ἐπειδὴ ἡ ΓΖ κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν ἐφάπτεται τῶν ΚΓΔ, ΗΖΛ ἡμικυκλίων.

Ἔστωσαν δὴ αἱ σφαῖραι πάλιν, ὧν κέντρα ἔστω τὰ Α, Β, ἄνισοι, καὶ μείζων ἧς κέντρον τὸ Α· λέγω ὅτι τὰς σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν ταῖς σφαίραις κύκλους. ποιείτω τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ· μείζων ἄρα ὁ ΓΔΕ κύκλος τοῦ ΗΖΘ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΓΔΕ κύκλου μείζων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΖΗΘ κύκλου. δυνατὸν δή ἐστι λαβεῖν τι σημεῖον, ὡς τὸ Κ, ἵν' ᾖ, ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΓΔΕ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου



τοῦ ΖΗΘ κύκλου, οὕτως ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ. ἔστω οὖν εἰλημμένον τὸ Κ σημεῖον, καὶ ἤχθω ἡ ΚΖ ἐφαπτομένη τοῦ ΖΗΘ κύκλου, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΒ, καὶ διὰ τοῦ Α τῇ ΒΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΓ, ἴσαι καὶ παράλληλοι, θὰ εἶναι ἄρα ἴσαι καὶ παράλληλοι καὶ αἱ ΓΖ, ΑΒ. Τὸ σχῆμα ἄρα ΓΖΑΒ εἶναι παραλληλόγραμμον καὶ αἱ παρὰ τὰ σημεῖα Γ, Ζ γωνίαι θὰ εἶναι ὀρθαί· ὥστε ἡ ΓΖ ἐφάπτεται τῶν κύκλων ΓΔΕ, ΖΗΘ. Ἐὰν τώρα μενούσης τῆς ΑΒ ἀκινήτου, τὸ παραλληλόγραμμον ΑΖ καὶ τὰ ἡμικύκλια ΚΓΔ, ΗΖΛ, ἀφοῦ περιστραφῶσι ἀποκατασταθῶσι πάλιν εἰς τὴν ἀρχικήν των θέσιν, ἀφ' ἧς ἤρχισαν νὰ περιφέρωνται, τὰ μὲν ἡμικύκλια ΚΓΔ, ΗΖΛ, θὰ περιγράψωσι τὰς σφαίρας, τὸ δὲ παραλληλόγραμμον ΑΖ θὰ γεννήσῃ κύλινδρον, τοῦ ὁποίου βάσεις θὰ εἶναι αἱ περὶ τὰς διαμέτρους ΓΕ, ΖΘ, κύκλοι, οἱ ὁποῖοι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τὴν ΑΒ, διότι καθ' ὅλην τὴν μετακίνησιν αἱ ΓΕ, ΘΖ παραμένουσι κάθετοι ἐπὶ τὴν ΑΒ. Καὶ εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου αὐτοῦ ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν, ἐπειδὴ ἡ ΓΖ καθ' ὅλην τὴν μετακίνησιν ἐφάπτεται τῶν ἡμικυκλίων ΚΓΔ, ΗΖΛ.

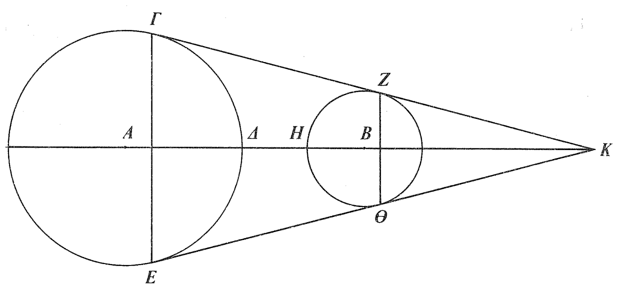
Ἔστωσαν τώρα αἱ σφαῖραι ἄνισοι, τῶν ὁποίων κέντρα ἔστω τὰ Α,Β, καὶ μεγαλυτέρα ἐκείνη τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ Α· λέγω ὅτι τὰς σφαίρας περιλαμβάνει ὁ αὐτὸς κῶνος ὁ ἔχων τὴν κορυφὴν πρὸς τὸ μέρος τῆς μικροτέρας σφαίρας.

Ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΒ καὶ διὰ τῆς ΑΒ ἂς ἐκβληθῇ ἐπίπεδον· τοῦτο βέβαια θὰ σχηματίσῃ τομὰς τοὺς κύκλους εἰς τὰς σφαίρας. Ἂς σχηματίσῃ τοὺς κύκλους ΓΔΕ, ΖΗΘ· εἶναι ἄρα ὁ κύκλος ΓΔΕ μεγαλύτερος τοῦ κύκλου ΗΖΘ· ὥστε καὶ ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΓΔΕ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἀκτῖνος τοῦ κύκλου ΖΗΘ. Τώρα εἶναι δυνατὸν νὰ ληφθῇ σημεῖόν τι, ὅπως τὸ Κ, ὥστε νὰ εἶναι, ὡς ἡ ἀκτίς τοῦ κύκλου ΓΔΕ πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου ΖΗΘ, οὕτως ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ. Ἔστω λοιπὸν ὅτι ἐλήφθη τὸ σημεῖον Κ καὶ ἂς ἀχθῇ ἡ ΚΖ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου ΖΗΘ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΖΒ, καὶ διὰ τοῦ Α ἂς ἀχθῇ παράλληλος καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΖ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ, ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΒΝ, ἴση δὲ ἡ μὲν ΑΔ τῇ ΑΓ, ἡ δὲ ΒΝ τῇ ΒΖ, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΒ, ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΖ. καὶ ἔστιν παράλληλος ἡ ΑΓ τῇ ΒΖ· εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΖΚ. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΖΒ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΓΑ. ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΚΓ τοῦ ΓΔΕ κύκλου. ἤχθωσαν δὴ αἱ ΓΛ, ΖΜ ἐπὶ τὴν ΑΒ κάθετοι. ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ΚΞ τά τε ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικύκλια καὶ τὰ ΚΓΛ, ΚΖΜ τρίγωνα περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὰ μὲν ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν, τὸ δὲ ΚΓΛ τρίγωνον καὶ τὸ ΚΖΜ γεννήσει κώνους, ὧν βάσεις εἰσὶν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς ΓΕ, ΖΘ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὸν ΚΛ ἄξονα· κέντρα δὲ αὐτῶν τὰ Λ, Μ· καὶ ὁ κῶνος τῶν σφαιρῶν ἐφάψεται κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ καὶ ἡ ΚΖΓ ἐφάπτεται τῶν ΞΓΔ, ΗΖΝ ἡμικυκλίων κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν.

β΄.

Ἐὰν σφαῖρα ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτίζηται, μεῖζον ἡμισφαιρίου φωτισθήσεται.

Σφαῖρα γάρ, ἧς κέντρον τὸ Β, ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτιζέσθω, ἧς κέντρον τὸ Α· λέγω ὅτι τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας, ἧς κέντρον τὸ Β, μεῖζόν ἐστιν ἡμισφαιρίου.



Ἐπεὶ γὰρ δύο ἀνίσους σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ἔστω ὁ περιλαμβάνων τὰς σφαίρας κῶνος, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους ἐν δὲ τῷ κώνῳ τρίγωνον.

πρὸς τὴν ΒΖ ἢ ΑΓ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΓΖ. Καὶ ἐπειδὴ εἶναι ΑΚ : ΚΒ = ΑΔ : ΒΝ, εἶναι δὲ ἡ μὲν ΑΔ = ΑΓ, ἡ δὲ ΒΝ = ΒΖ, εἶναι ἄρα ὡς ἡ ΑΚ:ΚΒ = ἡ ΑΓ : ΒΖ. Καὶ εἶναι παράλληλος ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΖ· εἶναι ἄρα εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΓΖΚ. Καὶ εἶναι ὀρθὴ γωνία ἡ ΚΖΒ· εἶναι ἄρα ὀρθὴ καὶ ἡ γωνία ΚΓΑ. Ἐφάπτεται ἄρα ἡ ΚΓ τοῦ κύκλου ΓΔΕ. Ἂς ἀχθῶσι τώρα αἱ ΓΛ, ΖΜ κάθετοι ἐπὶ τὴν ΑΒ. Ἐὰν ἀκολούθως παραμενούσης ἀκινήτου τῆς ΚΞ καὶ τὰ ἡμικύκλια ΞΓΔ, ΗΖΝ καὶ τὰ τρίγωνα ΚΓΛ, ΚΖΜ ἀφοῦ περιστραφῶσιν ἀποκατασταθῶσιν εἰς τὴν ἀρχικήν των θέσιν, ἀφ' ἧς ἤρχισαν κινούμενα, τὰ μὲν ἡμικύκλια ΞΓΔ, ΗΖΝ θὰ γράψωσι τὰς σφαίρας, τὸ δὲ τρίγωνον ΚΓΛ καὶ τὸ τρίγωνον ΚΖΜ θὰ γεννήσωσι κώνους, τῶν ὁποίων βάσεις εἶναι οἱ περὶ τὰς διαμέτρους ΓΕ, ΖΘ κύκλοι, ὄντες κάθετοι ἐπὶ τὸν ἄξονα ΚΛ· κέντρα δὲ αὐτῶν εἶναι τὰ Λ, Μ· καὶ ὁ κῶνος θὰ ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ καὶ ἡ ΚΖΓ ἐφάπτεται τῶν ἡμικυκλίων ΞΓΔ, ΗΖΝ καθ' ὅλην τὴν μετακίνησιν.

2

Ἐὰν σφαῖρα φωτίζεται ὑπὸ μεγαλυτέρας σφαίρας θὰ φωτισθῇ μέρος αὐτῆς μεγαλύτερον ἡμισφαιρίου.

Διότι σφαίρα, τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ Β, ἂς φωτίζεται ὑπὸ σφαίρας μεγαλυτέρας αὐτῆς, τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ Α· λέγω, ὅτι τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας, τῆς ὁποίας κέντρον εἶναι τὸ Β, εἶναι μεγαλύτερον ἡμισφαιρίου.

Διότι, ἐπειδὴ ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει δύο ἀνίσους σφαίρας ἔχων τὴν κορυφὴν πρὸς τὸ μέρος τῆς μικροτέρας σφαίρας, ἔστω ὁ περιλαμβάνων τὰς σφαίρας κῶνος, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον· τοῦτο εἰς μὲν τὰς σφαίρας θὰ σχηματίσῃ τομὰς κύκλους, εἰς δὲ τὸν κῶνον τρίγωνον. Ἂς σχηματίσῃ ποιείτω οὖν ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους τοὺς ΓΔΕ, ΖΗΘ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ τρίγωνον τὸ ΓΕΚ. φανερὸν δὴ ὅτι τὸ κατὰ τὴν ΖΗΘ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΖΘ κύκλος, φωτιζόμενον μέρος ἐστὶν ὑπὸ τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν ΓΔΕ περιφέρειαν, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΓΕ κύκλος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΒ εὐθεῖαν· καὶ γὰρ ἡ ΖΗΘ περιφέρεια φωτίζεται ὑπὸ τῆς ΓΔΕ περιφερείας· ἔσχαται γὰρ ἀκτῖνές εἰσιν αἱ ΓΖ, ΕΘ· καὶ ἔστιν ἐν τῷ ΖΗΘ τμήματι τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Β· ὥστε τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας μεῖζόν ἐστιν ἡμισφαιρίου.

γʹ.

Ἐν τῇ σελήνῃ ἐλάχιστος κύκλος διορίζει τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

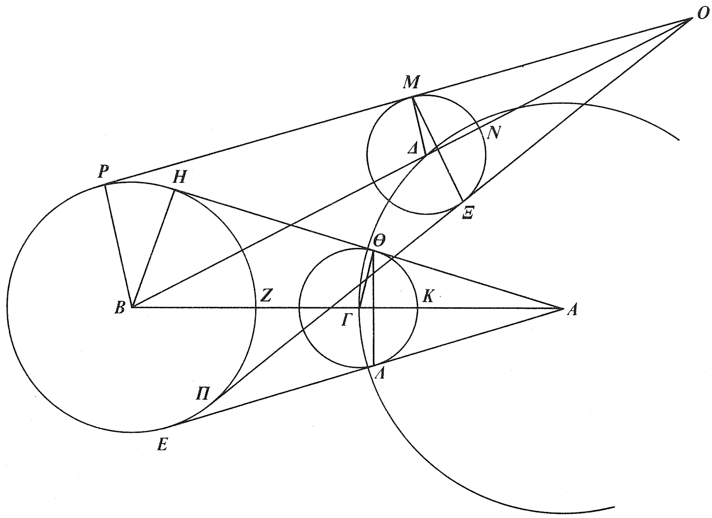
Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ κέντρον, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, τὸ Γ, ὅταν δὲ μή, τὸ Δ· φανερὸν δὴ ὅτι τὰ Α, Γ, Β ἐπ' εὐθείας ἐστίν. ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ Δ σημείου ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομάς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τοῖς κώνοις εὐθείας. ποιείτω δὲ καὶ ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τῆς σελήνης, κύκλον τὸν ΓΔ· τὸ Α ἄρα κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ὑπόκειται· ἐν δὲ τῷ ἡλίῳ τὸν ΕΖΡ κύκλον, ἐν δὲ τῇ σελήνῃ, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, κύκλον τὸν ΚΘΛ, ὅταν δὲ μή, τὸν ΜΝΞ, ἐν δὲ τοῖς κώνοις εὐθείας τὰς ΕΑ, ΑΗ, ΠΟ, ΟΡ, ἄξονας δὲ τοὺς ΑΒ, ΒΟ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΚΛ, οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΜΝΞ· ἀλλ' ὡς ἡ ἐκ τοῦ λοιπὸν εἰς μὲν τὰς σφαίρας τοὺς κύκλους ΓΔΕ, ΖΗΘ, εἰς δὲ τὸν κῶνον τὸ τρίγωνον ΓΕΚ. Τώρα εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ κατὰ τὸ τόξον ΖΗΘ τμῆμα τῆς σφαίρας, τοῦ ὁποίου βάσις εἶναι ὁ περὶ τὴν διάμετρον ΖΘ κύκλος, εἶναι τὸ φωτιζόμενον μέρος ὑπὸ τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὸ τόξον ΓΔΕ, τοῦ ὁποίου βάσις εἶναι ὁ περὶ τὴν διάμετρον ΓΕ κύκλος, κάθετος ὢν ἐπὶ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ· διότι καὶ τὸ τόξον ΖΗΘ φωτίζεται ὑπὸ τοῦ τόξου ΓΔΕ· διότι ἔσχαται ἀκτῖνες εἶναι αἱ ΓΖ, ΕΘ· καὶ εἶναι εἰς τὸ τμῆμα ΖΗΘ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ Β· ὥστε τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας εἶναι μεγαλύτερον ἡμισφαιρίου.

3

Εἰς τὴν σελήνην ὁ κύκλος ὁ διαχωρίζων τὸ σκιερὸν μέρος ἀπὸ τὸ φωτεινὸν εἶναι ἐλάχιστος, ὅταν ὁ κῶνος ὁ περιλαμβάνων τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφήν του εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας.

Διότι ἔστω ὁ μὲν ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τοῦ ἡλίου τὸ Β, τῆς σελήνης δὲ κέντρον, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος καὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφήν του εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας, τὸ Γ, ὅταν δὲ δὲν ἔχῃ, τὸ Δ· εἶναι τώρα φανερὸν ὅτι τὰ σημεῖα Α, Γ, Β, κεῖνται ἐπ' εὐθείας. Ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ σημείου Δ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομὰς εἰς μὲν τὰς σφαίρας κύκλους, εἰς δὲ τοὺς κώνους εὐθείας· ἂς κάμῃ δὲ καὶ εἰς τὴν σφαῖραν εἰς τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ κέντρον τῆς σελήνης, κύκλον τὸν ΓΔ· τὸ σημεῖον Α ἄρα εἶναι κέντρον αὐτοῦ· διότι τοῦτο ἔχει ὑποτεθῇ (ὑπόθ. 2)· εἰς δὲ τὸν ἥλιον ἂς κάμῃ τὸ ἐπίπεδον κύκλον τὸν ΕΖΡ, εἰς δὲ τὴν σελήνην, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος καὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφήν του εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας, ἂς κάμῃ κύκλον τὸν ΚΘΛ, ὅταν δὲ δὲν ἔχῃ, τὸν κύκλον ΜΝΞ, εἰς δὲ τοὺς κώνους ἂς κάμῃ τὰς εὐθείας ΕΑ, ΑΗ, ΠΟ, ΟΡ, ἄξονας δὲ τοὺς ΑΒ, ΒΟ. Καὶ ἐπειδὴ εἶναι ὡς ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΕΖΗ: ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΘΚΛ = ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΕΖΗ: ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΜΝΞ· ἀλλ' ὡς ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΕΖΗ: ἀκτὶς τοῦ κύ-

κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΘΛΚ κύκλου, οὕτως ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ· ὡς δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΕΖΗ κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΜΝΞ κύκλου, οὕτως ἐστὶν ἡ ΒΟ πρὸς τὴν ΟΔ· καὶ ὡς ἄρα ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΒΟ πρὸς τὴν ΟΔ. καὶ διελόντι, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν

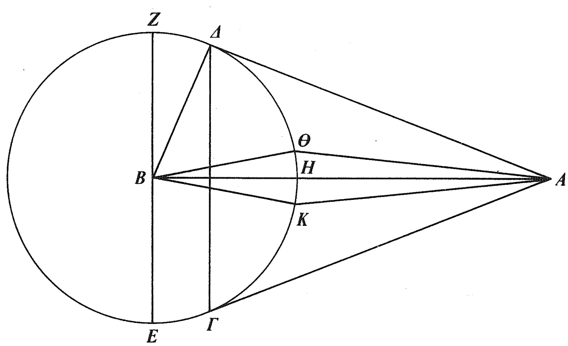


ΔΟ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΔΟ. καὶ ἔστιν ἐλάσσων ἡ ΒΓ τῆς ΒΔ· κέντρον γάρ ἐστι τὸ Α τοῦ ΓΔ κύκλου· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ ΑΓ τῆς ΔΟ. καὶ ἔστιν ἴσος ὁ ΘΚΛ κύκλος τῷ ΜΝΞ κύκλῳ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΘΛ τῆς ΜΞ [, διὰ τὸ λῆμμα]· ὥστε καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘΛ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΒ, ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ περὶ διάμετρον τὴν ΜΞ κύκλου γραφομένου, ὀρθοῦ πρὸς τὴν ΒΟ. ἀλλ᾽ ὁ μὲν περὶ διάμετρον τὴν ΘΛ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΑΒ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κλου ΘΛΚ = ἡ ΒΑ:ΑΓ· ὡς δὲ ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΕΖΗ: ἀκτὶς τοῦ κύκλου ΜΝΞ = ἡ ΒΟ:ΟΔ· καὶ ὡς ἄρα ΒΑ:ΑΓ = ΒΟ:ΟΔ. Καὶ διὰ διαιρέσεως εἶναι ὡς ΒΓ:ΓΑ = ΒΔ:ΔΟ, καὶ ἐναλλάξ, ὡς ΒΓ:ΒΔ = ΓΑ:ΔΟ. Καὶ εἶναι ἡ ΒΓ < ΒΔ· διότι τὸ Α εἶναι κέντρον τοῦ κύκλου ΓΔ (Εὐκλ. 3, 8)· εἶναι ἄρα καὶ ἡ ΑΓ < ΔΟ. Καὶ εἶναι ὁ κύκλος ΘΚΛ = κύκλος ΜΝΞ· εἶναι ἄρα καὶ ἡ ΘΛ < ΜΞ (διὰ τὸ λῆμμα)· ὥστε καὶ ὁ περὶ τὴν διάμετρον ΘΛ γραφόμενος κύκλος, κάθετος ὢν πρὸς τὴν ΑΒ εἶναι μικρότερος τοῦ κύκλου τοῦ γραφομένου περὶ διάμετρον τὴν ΜΞ, καθέτου πρὸς τὴν ΒΟ. Ἀλλ' ὁ μὲν κύκλος ὁ γραφόμενος περὶ διάμετρον τὴν ΘΛ, κάθετος ὢν πρὸς τὴν ΑΒ, εἶναι ὁ διαχωρίζων εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος καὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει· ὁ δὲ περὶ διάμετρον τὴν ΜΞ κύκλος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν ΒΟ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην μὴ ἔχῃ τὴν κορυφὴν πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει· ὥστε ἐλάσσων κύκλος διορίζει ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

δ΄.

Ὁ διορίζων κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ἀδιάφορός ἐστι τῷ ἐν τῇ σελήνῃ μεγίστῳ κύκλῳ πρὸς αἴσθησιν.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον. ποιείτω τὸν ΕΓΔΖ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· ὁ ἄρα περὶ



διάμετρον τὴν ΓΔ, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῇ ΑΒ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. λέγω δὴ ὅτι ἀδιάφορός ἐστι τῷ μεγίστῳ πρὸς τὴν αἴσθησιν.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Β τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΖ, καὶ κείσθω τῆς ΔΖ ἡμίσεια ἑκατέρα τῶν ΗΚ, ΗΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΒ, ΒΘ, ΚΑ, ΑΘ, ΒΔ. καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ σελήνη ὑπὸ ιε΄ μέρος σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφήν του εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας· ὁ δὲ κύκλος περὶ τὴν διάμετρον ΜΞ, κάθετος ὢν πρὸς τὴν ΒΟ εἶναι ὁ διαχωρίζων εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος καὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην δὲν ἔχῃ τὴν κορυφήν του εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας· ὥστε μικρότερος κύκλος διαχωρίζει εἰς τὴν σελήνην καὶ τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας.

4

Ὁ διαχωρίζων κύκλος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν ἀπὸ τὸ φωτεινὸν μέρος δὲν ἔχει αἰσθητὴν διαφορὰν ἀπὸ τὸν εἰς τὴν σελήνην μέγιστον κύκλον.

Διότι ἔστω ὁ μὲν ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τῆς σελήνης τὸ Β, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΒ, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομὴν εἰς τὴν σφαῖραν, μέγιστον κύκλον. Ἂς κάμῃ τὸν ΕΓΔΖ, εἰς δὲ τὸν κῶνον τὰς εὐθείας ΑΓ, ΑΔ, ΔΓ· εἶναι ἄρα ὁ περὶ τὴν διάμετρον ΓΔ γραφόμενος κύκλος ὢν κάθετος ἐπὶ τὴν ΑΒ ὁ διαχωρίζων εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος. Λέγω τώρα, ὅτι ὁ κύκλος αὐτὸς δὲν ἔχει αἰσθητὴν διαφορὰν πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον τῆς σελήνης.

Διότι ἂς ἀχθῇ διὰ τοῦ Β πρὸς τὴν ΓΔ παράλληλος ἡ ΕΖ, καὶ ἂς ληφθῇ ἑκάτερον τῶν τόξων ΗΚ, ΗΘ ἴσον πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΔΖ, καὶ ἂς ἀχθῶσιν αἱ ΚΒ, ΒΘ, ΚΑ, ΑΘ, ΒΔ. Καὶ ἐπειδὴ ἔχει ὑποτεθῇ ὅτι ἡ σελήνη ὑποτείνει 1/15 ζῳδίου ὑποτείνουσα, ἡ ἄρα ὑπὸ ΓΑΔ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ιε´ μέρος ζῳδίου. τὸ δὲ ιε´ τοῦ ζῳδίου τοῦ τῶν ζῳδίων ὅλου κύκλου ἐστὶν ρπ´, ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν ΓΑΔ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ρπ´ ὅλου τοῦ κύκλου· τεσσάρων ἄρα ὀρθῶν ἐστιν ἡ ⟨ὑπὸ⟩ ΓΑΔ ρπ´. διὰ δὴ τοῦτο ἡ ὑπὸ ΓΑΔ γωνία ἐστὶν με´ ὀρθῆς· καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΔ ἡμισείας ὀρθῆς ἐστι ⟨με´⟩ μέρος. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ, ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΔ γωνία πρὸς ἥμισυ ὀρθῆς μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ, ὥστε ἡ ΒΔ τῆς ΔΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με´ μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΗ τῆς ΒΑ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με´ μέρος. διελόντι ἡ ΒΗ τῆς ΗΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ´ μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΘ τῆς ΑΘ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ´ μέρος. καὶ ἔχει ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΑ μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΘ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν ΑΒΘ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΑΒΘ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ´ μέρος. καὶ ἔστιν τῆς μὲν ὑπὸ τῶν ΒΑΘ διπλῆ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ, τῆς δὲ ὑπὸ τῶν ΑΒΘ διπλῆ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΒΘ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΚΒΘ ἢ τεσσαρακοστοτέταρτον μέρος. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τῶν ΚΒΘ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ τῶν ΔΒΖ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ τῶν ΓΔΒ, τουτέστιν τῇ ὑπὸ τῶν ΒΑΔ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΚΑΘ τῆς ὑπὸ τῶν ΒΑΔ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ´ μέρος. ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑΔ ⟨ἡμισείας⟩ ὀρθῆς ἐστιν ⟨με´⟩ μέρος, ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν ΚΑΘ ὀρθῆς ἐστιν ἐλάσσων μέρος τοῦ ζῳδίου (δηλ. 2^0, ὑπόθεσις 6), ἡ γωνία ἄρα ΓΑΔ βαίνει εἰς $1/15$ μέρος τοῦ ζῳδίου. Τὸ δὲ $1/15$ τοῦ ζῳδίου, εἶναι τὸ $1/180$ μέρος ὅλου τοῦ κύκλου τῶν ζῳδίων, ὥστε ἡ γωνία ΓΑΔ βαίνει εἰς τὸ $1/180$ μέρος ὅλου τοῦ κύκλου τῶν ζῳδίων· εἶναι ἄρα ἡ γωνία ΓΑΔ τὸ $1/180$ μέρος τεσσάρων ὀρθῶν. Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν ἡ γωνία ΓΑΔ εἶναι τὸ $1/45$ μέρος τῆς ὀρθῆς· καὶ ἡ γωνία ΒΑΔ εἶναι τὸ ἥμισυ αὐτῆς· εἶναι ἄρα ἡ γωνία ΒΑΔ τὸ $1/45$ μέρος τῆς ἡμισείας ὀρθῆς. Καὶ ἐπειδὴ ἡ γωνία ΑΔΒ εἶναι ὀρθή, ἡ γωνία ἄρα ΒΑΔ ἔχει λόγον πρὸς τὸ ἥμισυ ὀρθῆς μεγαλύτερον τοῦ λόγου ΒΔ : ΔΑ, ὥστε ἡ ΒΔ εἶναι μικροτέρα τῆς ΔΑ κατὰ $1/45$ μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΗ εἶναι τῆς ΒΑ πολὺ μικροτέρα τοῦ $1/45$ μέρους. Καὶ διὰ διαιρέσεως ἡ ΒΗ εἶναι μικροτέρα τῆς ΗΑ κατὰ $1/44$ μέρος, ὥστε καὶ ἡ ΒΘ τῆς ΑΘ εἶναι πολὺ μικροτέρα ἢ κατὰ $1/44$ μέρος. Καὶ εἶναι $\mathrm{B\Theta} : \mathrm{\Theta A} >$ γωνία ΒΑΘ: γων. ΑΒΘ· ἡ γωνία ἄρα ΒΑΘ εἶναι μικροτέρα τῆς γωνίας ΑΒΘ κατὰ $1/44$ μέρος. Καὶ ἔχει ἡ ΒΘ:ΘΑ μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου τῶν γωνιῶν ΒΑΘ:ΑΒΘ· ἡ γωνία ἄρα ΒΑΘ εἶναι μικροτέρα κατὰ $1/44$ μέρος τῆς ΑΒΘ. Καὶ εἶναι ἡ γωνία $\mathrm{KA\Theta} = 2\mathrm{BA\Theta}$, καὶ ἡ $\mathrm{KB\Theta} = 2\mathrm{AB\Theta}$· εἶναι ἄρα καὶ ἡ ΚΑΘ μικροτέρα τοῦ $1/44$ μέρους τῆς ΚΒΘ. Ἀλλὰ ἡ γωνία $\mathrm{KB\Theta} = \Delta\mathrm{BZ} = \Gamma\Delta\mathrm{B}$ (Εὐκλ. 1, 29) $= \mathrm{BA}\Delta$ (Εὐκλ. 6, 8)· ἡ γωνία ἄρα ΚΑΘ εἶναι μικροτέρα τῆς ΒΑΔ κατὰ $1/44$ μέρος αὐτῆς. Ἡ δὲ γωνία ΒΑΔ εἶναι τὸ $1/45$ μέρος ἡμισείας ὀρθῆς, ὥστε ἡ ΚΑΘ εἶναι μικροτέρα τοῦ $1/3960$ μέρους ἢ ,γ⁊ξ΄. τὸ δὲ ὑπὸ τηλικαύτης γωνίας ὁρώμενον μέγεθος ἀνεπαίσθητόν ἐστιν τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει· καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΚΘ περιφέρεια τῇ ΔΖ περιφερείᾳ· ἔτι ἄρα μᾶλλον ἡ ΔΖ περιφέρεια ἀνεπαίσθητός ἐστι τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΖ, ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑΔ γωνία ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῶν ΚΑΘ. τὸ Δ ἄρα τῷ Ζ τὸ αὐτὸ δόξει εἶναι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Γ τῷ Ε δόξει τὸ αὐτὸ εἶναι· ὥστε καὶ ἡ ΓΔ τῇ ΕΖ ἀνεπαίσθητός ἐστιν. καὶ ὁ διορίζων ἄρα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ἀνεπαίσθητός ἐστι τῷ μεγίστῳ.

ε΄.

Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, τουτέστιν, ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος καὶ ἡ ἡμετέρα ὄψις ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Ἐπεὶ γὰρ διχοτόμου οὔσης τῆς σελήνης φαίνεται ὁ διορίζων τό τε λαμπρὸν καὶ τὸ σκιερὸν τῆς σελήνης κύκλος νεύων εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, καὶ αὐτῷ ἀδιάφορος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος, ὅταν ἄρα ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν.

ϛ΄.

Ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὖσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου.

Ἔστω γὰρ ἡ ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, κύκλον ὀρθῆς. Τὸ δὲ ὁρώμενον μέγεθος, ὑπὸ τόσον μικρὰν γωνίαν εἶναι ἀνεπαίσθητον εἰς τὸ μάτι μας· καὶ εἶναι τὸ τόξον ΚΘ = τόξον ΔΖ· εἶναι ἄρα περισσότερον ἀνεπαίσθητον τὸ τόξον ΔΖ εἰς τὸ μάτι μας. Διότι ἐὰν ἐπιζευχθῆ ἡ ΑΖ, ἡ γωνία ΖΑΔ εἶναι μικροτέρα τῆς ΚΑΘ. Θὰ φανῆ λοιπὸν ὅτι τὸ Δ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ Ζ. Διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους θὰ φανῆ ὅτι καὶ τὸ Γ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ Ε· ὥστε καὶ ἡ ΓΔ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ΕΖ εἶναι ἀνεπαίσθητος. Καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ διαχωρίζων εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν ἀπὸ τὸ φωτεινὸν μέρος εἶναι ἀνεπαίσθητος ἐν σχέσει πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον.

5

Ὅταν εἰς ἡμᾶς φαίνεται τὸ ἥμισυ τῆς σελήνης, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παράλληλος πρὸς τὸν κύκλον τὸν διαχωρίζοντα εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος διέρχεται διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας, τουτέστιν ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα μέγιστος κύκλος καὶ ὁ ὀφθαλμός μας εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον.

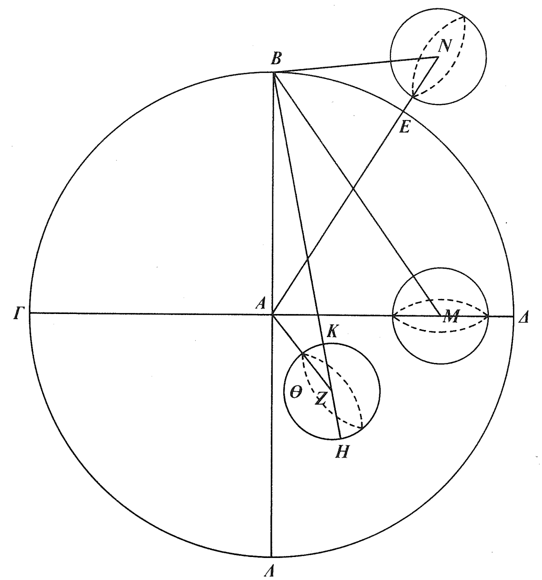
Διότι, ἐπειδὴ ὅταν ἡ σελήνη φαίνεται κατὰ τὸ ἥμισυ ὁ διαχωρίζων εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος κύκλος φαίνεται ὅτι διέρχεται διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας, καὶ δὲν διαφέρει αὐτοῦ ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα μέγιστος κύκλος (ὑπόθ. 3, θεώρ. 4), ὅταν ἄρα ἡ σελήνη φαίνεται φωτισμένη κατὰ τὸ ἥμισυ, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα κύκλον διέρχεται διὰ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας.

6

Ἡ σελήνη κινεῖται κάτωθεν τοῦ ἡλίου καὶ ὅταν εἶναι φωτισμένη κατὰ τὸ ἥμισυ ἀπέχει τοῦ ἡλίου ὀλιγώτερον τεταρτημορίου.

Διότι ἔστω ὁ ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τοῦ ἡλίου τὸ Β, καὶ ἀφοῦ ἐπιζευχθῆ ἡ ΑΒ ἂς ἐκβληθῆ, καὶ ἂς ἐκβληθῆ διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης, φωτιζομένης κατὰ τὸ ἥμισυ, ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ σχηματίσῃ εἰς τὴν μέγιστον. ποιείτω οὖν τὸν ΓΒΔ κύκλον, καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΓΑΔ· τεταρτημορίου ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ περιφέρεια. λέγω ὅτι ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὖσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου, τουτέστιν, ὅτι τὸ κέντρον ἐστὶν αὐτῆς μεταξὺ τῶν ΒΑ, ΑΔ εὐθειῶν καὶ τῆς ΔΕΒ περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ κέντρον αὐτῆς τὸ Ζ μεταξὺ τῶν ΔΑ, ΑΛ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. ἡ ΒΖ ἄρα ἄξων ἐστὶν τοῦ περι-



λαμβάνοντος κώνου τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, καὶ γίνεται ἡ ΒΖ ὀρθὴ πρὸς τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν μέγιστον κύκλον. ἔστω οὖν ὁ μέγιστος κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ὁ ΗΘΚ. καὶ ἐπεὶ διχοτόμου οὔσης τῆς σελήνης ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν καὶ ἡ ἡμετέρα ὄψις ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· ἡ ΑΖ ἄρα ἐν σφαῖραν, ὅπου κινεῖται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, κύκλον μέγιστον. Ἂς σχηματίση λοιπὸν τὸν κύκλον ΓΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἂς ἀχθῇ κάθετος πρὸς τὴν ΑΒ ἡ ΓΑΔ· τὸ τόξον ἄρα ΒΔ εἶναι τεταρτημόριον. Λέγω, ὅτι ἡ σελήνη κινεῖται κάτωθεν τοῦ ἡλίου, καὶ ὅταν φωτίζεται κατὰ τὸ ἥμισυ ἀπέχει τοῦ ἡλίου ὀλιγώτερον τεταρτημορίου, τουτέστιν, ὅτι τὸ κέντρον αὐτῆς εἶναι μεταξὺ τῶν εὐθειῶν ΒΑ, ΑΔ καὶ τοῦ τόξου ΔΕΒ.

Διότι ἐὰν δὲν εἶναι, ἔστω τὸ κέντρον αὐτῆς τὸ Ζ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν ΔΑ, ΑΛ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΖ. Ἡ ΒΖ ἄρα εἶναι ἄξων τοῦ κώνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ γίνεται καὶ ἡ ΒΖ κάθετος πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον τὸν διαχωρίζοντα εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος. Ἔστω λοιπὸν εἰς τὴν σελήνην ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος ὁ ΗΘΚ. Καὶ ἐπειδὴ ὅταν ἡ σελήνη φωτίζεται κατὰ τὸ ἥμισυ ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος καὶ ὁ ὀφθαλμός μας εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου (θ. 5), ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΖ· ἡ ΑΖ ἄρα τῷ τοῦ ΚΗΘ κύκλου ἐστὶν ἐπιπέδῳ. καὶ ἔστιν ἡ ΒΖ τῷ ΚΘΗ κύκλῳ πρὸς ὀρθάς, ὥστε καὶ τῇ ΑΖ· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΖΑ γωνία. ἀλλὰ καὶ ἀμβλεῖα ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ Ζ σημεῖον ἐν τῷ ὑπὸ τὴν ΔΑΛ γωνίαν τόπῳ ἐστίν.

Λέγω ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς ΑΔ. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω τὸ Μ, καὶ πάλιν ἐπεζεύχθω ἡ ΒΜ, καὶ ἔστω μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα, οὗ κέντρον τὸ Μ. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ δειχθήσεται ἡ ὑπὸ ΒΜΑ γωνία ὀρθὴ πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΜ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης· μεταξὺ ἄρα τῶν ΑΒ, ΑΔ ἐστίν.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐντὸς τῆς ΒΔ περιφερείας. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἐκτὸς κατὰ τὸ Ν, καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. δειχθήσεται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΝΑ γωνία ὀρθή· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΑΝ. ἴση δὲ ἡ ΒΑ τῇ ΑΕ· μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΑΕ τῆς ΑΝ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης ἐκτὸς ἔσται τῆς ΒΕΔ περιφερείας. ὁμοίως δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς ΒΕΔ περιφερείας· ἐντὸς ἄρα. ἡ ἄρα σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὖσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου.

εὑρίσκεται εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ κύκλου ΚΗΘ. Καὶ εἶναι ἡ ΒΖ κάθετος πρὸς τὸν κύκλον ΚΘΗ, ὥστε καὶ πρὸς τὴν ΑΖ· εἶναι ἄρα ὀρθὴ ἡ γωνία ΒΖΑ. Ἀλλὰ καὶ ἡ γωνία ΒΑΖ εἶναι ἀμβλεῖα· ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ σημεῖον Ζ ἄρα δὲν εὑρίσκεται ἐντὸς τῆς γωνίας ΔΑΛ.

Λέγω ὅτι δὲν εὑρίσκεται οὔτε ἐπὶ τῆς ΑΔ. Διότι ἐὰν εἶναι δυνατόν, ἔστω ὅτι εἶναι τὸ Μ, καὶ πάλιν ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΜ, καὶ ἔστω μέγιστος κύκλος ὁ παράλληλος πρὸς τὸν διαχωρίζοντα (τὸ σκιερὸν καὶ φωτεινὸν μέρος), τοῦ ὁποίου κέντρον ἔστω τὸ Μ. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ γωνία ΒΜΑ εἶναι ὀρθὴ πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον (σημ. ὁ Heath θεωρεῖ τὴν φράσιν «πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον», παράδοξον)· ἀλλὰ καὶ ἡ ΒΑΜ εἶναι ὀρθή· ὅπερ ἀδύνατον. Δὲν εὑρίσκεται ἄρα τὸ κέντρον τῆς σελήνης, φωτιζομένης κατὰ τὸ ἥμισυ, ἐπὶ τῆς ΑΔ· εὑρίσκεται ἄρα μεταξὺ τῶν ΑΒ, ΑΔ.

Λέγω τώρα ὅτι εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ τόξου ΒΔ. Διότι ἐὰν εἶναι δυνατόν, ἔστω ὅτι εἶναι ἐκτὸς κατὰ τὸ Ν, καὶ ἂς γίνῃ ἡ αὐτὴ κατασκευή. Ἀποδεικνύεται τώρα ὅτι ἡ γωνία ΒΝΑ εἶναι ὀρθή· εἶναι ἄρα ἡ ΒΑ μεγαλυτέρα τῆς ΑΝ. Εἶναι δὲ ἡ ΒΑ = ΑΕ· εἶναι ἄρα καὶ ἡ ΑΕ μεγαλυτέρα τῆς ΑΝ· ὅπερ ἀδύνατον. Τὸ κέντρον ἄρα τῆς σελήνης φωτιζομένης κατὰ τὸ ἥμισυ δὲν εἶναι ἐκτὸς τοῦ τόξου ΒΕΔ. Καθ' ὅμοιον τρόπον ἀποδεικνύεται ὅτι δὲν εἶναι οὔτε ἐπὶ τοῦ τόξου ΒΕΔ· εἶναι ἄρα ἐντός. Ἡ σελήνη ἄρα κινεῖται κάτωθεν τοῦ ἡλίου καὶ φωτιζομένη κατὰ τὸ ἥμισυ ἀπέχει τοῦ ἡλίου ὀλιγώτερον ἑνὸς τεταρτημορίου.

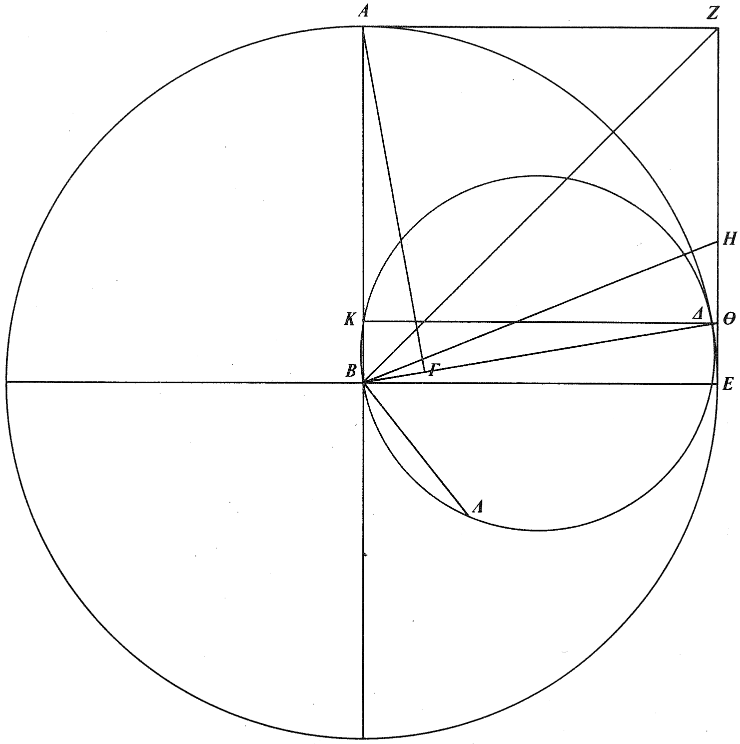
ζʹ.

Τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς μεῖζον μέν ἐστιν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον, ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ Α, γῆς δὲ τὸ Β, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΒ ἐκβεβλήσθω, σελήνης δὲ κέντρον διχοτόμου οὔσης τὸ Γ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ Γ ἐπίπεδον, καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, μέγιστον κύκλον τὸν ΑΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ. ἔσται δή, διὰ τὸ τὸ Γ σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης, ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ. ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ Β τῇ ΒΑ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ. ἔσται δὴ ἡ ΕΔ περιφέρεια τῆς ΕΔΑ περιφερείας λʹ· ὑπόκειται γάρ, ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου λʹ· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΕΒΓ γωνία ὀρθῆς ἐστι λʹ. συμπεπληρώσθω δὴ τὸ ΑΕ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΖ. ἔσται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΖΒΕ γωνία ἡμίσεια ὀρθῆς. τετμήσθω ἡ ὑπὸ τῶν ΖΒΕ γωνία δίχα τῇ ΒΗ εὐθείᾳ· ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΗΒΕ γωνία τέταρτον μέρος ἐστὶν ὀρθῆς. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ γωνία λʹ ἐστι μέρος ὀρθῆς· λόγος ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ΗΒΕ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν ΔΒΕ γωνίαν ⟨ἐστὶν⟩ ὃν ⟨ἔχει⟩ τὰ ιε πρὸς τὰ δύο· οἵων γάρ ἐστιν ὀρθὴ γωνία ξ, τοιούτων ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ τῶν ΗΒΕ ιε, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ δύο. καὶ ἐπεὶ ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ τῶν ΗΒΕ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν ΔΒΕ

Ἡ ἀπόστασις τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς εἶναι μεγαλυτέρα μὲν τοῦ 18-πλασίου τῆς ἀποστάσεως σελήνης-γῆς, μικροτέρα δὲ τοῦ 20-πλασίου τῆς αὐτῆς ἀποστάσεως.

Διότι ἔστω κέντρον μὲν τοῦ ἡλίου τὸ Α τῆς γῆς δὲ τὸ Β, καὶ ἀφοῦ ἐπιζευχθῇ, ἡ ΑΒ ἂς ἐκβληθῇ, τὸ κέντρον δὲ τῆς σελήνης, ὅταν αὕτη φαίνεται κατὰ τὸ ἥμισυ ἔστω τὸ Γ, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῆς ΑΒ καὶ τοῦ Γ ἐπίπεδον, καὶ ἂς σχηματίσῃ τομὴν εἰς τὴν σφαῖραν, ὅπου περιφέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, μέγιστον κύκλον τὸν ΑΔΕ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΑΓ, ΓΒ, καὶ ἂς ἐκβληθῇ ἡ ΒΓ μέχρι τοῦ Δ. Θὰ εἶναι λοιπόν, ἐπειδὴ τὸ σημεῖον Γ εἶναι τὸ κέντρον τῆς σελήνης, ὅταν αὕτη φαίνεται κατὰ τὸ ἥμισυ, ἡ γωνία ΑΓΒ ὀρθή. Ἂς ἀχθῇ τώρα ἀπὸ τοῦ Β κάθετος πρὸς τὴν ΒΑ ἢ ΒΕ. Θὰ εἶναι λοιπὸν τὸ τόξον ΕΔ $=1/30$ τοῦ τόξου ΕΔΑ· διότι ὑπετέθη, ὅτι ἡ σελήνη ὅταν φαίνεται κατὰ τὸ ἥμισυ, ἀπέχει τοῦ ἡλίου ὀλιγώτερον τοῦ τετάρτου μέρους τοῦ $1/30$ τοῦ τεταρτημορίου (87^0. Ὑπόθεσις 4)· ὥστε καὶ ἡ γωνία ΕΒΓ $=1/30$ τῆς ὀρθῆς. Ἂς συμπληρωθῇ τώρα τὸ παραλληλόγραμμον ΑΕ (τετράγωνον) καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΖ. Θὰ εἶναι λοιπὸν ἡ γωνία ΖΒΕ $=1/2$ ὀρθῆς. Ἂς διχοτομηθῇ ἡ γωνία ΖΒΕ διὰ τῆς εὐθείας ΒΗ· θὰ εἶναι ἄρα ἡ γωνία ΗΒΕ $=1/4$ ὀρθῆς. Ἀλλὰ καὶ ἡ γωνία ΔΒΕ $=1/30$ ὀρθῆς· εἶναι ἄρα ὁ λόγος γων. ΗΒΕ/γων. ΔΒΕ $=15/2$, (1)· ἤτοι ἐὰν ἡ ὀρθὴ γωνία θεωρηθῇ ὅτι διαιρεῖται εἰς 60 ἴσα μέρη, ἡ μὲν γωνία ΗΒΕ θὰ περιέχῃ 15 τοιαῦτα μέρη, ἡ δὲ γωνία ΔΒΕ θὰ περιέχῃ δύο. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΘ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου τῆς γωνίας ΗΒΕ πρὸς τὴν γωνίαν ΔΒΕ γωνίαν, ἡ ἄρα ΗΕ πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ιε πρὸς τὰ β. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΖ, καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ Ε, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΖΒ τοῦ ἀπὸ ΒΕ διπλάσιόν ἐστιν· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΖΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΒΕ, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΕ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΖΗ τοῦ ἀπὸ ΗΕ διπλάσιόν ἐστι. τὰ δὲ μθ τῶν κε ἐλάσσονά ἐστιν ἢ διπλάσια, ὥστε τὸ ἀπὸ ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ



ΗΕ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν τὰ⟩ μθ πρὸς κε· καὶ ἡ ΖΗ ἄρα πρὸς τὴν ΗΕ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν⟩ τὰ ζ πρὸς τὰ ε· καὶ συνθέντι ἡ ΖΕ ἄρα πρὸς τὴν ΕΗ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιβ πρὸς τὰ ε, τουτέστιν, ἢ ὃν ⟨τὰ⟩ λϛ πρὸς τὰ ιε. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ (εφ α : εφ β > α : β) θὰ εἶναι ἄρα (ἐκ τῆς 1) $HE : E\Theta > 15:2$, (2). Καὶ ἐπειδὴ $BE = EZ$ καὶ ἡ παρὰ τὸ E γωνία εἶναι ὀρθή, θὰ εἶναι $ZB^2 = 2BE^2$, (3), ὡς δὲ $ZB^2 : BE^2 = ZH^2 : HE^2$ (Εὐκλ. 6, 3). Εἶναι ἄρα ἐκ τῆς (3) $ZH^2 = 2HE^2$, (4). Τὰ δὲ $49 < 2.25$ (σημ. Τοῦτο χρησιμοποιεῖ ὁ Πλάτων εἰς τὴν Πολιτείαν 546c), ὥστε $ZH^2 : HE^2 > 49 : 25$· εἶναι ἄρα καὶ $ZH : HE > 7 : 5$· καὶ διὰ συνθέσεως θὰ εἶναι $ZE : EH > 12 : 5$, τουτέστιν $36 : 15$, (5). Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ

ΗΕ πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ ιε πρὸς τὰ δύο· δι' ἴσου ἄρα ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΘ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ λϛ πρὸς τὰ δύο, τουτέστιν, ἢ ὃν τὰ ιη πρὸς α· ἡ ἄρα ΖΕ τῆς ΕΘ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. ἡ δὲ ΖΕ ἴση ἐστὶν τῇ ΒΕ· καὶ ἡ ΒΕ ἄρα τῆς ΕΘ μείζων ἐστὶν ἢ ιη· πολλῷ ἄρα ἡ ΒΘ τῆς ΘΕ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. ἀλλ' ὡς ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΕ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· καὶ ἡ ΑΒ ἄρα τῆς ΒΓ μείζων ἐστὶν ἢ ιη. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΒ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ ΓΒ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς· τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, μεῖζόν ἐστιν ἢ ιη.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἔλασσον ἢ κ. ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Δ τῇ ΕΒ παράλληλος ἡ ΔΚ, καὶ περὶ τὸ ΔΚΒ τρίγωνον κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΒ· ἔσται δὴ αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΔΒ, διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τῷ Κ γωνίαν. καὶ ἐνηρμόσθω ἡ ΒΛ ἑξαγώνου. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΕ γωνία λ′ ἐστιν ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΔΚ ἄρα λ′ ἐστιν ὀρθῆς· ἡ ἄρα ΒΚ περιφέρεια ξ′ ἐστιν τοῦ ὅλου κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΒΛ ἕκτον μέρος τοῦ ὅλου κύκλου· ἡ ἄρα ΒΛ περιφέρεια τῆς ΒΚ περιφερείας ι ἐστίν. καὶ ἔχει ἡ ΒΛ περιφέρεια πρὸς τὴν ΒΚ περιφέρειαν μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΒΛ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΒΚ εὐθεῖαν· ἡ ἄρα ΒΛ εὐθεῖα τῆς ΒΚ εὐθείας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. καὶ ἔστιν αὐτῆς διπλῆ ἡ ΒΔ· ἡ ἄρα ΒΔ τῆς ΒΚ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ. ὡς δὲ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΒΚ, ἡ ΑΒ πρὸς ⟨τὴν⟩ ΒΓ, ὥστε καὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΑΒ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ ΒΓ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς· τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, ἔλασσόν ἐστιν ἢ κ. ἐδείχθη δὲ καὶ μεῖζον ἢ ιη.

HE:EΘ > 15:2· δι' ἴσου ἄρα (δηλ. διὰ πολ/σμοῦ τῶν (2) καὶ (5) κατὰ μέλη) εἶναι ZE:EΘ > 36:2, τουτέστιν τὰ 18:1· ἡ ZE ἄρα εἶναι μεγαλυτέρα τῆς EΘ κατὰ 18. Ἡ δὲ ZE = BE· εἶναι ἄρα BE > τῆς EΘ κατὰ 18· κατὰ μείζονα ἄρα λόγον ἡ BΘ > ΘE. 18, (6). Ἀλλὰ ὡς BΘ:ΘE = AB:BΓ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· εἶναι ἄρα (ἐκ τῆς 6) καὶ ἡ AB > 18BΓ. Καὶ εἶναι ἡ μὲν AB ἡ ἀπόστασις τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ ΓB ἡ ἀπόστασις τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς· ἡ ἀπόστασις ἄρα τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ 18-πλασίου τῆς ἀποστάσεως σελήνης-γῆς.

Λέγω τώρα ὅτι εἶναι καὶ μικροτέρα τοῦ εἰκοσαπλασίου. Διότι ἂς ἀχθῇ διὰ τοῦ Δ πρὸς τὴν EB παράλληλος ἡ ΔK, καὶ περὶ τὸ τρίγωνον ΔKB ἂς γραφῇ κύκλος ὁ ΔKB· θὰ εἶναι λοιπὸν διάμετρος αὐτοῦ ἡ ΔB, διότι ἡ παρὰ τὸ K γωνία εἶναι ὀρθή. Καὶ ἂς ἐγγραφῇ εἰς τὸν κύκλον πλευρὰ ἑξαγώνου ἡ BΛ. Καὶ ἐπειδὴ ἡ γωνία ΔBE εἶναι 1/30 ὀρθῆς, εἶναι ἄρα καὶ ἡ γωνία BΔK = 1/30 ὀρθῆς· τὸ τόξον ἄρα BK = 1/60 τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου. Εἶναι δὲ καὶ τὸ τόξον BΛ τὸ 1/6 τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου· τὸ τόξον ἄρα BΛ εἶναι δεκαπλάσιον τοῦ τόξου BK. Καὶ εἶναι τόξον BΛ : τόξον BK > εὐθεῖα BΛ : εὐθεῖα BK· ἡ εὐθεῖα ἄρα BΛ εἶναι μικροτέρα τῆς εὐθείας BK, τοῦ 10. Καὶ εἶναι ἡ BΔ διπλασία αὐτῆς· εἶναι ἄρα ἡ BΔ < 20BK. Ὡς δὲ BΔ : BK = AB : BΓ, ὥστε καὶ ἡ AB < 20BΓ. Καὶ εἶναι ἡ μὲν AB ἡ ἀπόστασις τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς, ἡ δὲ BΓ ἡ ἀπόστασις τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς· εἶναι ἄρα ἡ ἀπόστασις τοῦ ἡλίου ἀπὸ τῆς γῆς μικροτέρα τοῦ εἰκοσαπλασίου τῆς ἀποστάσεως τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς γῆς. Ἐδείχθη δὲ καὶ ὅτι εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ δεκαοκταπλασίου.

η'.

Ὅταν ὁ ἥλιος ἐκλείπῃ ὅλος, τότε ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

Ἐπεὶ γάρ, ἐὰν ἐκλείπῃ ὁ ἥλιος, δι' ἐπιπρόσθεσιν τῆς σελήνης ἐκλείπει, ἐμπίπτοι ἂν ὁ ἥλιος εἰς τὸν κῶνον τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. ἐμπίπτων δὲ ἤτοι ἐναρμόσει εἰς αὐτόν, ἢ ὑπεραίροι, ἢ ἐλλείποι· εἰ μὲν οὖν ὑπεραίροι, οὐκ ⟨ἂν⟩ ἐκλείποι ὅλος, ἀλλὰ παραλλάττοι αὐτοῦ τὸ ὑπεραῖρον. εἰ δὲ ἐλλείποι, διαμένοι ἂν ἐκλελοιπὼς ἐν ὅσῳ διεξέρχεται τὸ ἐλλεῖπον. ὅλος δὲ ἐκλείπει καὶ οὐ διαμένει ἐκλελοιπώς· τοῦτο γὰρ ἐκ τῆς τηρήσεως φανερόν. ὥστε οὔτ' ἂν ὑπεραίροι, οὔτε ἐλλείποι. ἐναρμόσει ἄρα εἰς τὸν κῶνον, καὶ περιληφθήσεται ὑπὸ τοῦ κώνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντος πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

θ'.

Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης μείζων μέν ἐστιν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ *Α*, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ *Β*, σελήνης δὲ κέντρον τὸ *Γ*, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, τουτέστιν, ὅταν τὰ *Α*, *Γ*, *Β* σημεῖα ἐπ' εὐθείας ᾖ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς *ΑΓΒ* ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομάς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις

8

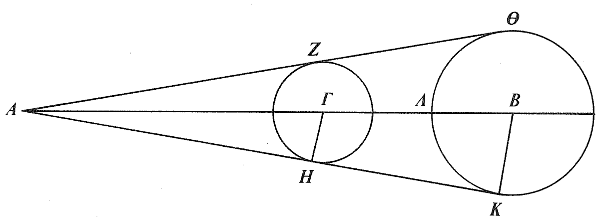
"Οταν γίνῃ ὁλικὴ ἔκλειψις ἡλίου, τότε ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει καὶ τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, ἔχων τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας.

Διότι, ἐπειδὴ ἐὰν ἐκλείπῃ ὁ ἥλιος ἐκλείπει διὰ τὴν παρεμβολὴν τῆς σελήνης, θὰ ἐμπίπτῃ ὁ ἥλιος εἰς τὸν κῶνον τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σελήνην, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας. 'Εμπίπτων δὲ ἢ θὰ προσαρμόζῃ εἰς αὐτὸν ἢ θὰ ἐξέχῃ ἢ θὰ ἀφίνῃ κενόν· ἐὰν μὲν λοιπὸν ἐξέχῃ δὲν θὰ εἶναι ὁλικὴ ἔκλειψις, ἀλλὰ τὸ ἐξέχον μέρος θὰ εἶναι ὁρατόν. 'Εὰν δὲ ἀφίνῃ κενὸν μέρος, θὰ παραμένῃ ἐν ἐκλείψει, ἐφ' ὅσον θὰ διατρέχῃ τὸν ὑπολειπόμενον χῶρον. 'Εκλείπει δὲ ὅλος ὁ ἥλιος καὶ δὲν παραμένει ἐν ἐκλείψει· διότι τοῦτο εἶναι φανερὸν ἐκ τῆς παρατηρήσεως. "Ωστε οὔτε εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξέχῃ οὔτε νὰ ἀφίνῃ κενὸν μέρος. Θὰ ἐναρμόζεται ἄρα εἰς τὸν κῶνον, καὶ θὰ περιλαμβάνεται ὑπὸ τοῦ κώνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὴν σελήνην τοῦ ἔχοντος τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας.

9

'Η διάμετρος τοῦ ἡλίου εἶναι μεγαλυτέρα μὲν τοῦ δεκαοκταπλίου τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, μικροτέρα δὲ τοῦ εἰκοσαπλασίου αὐτῆς.

Διότι ἔστω ὁ ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τοῦ ἡλίου τὸ Β, κέντρον δὲ τῆς σελήνης τὸ Γ, ὅταν ὁ κῶνος ὁ περιλαμβάνων τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας, τουτέστιν, ὅταν τὰ ΑΓΒ σημεῖα κεῖνται ἐπ' εὐθείας, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῆς ΑΓΒ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομάς, εἰς μεγίστους κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιείτω οὖν ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς ΖΗ, ΚΛΘ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΖΘ, ΑΗΚ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΒΚ. ἔσται



δή, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ, ἡ ΒΚ πρὸς ΓΗ. ἡ δὲ ΒΑ τῆς ΑΓ ἐδείχθη μείζων μὲν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ. καὶ ἡ ΒΚ ἄρα τῆς ΓΗ μείζων μέν ἐστιν ἢ ιη, ἐλάσσων δὲ ἢ κ.

ιʹ.

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵εωλβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ͵η πρὸς α.

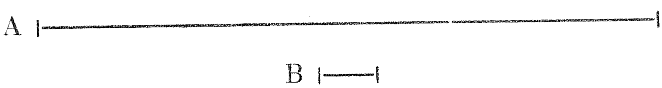
Ἐστω ἡ μὲν τοῦ ἡλίου διάμετρος ἡ Α, ἡ δὲ τῆς σελήνης ἡ Β. ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ κ πρὸς α. καὶ ἐπειδὴ ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον γ λόγον ἔχει ἤπερ ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἔχει δὲ καὶ ἡ περὶ διάμετρον τὴν Α σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν Β σφαῖραν γ λόγον ἤπερ ἡ Α πρὸς τὴν Β, ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ περὶ διάμετρον τὴν Α σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν Β σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον. ὁ δὲ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵εωλβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ͵η πρὸς α, ἐπειδὴ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ κ πρὸς ἕν· ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ εωλβ πρὸς α, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ͵η πρὸς α.

μὲν τὰς σφαίρας μεγίστους κύκλους, εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας. Ἄς κάμῃ λοιπὸν εἰς μὲν τὰς σφαίρας μεγίστους κύκλους τοὺς ΖΗ, ΚΛΘ, εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας τὰς ΑΖΘ, ΑΗΚ, καὶ ἄς ἐπιζευχθῶσιν αἱ ΓΗ, ΒΚ. Θὰ εἶναι λοιπὸν ὡς ἡ ΒΑ:ΑΓ = ΒΚ : ΓΗ. Ἀλλὰ ἡ ΒΑ ἐδείχθη μεγαλυτέρα τοῦ 18πλασίου τῆς ΑΓ καὶ μικροτέρα τοῦ εἰκοσαπλασίου αὐτῆς (θ 7). Καὶ ἡ ΒΓ ἄρα εἶναι μεγαλυτέρα μὲν τοῦ 18πλασίου τῆς ΓΗ, καὶ μικροτέρα τοῦ εἰκοσαπλασίου αὐτῆς.

10

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην ἔχει μεγαλύτερον μὲν λόγον τοῦ λόγου τοῦ 5832 πρὸς 1, μικρότερον δὲ τοῦ λόγου τοῦ 8000 πρὸς 1.

Ἔστω ἡ μὲν διάμετρος τοῦ ἡλίου ἡ Α, ἡ δὲ τῆς σελήνης ἡ Β. Ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 18 πρὸς 1, μικρότερον δὲ τοῦ 20 πρὸς



1. Καὶ ἐπειδὴ ὁ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β ἔχει τριπλάσιον λόγον τοῦ λόγου Α:Β, (Εὐκλ. 11, 33), ἔχει δὲ καὶ ἡ σφαῖρα περὶ τὴν διάμετρον Α πρὸς τὴν σφαῖραν περὶ τὴν διάμετρον Β τριπλάσιον λόγον τοῦ λόγου Α:Β (Εὐκλ. 12, 18), εἶναι ἄρα ὡς ἡ περὶ τὴν διάμετρον Α σφαῖρα πρός τὴν περὶ τὴν διάμετρον Β σφαῖραν, οὕτως ὁ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β. Ἀλλὰ ὁ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου τοῦ 5832 πρὸς 1, μικρότερον δὲ τοῦ λόγου τοῦ 8000 πρὸς 1, ἐπειδὴ ἡ Α πρὸς τὴν Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 18 πρὸς 1, μικρότερον δὲ τοῦ 20 πρὸς 1· ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην ἔχει λόγον μεγαλύτερον τοῦ 5832 πρὸς 1, μικρότερον δὲ τοῦ 8000 πρὸς 1.

ια΄.

Ἡ τῆς σελήνης διάμετρος τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως, ἐλάσσων μέν ἐστιν ἢ δύο με΄, μείζων δὲ ἢ λ΄.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. λέγω ὅτι γίγνεται τὰ διὰ τῆς προτάσεως.

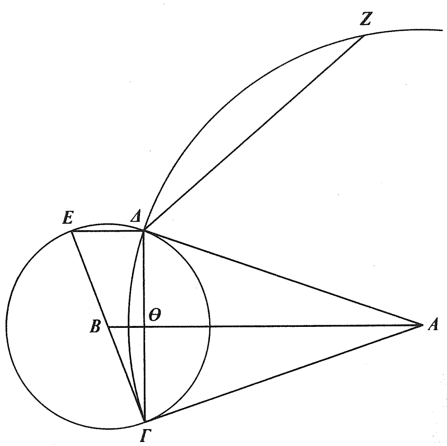
Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιείτω οὖν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΓΕΔ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΑΔ, ΑΓ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε. φανερὸν δὴ ἐκ τοῦ προδεδειγμένου ὅτι ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία ἡμισείας ὀρθῆς ἐστι με΄· καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΒΓ τῆς ΓΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με΄. πολλῷ ἄρα ἡ ΒΓ τῆς ΒΑ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με΄ μέρος. καὶ ἔστι τῆς ΒΓ διπλῆ ἡ ΓΕ· ἡ ΓΕ ἄρα τῆς ΑΒ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο με΄. καὶ ἔστιν ἡ μὲν ΓΕ ἡ τῆς σελήνης διάμετρος, ἡ δὲ ΒΑ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως· ἡ ἄρα διάμετρος τῆς σελήνης τοῦ ἀποστήματος, οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο με΄.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζων ἐστὶν ἡ ΓΕ τῆς ΒΑ ἢ λ΄ μέρος. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΔΕ καὶ ἡ ΔΓ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΓ, κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΔΖ, καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν ΓΔΖ κύκλον τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν ΕΔΓ ὀρθῇ τῇ

Ἡ διάμετρος τῆς σελήνης εἶναι μικροτέρα μὲν τῶν 2:45 τῆς ἀποστάσεως τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας, μεγαλυτέρα δὲ τοῦ 1:30 τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς.

Διότι ἔστω ὁ μὲν ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τῆς σελήνης τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην κῶνος ἔχῃ τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας. Λέγω ὅτι γίνονται τὰ τῆς προτάσεως.

Διότι ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΒ καὶ ἂς ἐκβληθῇ τὸ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομὴν εἰς μὲν τὴν σφαῖραν κύκλον, εἰς δὲ τὸν κῶνον τὰς εὐθείας. Ἂς κάμῃ εἰς μὲν τὴν σφαῖραν τὸν κύκλον ΓΕΔ, εἰς δὲ τὸν κῶνον τὰς εὐθείας ΑΔ,



ΑΓ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΓ, καὶ ἂς προεκταθῇ μέχρι τοῦ Ε. Τώρα εἶναι φανερὸν ἐκ τοῦ προδεδειγμένου ὅτι ἡ γωνία ΒΑΓ εἶναι τὸ 1/45 τοῦ ἡμίσεος μιᾶς ὀρθῆς (θ 4)· καὶ διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους ἡ ΒΓ εἶναι μικροτέρα τοῦ 1/45 τῆς ΓΑ. Κατὰ μείζονα ἄρα λόγον ἡ ΒΓ εἶναι μικροτέρα τοῦ 1/45 τῆς ΒΑ. Καὶ εἶναι ἡ ΓΕ διπλασία τῆς ΒΓ· ἡ ΓΕ ἄρα εἶναι μικροτέρα τῶν 2/45 τῆς ΑΒ. Καὶ εἶναι ἡ μὲν ΓΕ, ἡ διάμετρος τῆς σελήνης, ἡ δὲ ΒΑ ἡ ἀπόστασις τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας· ἡ διάμετρος ἄρα τῆς σελήνης εἶναι μικροτέρα τῶν 2/45 τῆς ἀποστάσεως τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἀπὸ τοῦ ὀφθαλμοῦ μας.

Λέγω τώρα ὅτι ἡ ΓΕ εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ 1/30 τῆς ΒΑ. Διότι ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΔΕ καὶ ἡ ΔΓ, καὶ μὲ κέντρον μὲν τὸ Α, ἀκτῖνα δὲ τὴν ΑΓ, ἂς γραφῇ κύκλος ὁ ΓΔΖ, καὶ ἂς ἐναρμοσθῇ εἰς τὸν κύκλον ἡ ΔΖ ἴση πρὸς τὴν ΑΓ. Καὶ ὑπὸ τῶν ΒΓΑ ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ τῇ ὑπὸ τῶν ΘΓΒ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΔΕΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ τῶν ΘΒΓ ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΔ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΒ πρὸς ΓΕ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ, τουτέστιν, ἡ ΔΖ πρὸς ΓΔ. ἀλλ' ἐπεὶ πάλιν ἡ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ γωνία με΄ μέρος ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ ΓΔ ἄρα περιφέρεια ρπ΄ μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ δὲ ΔΖ περιφέρεια ἕκτον μέρος ἐστὶν τοῦ ὅλου κύκλου· ὥστε ἡ ΓΔ περιφέρεια τῆς ΔΖ περιφερείας λ΄ μέρος ἐστίν. καὶ ἔχει ἡ ΓΔ περιφέρεια, ἐλάσσων οὖσα τῆς ΔΖ περιφερείας, πρὸς αὐτὴν τὴν ΔΖ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἤπερ ἡ ΓΔ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΔ εὐθεῖαν· ἡ ἄρα ΓΔ εὐθεῖα τῆς ΔΖ μείζων ἐστὶν ἢ λ΄. ἴση δὲ ἡ ΖΔ τῇ ΑΓ· ἡ ἄρα ΔΓ τῆς ΓΑ μείζων ἐστὶν ἢ λ΄, ὥστε καὶ ἡ ΓΕ τῆς ΒΑ μείζων ἐστὶν ἢ λ΄. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσων οὖσα ἢ δύο με΄.

ιβ΄.

Ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μέν ἐστι, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϙ.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ Α, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. ποιείτω ⟨ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν ΔΕΓ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας⟩ τὰς ΑΔ, ΑΓ, ΓΔ.

ἐπειδὴ ἡ ὀρθὴ γωνία ΕΔΓ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ὀρθὴν ΒΓΑ, ἀλλὰ καὶ ἡ γωνία ΒΑΓ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ΘΓΒ, ἡ ὑπόλοιπος ἄρα ἡ ΔΕΓ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ὑπόλοιπον ΘΒΓ· εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον ΓΔΕ ἰσογώνιον πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΒΓ. Εἶναι ἄρα ὡς ἡ ΒΑ:ΑΓ = ΕΓ:ΓΔ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ ΑΒ:ΓΕ = ΑΓ:ΓΔ, τουτέστιν ἡ ΔΖ: ΓΔ. Ἀλλ' ἐπειδὴ πάλιν ἡ γωνία ΔΑΓ εἶναι τὸ 1/45 μέρος ὀρθῆς, τὸ τόξον ἄρα ΓΔ εἶναι τὸ 1/180 τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου· τὸ δὲ τόξον ΔΖ εἶναι τὸ 1/6 τῆς ὅλης περιφερείας· ὥστε τὸ τόξον ΓΔ εἶναι τὸ 1/30 τοῦ τόξου ΔΖ. Καὶ ἔχει τὸ τόξον ΓΔ, μικρότερον ὂν τοῦ τόξου ΔΖ, πρὸς αὐτὸ τὸ τόξον ΔΖ μικρότερον λόγον τοῦ λόγου τῆς εὐθείας ΓΔ πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΖΔ· ἡ εὐθεῖα ἄρα ΓΔ εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ 1/30 τῆς ΔΖ. Εἶναι δὲ ἡ ΖΔ = ΑΓ· ἡ ΔΓ ἄρα εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ 1/30 τῆς ΓΑ, ὥστε καὶ ἡ ΓΕ εἶναι μεγαλυτέρα τοῦ 1/30 τῆς ΒΑ. Ἐδείχθη δὲ ὅτι εἶναι καὶ μικροτέρα τῶν 2/45.

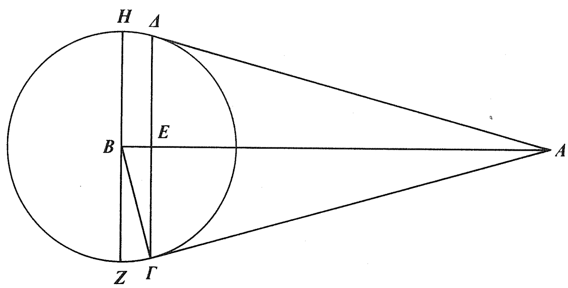
12

Ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν ἀπὸ τὸ φωτεινὸν μέρος εἶναι μικροτέρα μὲν τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, ἔχει δὲ πρὸς αὐτὴν μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου, τὸν ὁποῖον ἔχουν τὰ 89 πρὸς τὰ 90.

Διότι ἔστω ὁ μὲν ὀφθαλμός μας εἰς τὸ Α, κέντρον δὲ τῆς σελήνης τὸ Β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ἔχῃ τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΑΒ, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῆς ΑΒ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομὰς εἰς μὲν τὴν σφαῖραν κύκλον, εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας. Ἂς κάμῃ εἰς μὲν τὴν σφαῖραν τὸν κύκλον ΔΕΓ, εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας τὰς ἡ ΓΔ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ κύκλου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τὸ σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. λέγω δὴ ὅτι ἡ ΓΔ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μέν ἐστι, μείζονα δὲ λόγον ἔχει ⟨πρὸς αὐτὴν⟩ ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ.

Ὅτι μὲν οὖν ἡ ΓΔ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, φανερόν. λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζονα λόγον ἔχει ⟨πρὸς αὐτὴν⟩ ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Β τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. ἔσται δὴ πάλιν κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΑΓ γωνία ὀρθῆς με΄ μέρος, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ ὀρθῆς ϛ΄ μέρος. καὶ



ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ τῶν ΓΒΖ· καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΒΖ ἄρα γωνία ὀρθῆς ἐστιν ϛ΄, τουτέστιν, τῆς ὑπὸ τῶν ΖΒΕ γωνίας ϛ΄, ὥστε καὶ ἡ ΓΖ περιφέρεια τῆς ΖΓΕ περιφερείας ἐστὶν ϛ΄. ἡ ΓΕ ἄρα περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΓΖ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ. καὶ ἔστι τῆς ΓΕ β ἡ ΔΕΓ, τῆς δὲ ΕΓΖ β ἡ ΗΕΖ· ἡ ἄρα ΔΕΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΗΕΖ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ. καὶ ἔχει ἡ ΔΓ εὐθεῖα πρὸς ⟨τὴν⟩ ΗΖ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ΔΕΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΗΕΖ περιφέρειαν· καὶ ἡ ΔΓ ἄρα εὐθεῖα πρὸς τὴν ΗΖ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ.

ΑΔ, ΑΓ, ΓΔ. Ἡ ΓΔ ἄρα εἶναι διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος. Λέγω τώρα ὅτι ἡ ΓΔ εἶναι μὲν μικροτέρα τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, ἔχει δὲ πρὸς αὐτὴν μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 89 πρὸς 90.

Ὅτι μὲν λοιπὸν ἡ ΓΔ εἶναι μικροτέρα τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης εἶναι φανερόν. Λέγω τώρα, ὅτι ἔχει καὶ μεγαλύτερον λόγον πρὸς αὐτὴν τοῦ λόγου 89 πρὸς 90.

Διότι ἂς ἀχθῇ διὰ τοῦ Β παράλληλος πρὸς τὴν ΓΔ ἡ ΖΗ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΒΓ. Θὰ εἶναι τώρα πάλιν διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους, ὡς προηγουμένως, ἡ γωνία ΔΑΓ ἴση πρὸς τὸ 1/45 τῆς ὀρθῆς, ἡ δὲ γωνία ΒΑΓ θὰ εἶναι τὸ 1/90 μέρος τῆς ὀρθῆς. Καὶ εἶναι ἡ γωνία ΒΑΓ = γωνΓΒΖ· καὶ ἡ γωνία ἄρα ΓΒΖ εἶναι τὸ 1/90 τῆς ὀρθῆς, τουτέστιν τὸ 1/90 τῆς γωνίας ΖΒΕ, ὥστε καὶ τόξον ΓΖ εἶναι τὸ 1/90 τοῦ τόξου ΖΓΕ. Τὸ τόξον ἄρα ΓΕ ἔχει λόγον πρὸς τὸ τόξον ΕΓΖ, ὃν λόγον ἔχουσι τὰ 89 πρὸς 90. Καὶ εἶναι τόξον 2ΓΕ = τόξ. ΔΕΓ, καὶ τόξ. 2ΕΓΖ = τόξ. ΗΕΖ. Τὸ τόξον ἄρα ΔΕΓ πρὸς τὸ τόξον ΗΕΖ ἔχει λόγον 89 : 90. Καὶ ἔχει ἡ εὐθεῖα ΔΓ πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΗΖ μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου, ὃν ἔχει τὸ τόξον ΔΕΓ πρὸς τὸ τόξον ΗΕΖ (θ. 4 καὶ 11). Καὶ ἡ εὐθεῖα ἄρα ΔΓ πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΗΖ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 89 πρὸς 90.

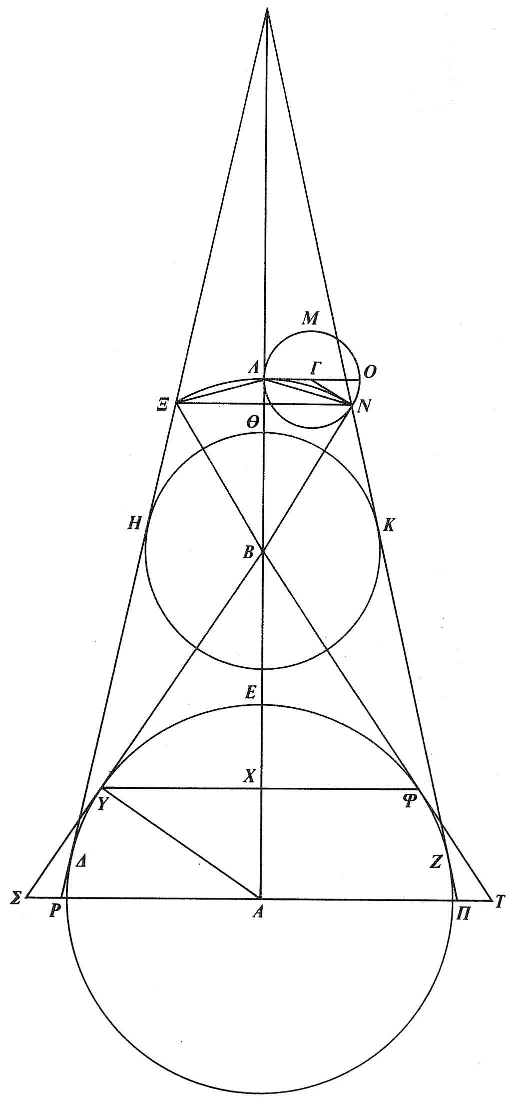
ιγʹ.

Ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς περιφέρειαν τοῦ κύκλου, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, τῆς μὲν διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ πη πρὸς με, τῆς δὲ τοῦ ἡλίου διαμέτρου ἐλάσσων μέν ἐστιν ἢ ἔνατον μέρος, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν κβ πρὸς σκε, πρὸς δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ἠγμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, συμβάλλουσαν δὲ ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ϡοθ πρὸς $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ρκε.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον πρὸς τῷ A, γῆς δὲ κέντρον τὸ B, σελήνης δὲ τὸ $Γ$, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως καὶ πρώτως ὅλης ἐμπεπτωκυίας εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῶν A, B, $Γ$ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τῷ περιλαμβάνοντι τόν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν. ποιείτω ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς $ΔEZ$, $HΘK$, $ΛMN$, ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τῆς γῆς κύκλον, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, τὸν $ΞΛN$, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς $ΔHΞ$, ZKN· ἄξων δὲ ἔστω ὁ $ABΛ$. φανερὸν δὴ ὅτι ὁ $ABΛ$ ἄξων ἐφάπτεται τοῦ $ΛMN$ κύκλου, διὰ τὸ τὸ σκίασμα τῆς γῆς σεληνῶν εἶναι δύο, καὶ δίχα διαιρεῖσθαι τὴν $NΛΞ$ περιφέρειαν ὑπὸ τοῦ $ABΛ$ ἄξονος, καὶ ἔτι τὴν σελήνην πρώτως ἐμπεπτωκέναι εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ $ΞN$, $NΛ$, BN, $ΛΞ$. ἡ $ΛN$ ἄρα ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, καὶ ἡ BN ἐφάπτεται τοῦ $ΛNOM$ κύκλου, διὰ τὸ εἶναι τὸ B πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, καὶ τὴν $ΛN$ διάμετρον τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. καὶ ἐπεὶ αἱ $ΞΛ$, $ΛN$

Ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην (ἀποκοπτομένην) ἐκ τῆς περιφερείας τοῦ εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς κύκλου, (δηλ. ἡ ΞΝ), ὅπου κινοῦνται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, τῆς μὲν διαμέτρου τῆς σελήνης εἶναι μικροτέρα τοῦ διπλασίου, ἔχει δὲ μεγαλύτερον λόγον πρὸς αὐτὴν τοῦ λόγου 88 πρὸς 45, τῆς δὲ διαμέτρου τοῦ ἡλίου εἶναι μικροτέρα μὲν τοῦ 1/9, ἔχει δὲ μεγαλύτερον λόγον πρὸς αὐτὴν τοῦ λόγου 22 πρὸς 225, πρὸς δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ἀγομένην κάθετον πρὸς τὸν ἄξονα, συναντῶσαν δὲ τὰς πλευρὰς τοῦ κώνου, ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 979 πρὸς 10125.

Διότι ἔστω κέντρον μὲν τοῦ ἡλίου τὸ Α, τῆς γῆς δὲ κέντρον τὸ Β, τῆς σεσελήνης δὲ τὸ Γ, ὁλικῆς οὔσης τῆς ἐκλείψεως καὶ ἡ σελήνη κατὰ πρῶτον ἔχει εἰσέλθει εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τῶν Α, Β, Γ ἐπίπεδον· τοῦτο θὰ κάμῃ τομὰς εἰς μὲν τὰς σφαίρας κύκλους, εἰς δὲ τὸν κῶνον τὸν περιλαμβάνοντα τὸν ἥλιον καὶ τὴν γῆν εὐθείας. Ἂς κάμῃ εἰς μὲν τὰς σφαίρας τοὺς μεγίστους κύκλους ΔΕΖ, ΗΘΚ, ΛΜΝ, εἰς δὲ τὴν σκιὰν τῆς γῆς κύκλον, ὅπου κινοῦνται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου, τὸν διαχωρίζοντα εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, τὸν ΞΛΝ εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας τὰς ΔΗΞ, ΖΚΝ· ἄξων δὲ ἔστω ὁ ΑΒΛ. Εἶναι τώρα φανερὸν ὅτι ὁ ἄξων ΑΒΛ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου ΛΜΝ, διότι ἡ σκιὰ τῆς γῆς περιλαμβάνει δύο σελήνας (ὑπόθ. 5), καὶ τὸ τόξον ΝΛΞ διχοτομεῖται ὑπὸ τοῦ ἄξονος ΑΒΛ καὶ ἡ σελήνη μόλις εἰσῆλθε εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς. Ἂς ἐπιζευχθῶσι τώρα αἱ εὐθεῖαι ΞΝ, ΝΛ, ΒΝ, ΛΞ. Ἡ ΛΝ ἄρα εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος τὸ σκιερὸν ἀπὸ τὸ φωτεινὸν μέρος τῆς σελήνης, καὶ ἡ ΒΝ ἐφάπτεται τοῦ κύκλου ΛΝΟΜ, διότι τὸ Β εἶναι εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας, καὶ ἡ ΛΝ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην κύκλου, τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος. Καὶ ἐπειδὴ αἱ ΞΛ, ἴσαι εἰσίν, διπλασίονες ἄρα εἰσὶ τῆς ΛΝ, ὥστε ἡ ΞΝ τῆς ΛΝ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ΛΓ, ΓΝ, καὶ διήχθω ἡ ΛΓ ἐπὶ τὸ Ο· πολλῷ ἄρα ἡ ΞΝ τῆς ΛΟ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β. καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΛ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΒΛ, παράλληλος ἄρα ἐστὶν τῇ ΞΝ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΛΞΝ τῇ ὑπὸ τῶν ΓΛΝ γωνίᾳ. καὶ ἔστιν ἴση μὲν ἡ ΝΛ τῇ ΛΞ, ἡ δὲ ΛΓ τῇ ΓΝ· ὅμοιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΞΝΛ τρίγωνον τῷ ΛΝΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΞΝ πρὸς τὴν ΝΛ, οὕτως ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΛΓ. ἀλλ᾽ ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΛΓ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ με, τουτέστι, τὸ ἀπὸ ΝΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΛΓ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵ζϡκα πρὸς τὰ ͵βκε· καὶ τὸ ἀπὸ ΞΝ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΛ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵ζϡκα πρὸς τὰ ͵βκε, καὶ ἡ ΞΝ πρὸς τὴν ΛΟ



ΛΝ εἶναι ἴσαι, εἶναι ἄρα τὸ ἄθροισμά των διπλάσιον τῆς ΛΝ, ὥστε ἡ ΞΝ εἶναι μικροτέρα τοῦ διπλασίου τῆς ΛΝ. Ἂς ἐπιζευχθῶσι τώρα αἱ ΛΓ, ΓΝ καὶ ἂς διαχθῇ ἡ ΛΓ μέχρι τοῦ Ο. Κατὰ μείζονα ἄρα λόγον ἡ ΞΝ εἶναι μικροτέρα τῆς 2ΛΟ. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΓΛ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΛ, εἶναι ἄρα παράλληλος πρὸς τὴν ΞΝ· ἡ γωνία ἄρα ΛΞΝ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ΓΛΝ. Καὶ εἶναι ἡ μὲν ΝΛ = ΛΞ, ἡ δὲ ΛΓ = ΓΝ· εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον ΞΝΛ ὅμοιον πρὸς τὸ τρίγωνον ΛΝΓ· εἶναι ἄρα ὡς ἡ ΞΝ:ΝΛ = ΝΛ:ΛΓ. Ἀλλὰ ἡ ΝΛ πρὸς τὴν ΛΓ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:45 (θ. 12), τουτέστι, τὸ $ΝΛ^2$:$ΛΓ^2$ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 7921:2025· καὶ τὸ $ΞΝ^2$ ἄρα πρὸς τὸ $ΝΛ^2$ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 7921:2025, καὶ ἡ ΞΝ:ΛΟ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 7921:4050. Ἔχουσι δὲ καὶ τὰ 7921:4050 μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 88:45· ἡ ΝΞ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵ζϡκα πρὸς ͵δν. ἔχει δὲ καὶ τὰ ͵ζϡκα πρὸς δν μείζονα λόγον ἤπερ τὰ πη πρὸς με· ἡ ΝΞ ἄρα πρὸς ΛΟ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ με. ἡ ἄρα ὑποτείνουσα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς περιφέρειαν τοῦ κύκλου, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μέν ἐστιν ἢ β, μείζονα δὲ λόγον ἔχει ⟨πρὸς αὐτὴν⟩ ἢ ὃν τὰ πη πρὸς με.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΒ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΠΑΡ· λέγω ὅτι ἡ ΞΝ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων μέν ἐστιν ἢ θ′ μέρος, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ κβ πρὸς τὰ σκε, πρὸς δὲ τὴν ΠΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ϡοθ πρὸς $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ρκε. ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ἡ ΞΝ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων οὖσα ἢ β, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ιη′ μέρος, ἡ ἄρα ΞΝ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ θ′ μέρος. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ με, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ με πρὸς ϡ· ἐπεὶ γὰρ ἡ τῆς σελήνης διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α πρὸς κ, καὶ πάντα τεσσαρακοντάκις καὶ πεντάκις· ἕξει ἄρα ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ πη πρὸς τὰ ϡ, τουτέστιν, ἢ ὃν τὰ κβ πρὸς τὰ σκε. ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ Β τοῦ ΔΕ κύκλου ἐφαπτόμεναι αἱ ΒΥΣ, ΒΦΤ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΥΦ καὶ ἡ ΥΑ. ἔσται δή, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης, οὕτως ἡ ΥΦ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου, διὰ τὸ τὸν αὐτὸν κῶνον περιλαμβάνειν τόν πρὸς ΛΟ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 88:45. Ἡ ὑποτείνουσα ἄρα ὑπὸ τὸ τόξον τοῦ κύκλου τὸ ἀπολαμβανόμενον εἰς τὴν σκιὰν τῆς γῆς, ὅπου (τόξου) κινοῦνται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν ἀπὸ τὸ φωτεινὸν μέρος, εἶναι μικροτέρα μὲν τοῦ διπλασίου τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, ἔχει δὲ πρὸς αὐτὴν μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου 88:45.

Ὑπὸ τὰς αὐτὰς ὑποθέσεις ἂς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦΑ κάθετος πρὸς τὴν ΑΒ ἡ ΠΑΡ· λέγω ὅτι ἡ ΞΝ εἶναι μικροτέρα μὲν τοῦ 1/9 τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου, ἔχει δὲ μεγαλύτερον λόγον πρὸς αὐτὴν τοῦ 22:225, πρὸς δὲ τὴν ΠΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 979:10125. Διότι, ἐπειδὴ ἐδείχθη ἡ ΞΝ μικροτέρα τοῦ διπλασίου τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης εἶναι μικροτέρα τοῦ 1/18 μέρους τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου (θ. 9), ἡ ΞΝ ἄρα εἶναι μικροτέρα τοῦ 1/9 μέρους τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου. Πάλιν, ἐπειδὴ ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 88:45, ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 45:900· διότι, ἐπειδὴ ἡ διάμετρος τῆς σελήνης πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 1:20 ἢ ἀφοῦ πολλαπλασιάσωμεν ὅλα ἐπὶ 45, τοῦ 45:900· θὰ ἔχῃ ἄρα ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μεγαλύτερον λόγον τοῦ 88:900, τουτέστιν τοῦ 22:225. Ἂς ἀχθῶσι τώρα ἀπὸ τοῦ Β ἐφαπτόμεναι τοῦ κύκλου ΔΕ αἱ ΒΥΣ, ΒΦΤ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΥΦ καὶ ἡ ΥΑ. Θὰ εἶναι τώρα ὡς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης, οὕτως ἡ ΥΦ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου, διότι ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὸν ἥλιον καὶ τὴν σελήνην ὁ τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. ἡ δὲ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ ϛ· καὶ ἡ ΥΦ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ· καὶ ἡ ΧΥ ἄρα πρὸς τὴν ΥΑ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς ϛ. ὡς δὲ ἡ ΧΥ πρὸς τὴν ΥΑ, οὕτως ἡ ΥΑ πρὸς τὴν ΑΣ, διὰ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ΣΑ, ΥΧ· καὶ ἡ ΥΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΣ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ ϛ· πολλῷ ἄρα ἡ ΥΑ πρὸς τὴν ΑΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ ϛ. καὶ τὰ β· ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν ΠΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ πρὸς τὰ ϛ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ κβ πρὸς τὰ σκε. δι᾽ ἴσου πολλῷ ἄρα ἡ ΞΝ πρὸς τὴν ΠΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν⟩ ὁ συνηγμένος ἔκ τε τῶν κβ καὶ πθ πρὸς τὸν ἐκ τῶν ϛ καὶ σκε, τουτέστιν, τὰ ͵αϡνη πρὸς τὰ $\overset{\beta}{\mathrm{M}}$σν· καὶ τὰ ἡμίση, τουτέστιν, τὰ ϡοθ πρὸς τὰ $\overset{\alpha}{\mathrm{M}}$ρκε.

ιδʹ.

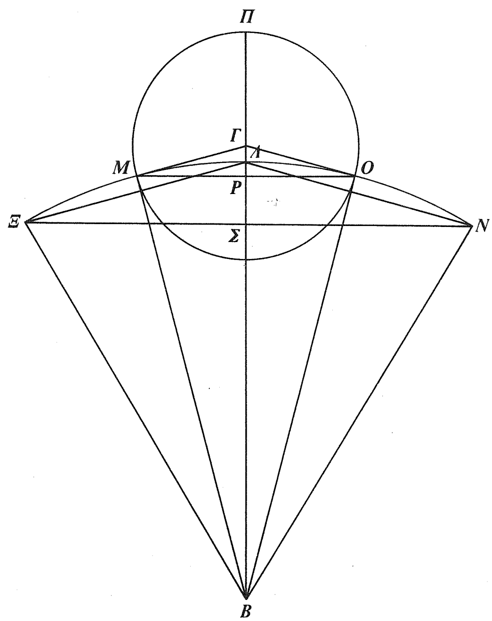
Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν, ἣν ἀπολαμβάνει ἀπὸ τοῦ ἄξονος πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σελήνης ἡ ὑπὸ τὴν ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς ὑποτείνουσα εὐθεῖα, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοε πρὸς α.

Ἔστω τὸ αὐτὸ σχῆμα τῷ πρότερον, καὶ ἡ σελήνη οὕτως ἔστω ὥστε τὸ κέντρον αὐτῆς εἶναι ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κώνου τοῦ περι-ἔχων τὴν κορυφὴν εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας. Ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος, πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90· καὶ ἡ ΥΦ ἄρα πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90· καὶ ἡ ΧΥ ἄρα πρὸς τὴν ΥΑ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90. Ὡς δὲ ἡ ΧΥ πρὸς τὴν ΥΑ οὕτως ἡ ΥΑ: ΑΣ, διότι αἱ ΣΑ, ΥΧ εἶναι παράλληλοι· καὶ ἡ ΥΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΣ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90· κατὰ μείζονα ἄρα λόγον ἡ ΥΑ πρὸς τὴν ΑΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90. Τὸ αὐτὸ καὶ διὰ τὰ διπλάσια τούτων· ἡ διάμετρος ἄρα τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν ΠΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 89:90. Ἐδείχθη δὲ ἀνωτέρω καὶ ἡ ΞΝ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου ἔχουσα μεγαλύτερον λόγον τοῦ 22:225. Δι' ἴσου ἄρα (δηλ. διὰ πολλ/σμοῦ τῶν ἀνισοτήτων κατὰ μέλη) κατὰ μείζονα λόγον ἡ ΞΝ πρὸς τὴν ΠΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ ἐκ πολλαπλασιασμοῦ λαμβανομένου λόγου $22 \cdot 89:90 \cdot 225$, τουτέστιν, τὰ 1958 πρὸς τὰ 20250· καὶ τὰ ἡμίση τούτων, τουτέστιν, τὰ 979 πρὸς τὰ 10125.

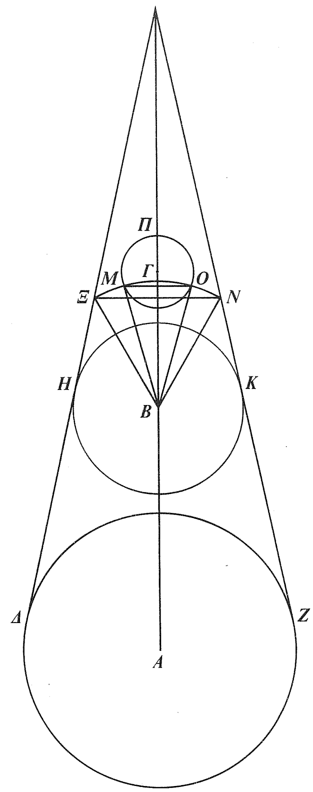
14

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς πρὸς τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα πρὸς τὴν εὐθεῖαν, τὴν ὁποίαν ἀπολαμβάνει (ἀποκόπτει) εἰς τὸν ἄξονα μέχρι τοῦ κέντρου τῆς σελήνης ἡ ὑπὸ τὴν σκιὰν τῆς γῆς ὑποτείνουσα εὐθεῖα ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 675:1.

Ἔστω τὸ αὐτὸ σχῆμα τοῦ προηγουμένου θεωρήματος, καὶ ἡ σελήνη ὅμως νὰ εἶναι εἰς θέσιν ὅπου τὸ κέντρον αὐτῆς νὰ εἶναι ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κώνου τοῦ λαμβάνοντος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν, καὶ ἔστω τὸ Γ, μέγιστος δὲ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλος ὁ ΠΟΜ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὢν αὐτοῖς, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΜΟ· ἡ ΜΟ ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ ΜΒ, ΒΟ, ΛΞ, ΞΒ, ΜΓ· ἐφάπτονται ἄρα τοῦ ΜΟΠ κύκλου αἱ ΜΒ, ΒΟ, διὰ τὸ τὴν ΟΜ διάμετρον εἶναι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ



σελήνῃ τὸ σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΞΛ τῇ ΜΟ· ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν διάμετρός ἐστι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν· ἴση ἄρα καὶ ἡ ΞΜΛ περιφέρεια τῇ ΜΛΟ περιφερείᾳ· καὶ ἡ ΞΜ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΛΟ. ἀλλ' ἡ ΛΟ τῇ ΛΜ ἴση ἐστίν· καὶ ἡ ΞΜ ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ΛΜ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΞΒ ἴση τῇ ΒΛ, διὰ τὸ τὸ Β σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς γῆς, καὶ περιλαμβάνοντος τὸν ἥλιον καὶ τὴν γῆν, καὶ ἔστω τοῦτο τὸ Γ, μέγιστος δὲ κύκλος ἐκ τῶν εἰς τὴν σφαῖραν ὁ ΠΟΜ, εὑρισκόμενος εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον μὲ αὐτά, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΜΟ· ἡ ΜΟ ἄρα εἶναι διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν μέρος καὶ τὸ φωτεινόν. Ἂς ἐπιζευχθῶσι τώρα αἱ ΜΒ, ΒΟ, ΛΞ, ΞΒ, ΜΓ· ἐφάπτονται ἄρα τοῦ κύκλου ΜΟΠ αἱ ΜΒ, ΒΟ, ἐπειδὴ ἡ ΟΜ εἶναι διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΞΛ = ΜΟ· διότι ἑκατέρα αὐτῶν εἶναι διάμετρος τοῦ διαχωρίζοντος εἰς τὴν σελήνην τὸ σκιερὸν καὶ τὸ φωτεινὸν μέρος· εἶναι ἄρα καὶ τὸ τόξον ΞΜΛ = τόξ. ΜΛΟ, καὶ ἄρα καὶ τὸ τόξ. ΞΜ = τόξ. ΛΟ. Ἀλλὰ τὸ ΛΟ = τὸ ΛΜ· καὶ τὸ τόξ. ΞΜ ἄρα = τόξ. ΛΜ. Εἶναι δὲ καὶ ἡ ΞΒ = ΒΛ, ἐπειδὴ τὸ σημεῖον Β εἶναι κέντρον τῆς γῆς,



⟨τὴν γῆν⟩ σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν, καὶ τὸν ΜΟΠ κύκλον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι· ἡ ἄρα ΒΜ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν ΞΛ. ἔστιν δὲ καὶ ἡ ΓΜ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΜ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΜ τῇ ΞΛ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΣΞ τῇ ΜΡ παράλληλος· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΞΣ τρίγωνον τῷ ΜΡΓ τριγώνῳ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΣΞ πρὸς τὴν ΜΡ, οὕτως ἡ ΣΛ πρὸς τὴν ΡΓ. ἀλλ' ἡ ΣΞ τῆς ΜΡ ἐστὶν ἐλάσσων ἢ β, ἐπεὶ καὶ ἡ ΞΝ τῆς ΜΟ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β· καὶ ἡ ΣΛ ἄρα τῆς ΓΡ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β· ὥστε ἡ ΣΡ τῆς ΡΓ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β. ἡ ΣΓ ἄρα τῆς ΓΡ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων· ἡ ΓΡ ἄρα πρὸς τὴν ΓΣ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α πρὸς γ. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ΒΓ πρὸς ΓΜ, οὕτως ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΓΡ, ἡ δὲ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με πρὸς α, καὶ ἡ ΓΜ ἄρα πρὸς ΓΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με πρὸς α. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΣ μείζονα λόγον ἢ ὃν α πρὸς γ· δι' ἴσου ἄρα ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΓΣ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με πρὸς γ, τουτέστιν, ⟨ἢ⟩ ὃν ιε πρὸς α. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΜ μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν με πρὸς α· δι' ἴσου ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΣ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοε πρὸς α.

ιε΄.

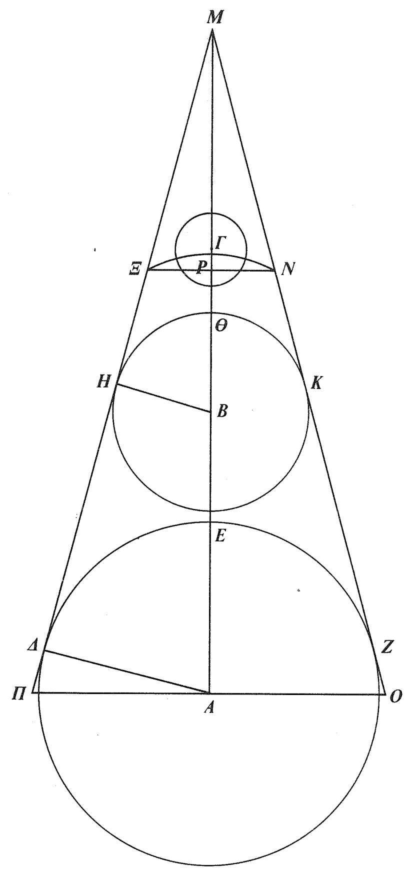
Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς γ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ μγ πρὸς τὰ ϛ.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ Α, γῆς δὲ κέντρον τὸ Β, σελήνης δὲ κέντρον τὸ Γ, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως, τουτέστιν, ἵνα τὰ Α, Β, Γ ἐπ' εὐθείας ᾖ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον, καὶ ἡ γῆ ἔχει λόγον σημείου καὶ κέντρου πρὸς τὴν σφαῖραν ὅπου κινεῖται ἡ σελήνη (ὑπόθ. 2) καὶ ὁ κύκλος ΜΟΠ εἶναι εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον· εἶναι ἄρα ἡ ΒΜ κάθετος ἐπὶ τὴν ΞΛ. Εἶναι δὲ καὶ ἡ ΓΜ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΜ· εἶναι ἄρα ἡ ΓΜ παράλληλος πρὸς τὴν ΞΛ· εἶναι δὲ καὶ ἡ ΣΞ παράλληλος πρὸς τὴν ΜΡ· εἶναι ἄρα τὸ τρίγωνον ΛΞΣ ὅμοιον πρὸς τὸ τρίγωνον ΜΡΓ· εἶναι ἄρα ὡς ἡ ΣΞ: ΜΡ = ΣΛ : ΡΓ. Ἀλλὰ ἡ ΣΞ εἶναι μικροτέρα τῆς 2ΜΡ, ἐπειδὴ καὶ ἡ ΞΝ $<$ 2ΜΟ· καὶ ἡ ΣΛ ἄρα εἶναι μικροτέρα τῆς 2ΓΡ· ὥστε ἡ ΣΡ εἶναι πολὺ μικροτέρα τῆς 2ΡΓ. Ἡ ΣΓ ἄρα εἶναι μικροτέρα τῆς 3ΓΡ· ἡ ΓΡ ἄρα πρὸς τὴν ΓΣ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 1 :3. Καὶ ἐπειδὴ εἶναι ὡς ἡ ΒΓ : ΓΜ = ΓΜ : ΓΡ, ἡ δὲ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΜ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 45:1 (θ. 11), καὶ ἡ ΓΜ ἄρα πρὸς ΓΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 45 : 1. Ἔχει δὲ καὶ ἡ ΓΡ πρὸς τὴν ΓΣ μεγαλύτερον λόγον τοῦ 1 : 3· δι' ἴσου ἄρα (δηλ. διὰ πολ/σμοῦ τῶν ἀνισοτήτων κατὰ μέλη) ἡ ΓΜ πρὸς τὴν ΓΣ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 45:3, τουτέστιν τοῦ 15:1. Ἐδείχθη δὲ ὅτι καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΜ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 45 : 1· δι' ἴσου ἄρα ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΣ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 675:1.

15

Ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19:3, μικρότερον δὲ τοῦ 43:6.

Διότι ἔστω κέντρον μὲν τοῦ ἡλίου τὸ Α, τῆς γῆς δὲ κέντρον τὸ Β, τῆς σελήνης δὲ κέντρον τὸ Γ, εἰς ὁλικὴν ἔκλειψιν, τουτέστιν, ἵνα τὰ Α,Β,Γ κεῖνται ἐπ' εὐθείας, καὶ ἂς ἐκβληθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον, καὶ ἂς κάμῃ τοῦτο τομὰς εἰς καὶ ποιείτω τομὰς ἐν μὲν τῷ ἡλίῳ τὸν ΔΕΖ κύκλον, ἐν δὲ τῇ γῇ τὸν ΗΘΚ, ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τὴν ΝΞ περιφέρειαν, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς ΔΜ, ΖΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΝΞ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α τῇ ΑΜ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΟΑΠ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΝΞ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ θʹ μέρος, ἡ ΟΠ ἄρα πρὸς τὴν ΝΞ πολλῷ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ θ πρὸς α· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς τὴν ΜΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ θ πρὸς α. καὶ ἀναστρέψαντι ἡ ΜΑ πρὸς ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ θ πρὸς η. πάλιν ἐπεὶ ἡ ΑΒ τῆς ΒΓ μείζων ἐστὶν ἢ ιη, πολλῷ ἄρα τῆς ΒΡ μείζων ἐστὶν ἢ ιη· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη πρὸς α. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΒΡ πρὸς τὴν ΒΑ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α πρὸς ιη. καὶ συνθέντι ἡ ΡΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς τὰ ιη. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ θ πρὸς τὰ η· ἕξει ἄρα δι' ἴσου ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν τὰ ροα πρὸς ρμδ, καὶ ὃν τὰ ιθ πρὸς ιϛ· τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον·



μὲν τὸν ἥλιον τὸν κύκλον ΔΕΖ, εἰς δὲ τὴν γῆν τὸν κύκλον ΗΘΚ, εἰς δὲ τὴν σκιὰν τὸ τόξον ΝΞ, εἰς δὲ τὸν κῶνον εὐθείας τὰς ΔΜ, ΖΜ, καὶ ἂς ἐπιζευχθῇ ἡ ΝΞ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἂς ἀχθῇ κάθετος πρὸς τὴν ΑΜ ἡ ΟΑΠ. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΝΞ εἶναι μικροτέρα τοῦ 1/9 τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου (θ 13), ἡ ΟΠ ἄρα πρὸς τὴν ΝΞ ἔχει πολὺ μεγαλύτερον λόγον τοῦ 9 : 1· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς τὴν ΜΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 9 : 1. Καὶ δι' ἀναστροφῆς (σημ. Ἴδε ἑρμηνείαν ἀναλογιῶν) ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΡ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 9 : 8. Πάλιν, ἐπειδὴ ἡ ΑΒ εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 18 ΒΓ, κατὰ πολὺ περισσότερον ἄρα εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 18 ΒΡ· ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 18 : 1. Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΒΡ πρὸς τὴν ΒΑ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 1 : 18. Καὶ διὰ συνθέσεως ἡ ΡΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 19:18. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΡ ὅτι ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 9 : 8· θὰ ἔχῃ ἄρα δι' ἴσου (δηλ. διὰ πολλ/σμοῦ τῶν ἀνισοτήτων κατὰ μέλη) ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ μικρότερον λόγον τοῦ 171:144, ἢ τοῦ 19 : 16· διότι τὰ μέρη πρὸς τὰ ἰσοπολλαπλάσια εὑρίσκονται εἰς τὸν αὐτὸν λόγον· καὶ δι' ἀναστροφῆς ἄρα ἡ ΑΜ ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΒΜ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς τὰ γ. ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ διάμετρος τοῦ ΔΕΖ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ΗΘΚ κύκλου· ἡ ἄρα τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς γ.

Λέγω δὴ ὅτι ἐλάσσονα λόγον ἔχει ⟨πρὸς αὐτὴν⟩ ἢ ὃν τὰ μγ πρὸς ϛ. ἐπεὶ γὰρ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοε πρὸς α, ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοε πρὸς τὰ χοδ. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν τὰ κ πρὸς α· ἕξει ἄρα δι' ἴσου ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΡ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν τὰ $\overset{\alpha}{M}$͵γφ πρὸς τὰ χοδ, τουτέστιν, ἢ ὃν τὰ ͵ϛψν πρὸς τὰ τλζ· ἀνάπαλιν ἄρα καὶ συνθέντι ἡ ΡΑ πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵ζπζ πρὸς ͵ϛψν. καὶ ἐπεὶ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΟΠ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν τὰ⟩ ϡοθ πρὸς $\overset{\alpha}{M}$ρκε, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΟΠ πρὸς ΝΞ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν τὰ⟩ $\overset{\alpha}{M}$ρκε πρὸς ϡοθ· ὡς δὲ ἡ ΟΠ πρὸς ΝΞ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΡ· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς ΜΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ⟨ὃν τὰ⟩ $\overset{\alpha}{M}$ρκε πρὸς ϡοθ· ἀναστρέψαντι ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΡ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ $\overset{\alpha}{M}$ρκε πρὸς τὰ ͵θρμϛ. ἔχει δὲ καὶ ἡ ΡΑ πρὸς ΑΒ μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ ͵ζπζ πρὸς τὰ ͵ϛψν· δι' ἴσου ἄρα ἕξει ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἢ ὃν ὁ περιεχόμενος ἀριθμὸς ὑπὸ τῶν $\overset{\alpha}{M}$ρκε καὶ τῶν ͵ζπζ πρὸς τὸν περιεχόμενον ἀριθμὸν ὑπό τε τῶν ͵θρμϛ καὶ τῶν ͵ϛψν, τουτέστιν, ὁ $\overset{\zeta\rho o\epsilon}{M}$͵εωοε πρὸς $\overset{,\varsigma\rho o\gamma}{M}$͵εφ. ἔχει δὲ καὶ ὁ $\overset{,\zeta\rho o\epsilon}{M}$͵εωοε πρὸς $\overset{,\varsigma\rho o\gamma}{M}$͵εφ μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ μγ πρὸς λζ· καὶ ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν μγ πρὸς λζ· ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ πρὸς ΒΜ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19 : 3. Ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ, οὕτως ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου ΔΕΖ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου ΗΘΚ· ἡ διάμετρος ἄρα τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19:3.

Λέγω τώρα ὅτι ἔχει πρὸς αὐτὴν μικρότερον λόγον τοῦ 43 : 6. Διότι, ἐπειδὴ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΓΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 675 : 1, (θ. 14) δι' ἀναστροφῆς ἄρα ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΡ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 675 : 674. Ἔχει δὲ καὶ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ μικρότερον λόγον τοῦ 20 : 1 (θ. 7)· θὰ ἔχῃ ἄρα δι' ἴσου ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΡ μικρότερον λόγον τοῦ 13500 : 674, τουτέστιν, τοῦ 6750 : 337· ἀνάπαλιν ἄρα καὶ διὰ συνθέσεως ἡ ΡΑ πρὸς τὴν ΑΒ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 7087 : 6750. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΝΞ πρὸς τὴν ΟΠ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 979 : 10125 (θ. 13), ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΟΠ πρὸς τὴν ΝΞ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 10125 : 979· ὡς δὲ ἡ ΟΠ πρὸς ΝΞ, οὕτως ἡ ΑΜ πρὸς ΜΡ· καὶ ἡ ΑΜ ἄρα πρὸς ΜΡ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 10125· : 979· καὶ δι' ἀναστροφῆς ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΡ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 10125 : 9146. Ἔχει δὲ καὶ ἡ ΡΑ πρὸς ΑΒ μεγαλύτερον λόγον τοῦ 7087 : 6750· δι' ἴσου ἄρα θὰ ἔχῃ ἡ ΜΑ πρὸς τὴν ΑΒ μεγαλύτερον λόγον τοῦ γινομένου 10125 × 7087 : τὸ γινόμενον 9146 × 6750 τουτέστιν, τοῦ 71755875 : 61735500. Ἔχει δὲ καὶ ὁ λόγος 71755875 : 61735 500 μεγαλύτερον λόγον τοῦ 43 : 37· καὶ ἡ ΜΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 43 : 37· καὶ δι' ἀναστροφῆς ἄρα ἡ ΑΜ πρὸς ΜΒ ἔχει μικρότε-

ΑΜ πρὸς τὴν ΜΒ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ μγ πρὸς ϛ. ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς τὴν ΒΜ, οὕτως ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς· ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν μγ πρὸς ϛ. ἐδείχθη δὲ καὶ μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς τὰ γ.

ιϛʹ.

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵ϛωνθ πρὸς κζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ πρὸς σιϛ.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος ἡ Α, γῆς δὲ ἡ Β. ἀποδείκνυται δὲ ὅτι ἐστίν, ὡς ἡ τοῦ ἡλίου σφαῖρα πρὸς τὴν τῆς γῆς σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς γῆς κύβον, ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης, ὥστε ἐπεί ἐστιν, ὡς ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον, οὕτως ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν, ὁ δὲ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β ⟨κύβον⟩ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵ϛωνθ πρὸς κζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ πρὸς σιϛ· καὶ γὰρ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ιθ πρὸς γ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγ πρὸς ϛ· ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ͵ϛωνθ πρὸς κζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ πρὸς σιϛ.

ιζʹ.

Ἡ διάμετρος τῆς γῆς πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὃν ⟨ἔχει⟩ ρη πρὸς μγ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν ξ πρὸς ιθ.

ρον λόγον τοῦ 43 : 6. Ὡς δὲ ἡ ΑΜ πρὸς τὴν ΒΜ, οὕτως εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς· ἡ διάμετρος ἄρα τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἔχει μικρότερον λόγον του 43 : 6. Ἐδείχθη δὲ ὅτι ἔχει καὶ μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19 : 3.

16

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 6859 : 27, μικρότερον δὲ τοῦ 79507 : 216.

Διότι ἔστω διάμετρος μὲν τοῦ ἡλίου ἡ Α, τῆς γῆς δὲ ἡ Β. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι εἶναι, ὡς ἡ σφαῖρα τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν σφαῖραν τῆς γῆς, οὕτως ὁ κύβος τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου πρὸς τὸν κύβον τῆς διαμέτρου τῆς γῆς, ὡς καὶ διὰ τὴν διάμετρον τῆς σελήνης (θ. 10), ὥστε ἐπειδὴ εἶναι, ὡς ὁ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν

κύβον τῆς Β, οὕτως ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν, ὁ δὲ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 6859: 27, μικρότερον δὲ τοῦ 79507 : 616· διότι ἡ Α πρὸς τὴν Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19 : 3, μικρότερον δὲ τοῦ 43 : 6 (θ. 15)· ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 6859 : 27, μικρότερον δὲ τοῦ 79507 : 216.

17

Ἡ διάμετρος τῆς γῆς πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης εἶναι εἰς μεγαλύτερον μὲν λόγον τοῦ 108 : 43, εἰς μικρότερον δὲ τοῦ 60 : 19.

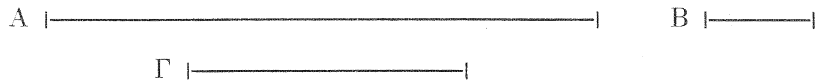
Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος ἡ Α, σελήνης δὲ ἡ Β, γῆς δὲ ἡ Γ. καὶ ἐπεὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ μγ πρὸς ϛ, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ϛ πρὸς μγ. ἔχει δὲ καὶ ἡ Α πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ ιη πρὸς α· δι᾽ ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ρη πρὸς τὰ μγ. πάλιν ἐπεὶ ἡ Α πρὸς τὴν Γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ πρὸς τὰ γ, ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ γ πρὸς τὰ ιθ. ἔχει δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν τὰ κ πρὸς α· δι᾽ ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ξ πρὸς ιθ.

ιη΄.

Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὃν ⟨ἔχει⟩ $\overset{\rho\kappa\varepsilon}{\mathrm{M}}$͵θψιβ πρὸς $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν $\overset{\kappa\alpha}{\mathrm{M}}$͵ϛ πρὸς ͵ϛωνθ.

Ἔστω γὰρ γῆς μὲν διάμετρος ἡ Α, σελήνης δὲ ἡ Β· ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ρη πρὸς τὰ μγ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ξ πρὸς ιθ· καὶ ὁ ἀπὸ τῆς Α ἄρα κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν $\overset{\rho\kappa\varepsilon}{\mathrm{M}}$͵θψιβ πρὸς $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν $\overset{\kappa\alpha}{\mathrm{M}}$͵ϛ πρὸς ͵ϛωνθ. ὡς δὲ ὁ ἀπὸ τῆς Α κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς Β κύβον, οὕτως ἐστὶν ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην· ἡ γῆ ἄρα πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὃν $\overset{\rho\kappa\varepsilon}{\mathrm{M}}$͵θψιβ πρὸς $\overset{\zeta}{\mathrm{M}}$͵θφζ, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν $\overset{\kappa\alpha}{\mathrm{M}}$͵ϛ πρὸς ͵ϛωνθ.

Διότι ἔστω διάμετρος μὲν τοῦ ἡλίου ἡ Α, τῆς σελήνης δὲ ἡ Β, τῆς γῆς δὲ ἡ Γ. Καὶ ἐπειδὴ ἡ Α πρὸς τὴν Γ ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 43 : 6 (θ. 15)



ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 6 : 43. Ἔχει δὲ καὶ ἡ Α πρὸς τὴ Β μεγαλύτερον λόγον τοῦ 18 : 1 (θ. 9)· δι' ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 108 : 43. Πάλιν, ἐπειδὴ ἡ Α πρὸς τὴν Γ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 19 : 3, (θ. 15), ἀνάπαλιν ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Α ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 3 : 19. Ἔχει δὲ ἡ Α πρὸς τὴν Β μικρότερον λόγον τοῦ 20 : 1 (θ. 9). Δι' ἴσου ἄρα ἡ Γ πρὸς τὴν Β ἔχει μικρότερον λόγον τοῦ 60 : 19.

18

Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην εἶναι εἰς μεγαλύτερον μὲν λόγον τοῦ 1259712 : 79507, εἰς μικρότερον δὲ τοῦ 216000 : 6859.

Διότι ἔστω διάμετρος μὲν τῆς γῆς ἡ Α, τῆς σελήνης δὲ ἡ Β· ἡ Α ἄρα πρὸς τὴν Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 108 : 43, μικρότερον δὲ τοῦ 60 : 19 (θ 17)·

καὶ ὁ κύβος ἄρα τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 1259712 : 79507, μικρότερον δὲ τοῦ 216000 : 6859. Ὡς δὲ ὁ κύβος τῆς Α πρὸς τὸν κύβον τῆς Β, οὕτως εἶναι ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην· ἡ γῆ ἄρα πρὸς τὴν σελήνην ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ 1259712 : 79507, μικρότερον δὲ τοῦ 216000 : 6859.

Σχόλια τοῦ Πάππου (περὶ τὸ 300 μ.Χ.) ἐπὶ τῆς πραγματείας ταύτης δημοσιεύονται εἰς τὸν δεύτερον τόμον τῆς πραγματείας τοῦ Πάππου Συναγωγή, 69-73, σελ. 554-558, ἔκδ. F. Hultsch.

ΑΝΑΛΟΓΙΑΙ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

Ἐκ τῶν Στοιχείων Εὐκλείδου, τόμος 2 βιβλίον V, ὁρισμοὶ 12-17, Ἐπεξηγήσεις. Ἔκδ. Εὐ. Σ. Σταμάτη «Εὐκλείδου Γεωμετρία, Θεωρία ἀριθμῶν» Ὀργανισμὸς Ἐκδόσεως Σχολικῶν Βιβλίων, Ἀθῆναι 1953, σελ. 281.

12. Ἐὰν $A : B = \Gamma : \Delta$, εἶναι $A : \Gamma = B : \Delta$ (ἐναλλὰξ λόγος).
13. Ἐὰν $A : B = \Gamma : \Delta$, εἶναι $B : A = \Delta : \Gamma$ (ἀνάπαλιν λόγος).
14. Ἐὰν $A : B = \Gamma : \Delta$, εἶναι $(A + B) : B = (\Gamma + \Delta) : \Delta$ (σύνθεσις λόγου).
15. Ἐὰν $A : B = \Gamma : \Delta$, εἶναι $(A - B) : B = (\Gamma - \Delta) : \Delta$ (διαίρεσις λόγου, διελόντι).
16. Ἐὰν $A : B = \Gamma : \Delta$, εἶναι $A : (A - B) = \Gamma : (\Gamma - \Delta)$, (ἀναστροφὴ λόγου).
17. Ἐὰν

$$\begin{gathered} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{A}{B} \\ \frac{\beta}{\gamma} = \frac{B}{\Gamma} \\ \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\Gamma}{\Delta} \\ \vdots \qquad \vdots \\ \frac{\mu}{\nu} = \frac{M}{N} \end{gathered}$$

ὁ δι' ἴσου λόγος λαμβάνεται διὰ πολλ/σμοῦ τῶν ἰσοτήτων κατὰ μέλη καὶ εἶναι

$$\frac{\alpha}{\nu} = \frac{A}{N}.$$

Ὁ Ἀρίσταρχος λαμβάνει τὸν δι' ἴσου λόγον ἐπὶ ἀνισοτήτων, διὰ πολλ/σμοῦ τούτων κατὰ μέλη. Ὁ Εὐκλείδης δὲν ἀναφέρει τὰς ἀνισότητας, ἐπειδή, θεωρεῖ τὸ πρᾶγμα αὐτονόητον.

ΕΠΕΞΗΓΗΣΕΙΣ

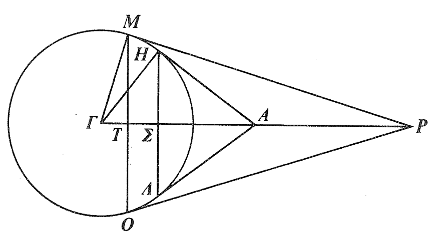
ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

2. Σφαῖραν τῆς σελήνης ἐννοεῖ τὴν σφαῖραν, ὅπου ἡ σελήνη κινουμένη διαγράφει μέγιστον κύκλον.

ΘΕΩΡΗΜΑ 3

Ὁ Ἀρίσταρχος εἶχε γράψει λήμματα, ὅπου ταῦτα ἦσαν χρήσιμα διὰ τὰς ἀποδείξεις τῶν θεωρημάτων, τὰ ὁποῖα δὲν ἐσώθησαν. Τοῦτο πληροφορούμεθα παρὰ τοῦ Πάππου Συναγωγή, τόμ. 2, Βιβλ. 6, σελ. 558, 10. Hultsch, ὅστις γράφει: ἐπιλογίζεται δὲ εἶπεν τὰ ἀποστήματα καὶ τὰ ἑξῆς ὡς αὐτὰ μέλλων ἀποδείξειν προγράψας ὅσα συντείνει πρὸς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν λήμματα. (Συμπεραίνει δὲ εἶπεν, τὰς ἀποστάσεις καὶ τὰ ἑπόμενα, ὡς μέλλων νὰ ἀποδείξῃ αὐτά, ἀφοῦ προέγραψε ὅσα λήμματα συντείνουν εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν).

Ὁ T. Heath λέγει ὅτι τὸ σχετικὸν λῆμμα περιέχεται ὡς 24 θεώρημα τῶν Ὀπτικῶν τοῦ Εὐκλείδου καὶ ὅτι ἀντὶ νὰ χρησιμοποιήσωμεν δύο κύκλους, ὡς πράττει ὁ Nizze, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν ἕνα κύκλον (τοῦ σχήματος) καὶ ἔχομεν νὰ ἀποδείξωμεν, ὅτι ἂν Α, Ρ εἶναι δύο σημεῖα ἐπὶ τῆς προεκτά-



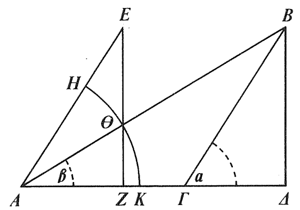
σεως τῆς ἀκτῖνος, τοῦ Ρ εὑρισκομένου πέραν τοῦ Α καὶ ἂν ΑΗ, ΑΛ εἶναι ἐφαπτόμεναι ἐκ τοῦ Α, εἰς τὸν κύκλον, καὶ ΡΜ, ΡΟ ἐφαπτόμεναι ἐκ τοῦ Ρ, τότε $ΜΟ > ΗΛ$. Κατὰ τὸν Εὐκλ. VI, 8 καὶ 17 ἔχομεν $ΓΜ^2 = ΓΤ.ΓΡ$ καὶ $ΓΗ^2 = ΓΣ.ΓΑ$. Ὅθεν $ΓΤ.ΓΡ = ΓΣ.ΓΑ$, ἢ $ΓΑ : ΓΡ = ΓΤ : ΓΣ$. Ἀλλὰ $ΓΑ < ΓΡ$. Εἶναι ἄρα $ΓΤ < ΓΣ$ καὶ ἑπομένως ἡ χορδὴ ΗΛ εἶναι μικροτέρα τῆς χορδῆς ΜΟ.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4

Ἐὰν ἑκάστη τῶν γωνιῶν α, β εἶναι οὐχὶ μεγαλυτέρα τῆς ὀρθῆς καὶ α > β

τότε
$$\frac{\text{εφ}\,\alpha}{\text{εφ}\,\beta} > \frac{\alpha}{\beta}.$$

Ἃς σχηματίζουσιν αἱ εὐθεῖαι ΒΓ, ΒΑ μετὰ τῆς ΑΓΔ τὰς γωνίας α, β ἀντιστοίχως καὶ ἔστω ἡ ΒΔ κάθετος ἐπὶ τὴν ΑΔ. Ὅθεν εἶναι εφ α = ΒΔ : ΓΔ, εφ β = ΒΔ : ΑΔ. Πρέπει ν' ἀποδειχθῇ, ὅτι ΑΔ : ΓΔ > α : β.



Ἃς ληφθῇ ΑΖ = ΓΔ καὶ ἃς ἀχθῇ ἡ ΖΕ κάθετος ἐπὶ τὴν ΑΔ καὶ ἴση πρὸς τὴν ΒΔ. Ἃς ἀχθῇ ἡ ΑΕ. Τότε εἶναι

γων. ΕΑΖ = γων. ΒΓΔ = α.

Ἔστω, ὅτι ἡ ΕΖ τέμνει τὴν ΑΒ εἰς τὸ σημεῖον Θ. Ἐπειδὴ ΑΕ > ΑΘ > ΑΖ, ὁ κύκλος μὲ κέντρον τὸ Α καὶ ἀκτῖνα τὴν ΑΘ θὰ τέμνῃ τὴν ΑΕ εἰς τι σημεῖον τὸ Η καὶ τὴν προέκτασιν τῆς ΑΖ εἰς τὸ Κ.

Τώρα εἶναι γων. ΕΑΘ : γων. ΘΑΖ = τομεὺς ΗΑΘ : τομεὺς ΘΑΚ
» < τρίγ. ΕΑΘ : τρίγ. ΘΑΖ
» < ΕΘ : ΘΖ

Καὶ διὰ συνθέσεως (ἴδε ἀναλογίας Εὐκλείδου) εἶναι

γων. ΕΑΖ : γων. ΘΑΖ < ΕΖ : ΘΖ

Ἀλλὰ ΕΖ : ΘΖ = ΒΔ : ΘΖ = ΑΔ : ΑΖ = ΑΔ : ΓΔ

Ὅθεν α : β < ΑΔ : ΓΔ ἢ ΑΔ : ΓΔ > α : β

Εἰς τὴν εἰδικὴν ἀνωτέρω ἐφαρμογὴν ὁ Ἀρίσταρχος λαμβάνει

$$\alpha = \frac{1}{2}\ \text{ὀρθῆς},\quad \text{ὥστε}\quad \Gamma\Delta = \mathrm{B}\Delta.$$

Ὡς ἐκ τούτου εἶναι εἰς τὴν περίπτωσίν μας

$$\mathrm{A}\Delta : \Delta\mathrm{B} > \frac{1}{2}\ \text{ὀρθῆς} : \text{γων. } \mathrm{BA}\Delta$$

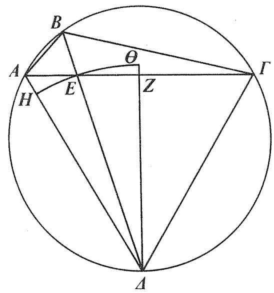
$$\text{ἢ}\quad \mathrm{B}\Delta : \Delta\mathrm{A} < \text{γων. } \mathrm{BA}\Delta : \frac{1}{2}\ \text{ὀρθῆς}$$

$$\text{ἤτοι}\quad \text{γων. } \mathrm{BA}\Delta : \frac{1}{2}\ \text{ὀρθῆς} > \mathrm{B}\Delta : \Delta\mathrm{A}.$$

Θεώρ. 4, συνέχεια στίχ. 12 σελ. 22. Καὶ ἔχει ἡ ΒΘ πρὸς τὴν ΘΑ μείζονα λόγον ἤπερ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΘ πρὸς τὴν ὑπὸ ΑΒΘ.

Τοῦτο συνάγεται ἔκ τινος θεωρήματος τοῦ Πτολεμαίου (Πτολεμαίου Σύνταξις, Ι. 10 σελ. 43-44, Heiberg) καθ' ὅ, ἐὰν εἰς κύκλον ἀχθῶσι δύο ἄνισοι χορδαί, τότε ὁ λόγος τῆς μεγαλυτέρας χορδῆς πρὸς τὴν μικροτέραν χορδὴν εἶναι μικρότερος τοῦ λόγου τοῦ τόξου τῆς μεγαλυτέρας χορδῆς πρὸς τὸ τόξον τῆς μικροτέρας χορδῆς.

Ἔστωσαν εἰς τὸν κύκλον ΑΒΓΔ δύο ἄνισοι χορδαί, τῶν ὁποίων μεγαλυτέρα ἡ ΓΒ καὶ μικροτέρα ἡ ΒΑ. Λέγω, ὅτι



$$\text{χορδὴ ΓΒ} : \text{χορδὴ ΒΑ} < \text{τόξον ΓΒ} : \text{τόξ. ΒΑ}.$$

Ἀπόδειξις. Ἂς διχοτομηθῇ ἡ γωνία ΑΒΓ διὰ τῆς εὐθείας ΒΔ καὶ ἂς ἀχθῶσιν αἱ χορδαὶ ΑΕΓ, ΑΔ, ΓΔ. Ἐπειδὴ ἡ γωνία ΑΒΓ διχοτομεῖται διὰ τῆς χορδῆς ΒΔ, θὰ ἔχωμεν ΓΔ = ΑΔ (Εὐκλ. ΙΙΙ, 26, 29)

καὶ ΓΕ > ΕΑ (Εὐκλ. VI. 3).

Ἂς ἀχθῇ ἐκ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν ΑΕΓ ἡ κάθετος ΔΖ. Ἐπειδὴ ΑΔ > ΕΔ καὶ ΕΔ > ΔΖ, ὁ κύκλος μὲ κέντρον τὸ Δ καὶ ἀκτῖνα τὴν ΕΔ, θὰ τέμνῃ τὴν ΑΔ, ἀλλὰ θὰ ὑπερβάλλῃ τὴν ΔΖ. Ἂς γραφῇ λοιπὸν τὸ τόξον ΗΕΘ καὶ ἂς προεκταθῇ ἡ ΔΖ μέχρι τοῦ Θ. Τότε εἶναι, τομεὺς ΔΕΘ > τρίγ. ΔΕΖ

καὶ τρίγ. ΔΕΑ > τομ. ΔΕΗ.

Συνεπῶς, τρίγ. ΔΕΖ : τρίγ. ΔΕΑ < τόμ. ΔΕΘ : τομ. ΔΕΗ.
Τώρα εἶναι τρίγ. ΔΕΖ : τρίγ. ΔΕΑ = ΖΕ : ΕΑ (Εὐκλ. VI 1)
καὶ τομ. ΔΕΘ : τομ. ΔΕΗ = γων. ΖΔΕ : γων. ΕΔΑ

Συνεπῶς ΖΕ : ΕΑ < γων. ΖΔΕ : γων. ΕΔΑ.
Καὶ διὰ συνθέσεως (Εὐκλ. V ὁρισμ. 15) εἶναι
(ΖΕ + ΕΑ) : ΕΑ < (γων. ΖΔΕ + γων. ΕΔΑ) : γων. ΕΔΑ
ἢ ΖΑ : ΕΑ < γων. ΖΔΑ : γων. ΕΔΑ.

Καὶ διὰ πολλ/σμοῦ ἐπὶ 2 τῶν προηγουμένων ὅρων τῆς ἀναλογίας ἔχομεν $2ΖΑ : ΕΑ < 2$ γων. ΖΔΑ : γων. ΕΔΑ
ἢ ΓΑ : ΕΑ $<$ γων. ΓΔΑ : γων. ΕΔΑ.

Καὶ δι' ἀναστροφῆς τῶν λόγων (Εὐκλ. V ὁρισ. 16) ἔχομεν
(ΓΑ — ΕΑ) : ΕΑ $<$ (γων. ΓΔΑ — γων. ΕΔΑ) : γων. ΕΔΑ ἢ

ΓΕ : ΕΑ $<$ γων. ΓΔΕ : γων. ΕΔΑ

Ἀλλὰ ΓΕ : ΕΑ = χορδὴ ΓΒ : χορδὴ ΒΑ (Εὐκλ. VI 3)
καὶ γων. ΓΔΕ : γων. ΕΔΑ = τόξ. ΓΒ : τόξ. ΒΑ (Εὐκλ. VI 33).

Συνεπῶς χορδὴ ΓΒ : χορδὴ ΒΑ $<$ τόξ. ΓΒ : τόξ. ΒΑ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.
[Κατὰ τὸν Heath, σελ. 369, εἶναι εὔκολον νὰ ἴδωμεν, ὅτι ἡ πρότασις εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὴν πρότασιν: ἐὰν ἡ γωνία α δὲν εἶναι μεγαλυτέρα ὀρθῆς, καὶ ἡ γωνία β εἶναι μικροτέρα τῆς α, τότε ἔχομεν

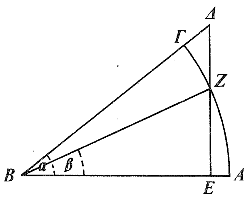
$$\frac{\text{ημ}\,\alpha}{\text{ημ}\,\beta} < \frac{\alpha}{\beta}$$

Ἐπειδὴ τώρα γων. ΓΔΕ = γων. ΓΑΒ καὶ γων. ΑΔΕ = γων. ΑΓΒ, εἰς τὸν αὐτὸν τομέα ἔχομεν ΓΒ : ΒΑ $<$ γων. ΓΑΒ : γων. ΑΓΒ,
καὶ ἐναλλὰξ ΑΒ : ΒΓ $>$ γων. ΑΓΒ : γων. ΒΑΓ, ὅπερ ὑποθέτει ὁ Ἀρίσταρχος].

. . . . . ἐλάσσων ἢ 3960, $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{45}\cdot\frac{1}{44}=\frac{1}{3960}$.

Θεώρημα 7. . . . Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΘ ἔχει μεγαλύτερον λόγον τοῦ λόγου τὸν ὁποῖον ἔχει ἡ γωνία ΗΒΕ πρὸς τὴν γωνίαν ΔΒΕ, εἶναι ἄρα ΗΕ : ΕΘ $>$ 15 : 2. (σχ. θ. 7).

Εἰς τὴν πρότασιν ὑποτίθεται πάλιν τὸ ἰσοδύναμον πρὸς τὴν πρότασιν $\frac{\text{εφ}\,\alpha}{\text{εφ}\,\beta} > \frac{\alpha}{\beta}$, ὅπου ἑκάστη τῶν γωνιῶν α, β δὲν εἶναι μεγαλυτέρα μιᾶς ὀρθῆς



καὶ α $>$ β (ἴδε καὶ ἐπεξήγησιν θεωρ. 4). Ἔστωσαν αἱ γωνίαι α = ΔΒΕ, β = ΖΒΕ. Ἂς ἀχθῇ ἡ ΔΕ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΕ καὶ ἂς τέμνῃ τὴν ΒΖ εἰς τὸ Ζ. Μὲ κέντρον τὸ Β καὶ ἀκτῖνα τὴν ΒΖ ἂς γραφῇ κύκλος, τέμνων τὴν ΒΔ εἰς τὸ Γ καὶ ἂς προεκταθῇ ἡ ΒΕ μέχρι τοῦ Α. Τότε εἶναι τρίγ. ΔΒΖ : τρίγ. ΖΒΕ $>$ τομεὺς ΓΒΖ : τομ. ΖΒΑ. Συνεπῶς εἶναι ΔΖ : ΖΕ $>$ γων. ΔΒΖ : γων. ΖΒΕ, καὶ διὰ συνθέσεως ΔΕ : ΖΕ $>$ γων. ΔΒΕ : γων. ΖΒΕ.

....Τώρα εἶναι $49 < 2.\ 25$, δηλ. $7 < \sqrt{50}$. 'Ενταῦθα ὁ 'Αρίσταρχος χρησιμοποιεῖ τὴν Πυθαγόρειον προσεγγιστικὴν τιμὴν διὰ τὴν $\sqrt{2}$, τὴν $7:5$. ("Ιδε Εὐ. Σ. Σταμάτη, Εὐκλείδου Γεωμετρία - Θεωρία ἀριθμῶν, Εὐκλ. Στοιχεῖα, τόμος 2, σελ. 8 - 14, Πλευρικοὶ καὶ Διαμετρικοὶ ἀριθμοί, 'Αθῆναι 1953, 'Οργανισμὸς 'Εκδόσεως Σχολικῶν Βιβλίων).

ΕΡΓΑ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ

1. Ἀρχιμήδους, Τετραγωνισμὸς παραβολῆς	Ἀθῆναι	1946
2. Ἀρχιμήδους, Μηχανικὰ Ι	»	1946
3. Τὸ δήλιον πρόβλημα καὶ ἡ τριχοτόμησις γωνίας	»	1949
4. Ἀρχιμήδους, Κύκλου μέτρησις	»	1950
5. Εὐκλείδου, Γεωμετρία, Στοιχείων Βιβλία 1,2,3,4, Τόμος Ι	»	1952
6. Εὐκλείδου, Γεωμετρία - Θεωρία ἀριθμῶν, Στοιχείων Βιβλία 5,6,7,8,9, Τόμος ΙΙ	»	1953
7. Τὰ Ἑλληνικὰ Μαθηματικά, ἐκ τῶν παραδόσεων ἐν τῇ Σχολῇ Γενικῆς Μορφώσεως Ἀνωτέρων Ἀξιωματικῶν τοῦ Γενικοῦ Ἐπιτελείου Στρατοῦ	»	1956
8. Εὐκλείδου, Περὶ ἀσυμμέτρων, Στοιχείων Βιβλίον 10ον, Τόμ. ΙΙΙ	»	1956
9. Εὐκλείδου, Στερεομετρία, Στοιχείων Βιβλία 11, 12, 13, Τόμ. IV	»	1957
10. Ἀνθολογία ἀρχαίων κειμένων. Μαθηματικὰ —Ἀστρονομία — Φυσικὴ — Μηχανικὴ — Γεωγραφία τοῦ πολιτισμοῦ	»	1960
11. Μετάφρασις τοῦ προηγουμένου εἰς τὴν νέαν ἑλληνικὴν	»	1961
12. Διοφάντου Ἀριθμητικά. Ἡ ἄλγεβρα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων	»	1963
13. Προσωκρατικοὶ φιλόσοφοι	»	1966
14. Ἡ Ἑλληνικὴ Ἐπιστήμη	»	1968
15. Euclides I, Elementa I - IV, B.G. Teubner,	Leipzig	1969
16. Euclides II, Elementa V - IX, B. G. Teubner,	»	1970
17. Euclides III, Elementa X, B. G. Teubner,	»	1972
18. Euclides IV, Elementa XI - XIII, B.G. Teubner,	»	1973
19. Euclides V, 1, Elem. XIV - XV, Scholia in libros I - V B.G. Teubner	»	1977
20. Euclides V,2, Scholia in libros VI - XIII, Appendix Schol. B.G. Teubner	»	1977
21. Ἀρχιμήδους Ἄπαντα, τόμος Α' μέρη 2. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος,	Ἀθῆναι	1970
22. Archimedis Opera Omnia, Vol. I - III, Ed. I.L. Heiberg, corrigenda adiecit Evangelos S. .Stamatis, B.G. Teubner,	Stuttgart	1972

23. Ἐπιστημονικαὶ Ἐργασίαι - ἄρθρα, τόμος Α΄, Ἀθῆναι 1972
24. Ἐπιστημονικαὶ Ἐργασίαι - ἄρθρα, τόμος Β΄, » 1973
25. Ἀρχιμήδους Ἅπαντα, τόμος Β΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος, » 1973
26. Ἀρχιμήδους Ἅπαντα, τόμος Γ΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος, » 1974
27. Ἄρθρα - Ὁμιλίαι » 1974
28. Ἱστορία τῶν Ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν » 1976
29. Μαθηματικὰ εἰς τοὺς διαλόγους τοῦ Πλάτωνος » 1976
30. Ἑλληνικὰ Μαθηματικά, Ἔκδ. Ἑταιρείας Φίλων τοῦ Λαοῦ » 1976
31. Ἀπολλωνίου Κωνικά, τόμος Α΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος » 1975
32. Ἀπολλωνίου Κωνικά, τόμος Β΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος » 1976
33. Ἀπολλωνίου Κωνικά, τόμος Γ΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος » 1976
34. Ἀπολλωνίου Κωνικά, τόμος Δ΄. Ἔκδ. Τεχν. Ἐπιμελ. Ἑλλάδος. » 1976

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΕΝ Τῌ ΑΚΑΔΗΜΙᾼ ΑΘΗΝΩΝ

35. Ὁ ἀναδρομικὸς συλλογισμὸς παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ 11. 6.1953
36. Μία παρατήρησις ἐπὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τοῦ 2 παρὰ τοῖς ἀρχαίοις 19.11.1953
37. Ἐπὶ τοῦ εὐκλειδείου θεωρήματος περὶ μεγίστου 10.12.1953
38. Περὶ τῶν ἀσυμμέτρων ἀριθμῶν παρὰ τοῖς ἀρχαίοις 4. 6.1954
39. Γεωμετρικὴ ἀπόδειξις τοῦ ὑπὸ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀριθμητικοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς τετρ. ῥίζης τοῦ 3 2. 6.1955
40. Συμβολὴ εἰς τὴν ἔρευναν τῆς γεωμετρικῆς ἀλγέβρας τῶν Πυθαγορείων 2. 6.1955
41. Ἐπὶ τοῦ εὐκλειδείου θεωρήματος ὅτι οἱ κύκλοι εἶναι πρὸς ἀλλήλους ὡς τὰ τετράγωνα τῶν διαμέτρων 24.11.1955
42. Ἐπὶ τοῦ μαθηματικοῦ χωρίου τοῦ Θεαιτήτου τοῦ Πλάτωνος 12. 1.1956
43. Παρατηρήσεις τινὲς ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν δι' ἐπαναλήψεως διαδοχικῶν προσεγγίσεων παρὰ τοῖς ἀρχαίοις 14. 6.1956
44. Ἐπὶ τοῦ δεκάτου βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου 17. 1.1957
45. Ἐπὶ τοῦ μαθηματικοῦ χωρίου τοῦ Θεαιτήτου τοῦ Πλάτωνος μέρος II 31. 1.1957
46. Περὶ τῆς θεωρίας τῶν συνόλων παρὰ Πλάτωνι 16.10.1958

47. Περὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς ἀδρανείας (τοῦ Ἀριστοτέλους) 4. 6.1959
48. Γενίκευσις ἑνὸς προβλήματος ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως τοῦ Διοφάντου 1.12.1960
49. Τὸ ἡλιοκεντρικὸν σύστημα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων 11. 3.1971

ΑΛΛΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑΙ ΕΡΓΑΣΙΑΙ

50. Ἡ λύσις τοῦ δηλίου προβλήματος ὑπὸ τοῦ Ἀρχύτου τοῦ Ταραντίνου. Περιοδικὸν «Φυσικὸς κόσμος» τῆς Ἑνώσεως τῶν Φυσικῶν τῆς Ἑλλάδος, τεύχη 3 - 4 Ἀθῆναι 1950
51. Συμβολὴ εἰς τὴν ἑρμηνείαν γεωμετρικοῦ χωρίου τοῦ διαλόγου τοῦ Πλάτωνος Μένων. (Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεῦχος Β΄) » 1951
52. Τὸ Θυμαρίδειον Ἐπάνθημα. (Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεῦχος Α΄) » 1952
53. Ἀριθμοὶ τέλειοι, πλευρικοί, διαμετρικοί. (Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεῦχος Β΄) » 1952
54. Ἀνακατασκευὴ τοῦ ἀρχαίου κειμένου τεσσάρων ἐλλειπόντων προβλημάτων τῶν Ἀριθμητικῶν τοῦ Διοφάντου. Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη Α - Β (25/26) » 1961
55. Παρατηρήσεις τινὲς ἐπὶ τῆς μεθόδου «Παρισότητος ἀγωγὴ» τοῦ Διοφάντου (μέθοδος προσεγγίσεως). Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη Α-Β (25-26) » 1961
56. Ἐπὶ τῶν ὁρισμῶν 17 καὶ 18 τοῦ V Βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου καὶ τοῦ ὅρου δι' ἴσου. Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη 27/28 » 1962
57. Ἀνάλυσις προβλημάτων ἐκ τῶν Ἀριθμητικῶν τοῦ Διοφάντου. Τεῦχος Διαλέξεων τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἑταιρείας » 1962
58. Γενίκευσις ἑνὸς θεωρήματος τοῦ Ἀρχιμήδους. Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη 29/30 » 1963
59. Αἱ ἀναλογίαι τῶν ἀρχαων Ἑλλήνων καὶ ἡ σχέσις τῆς ἁρμονικῆς ἀναλογίας πρὸς τὸν τύπον τῶν κοίλων σφαιρικῶν κατόπτρων. Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη 29/30 » 1963
60. Ἀνάλυσις ἑνὸς προβλήματος τῶν Ἀριθμητικῶν τοῦ Διοφάντου. Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη 29/30 » 1963
61. Ἀνάλυσις προβλημάτων τινων ἐκ τῶν Ἀριθμητικῶν τοῦ Διοφάντου. (IV, 39. V, 10, 11, 12. VI, λήμματα 1, 2, πρόβλημα 12). Περιοδικὸν ΠΛΑΤΩΝ, τεύχη 31/32 » 1964
62. Ἀνακατασκευὴ τοῦ ἀρχαίου κειμένου εἰς τὴν σικελικὴν δω-

ρικὴν διάλεκτον, δέκα πέντε θεωρημάτων τοῦ Ἀρχιμήδους, τὰ ὁποῖα σώζονται εἰς τὴν ἀραβικήν. Δελτίον τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἑταιρείας, Νέα σειρά, τόμος 6 II, τεῦχος 2, σελ. 265-297 » 1965
63. Ἡ νῆσος Θούλη καὶ ὁ Πυθέας » 1965
64. Συμβολὴ εἰς τὴν ἑρμηνείαν μουσικοῦ χωρίου τοῦ Τιμαίου τοῦ Πλάτωνος, περιοδ. Πλάτων » 1966
65. Δυνάμεις μὲ κλασματικοὺς ἐκθέτας παρ' Ἀρχιμήδει. Περ. Πλάτων » 1967
66. Ἀρχιμήδεια. Περιοδ. Πλάτων » 1967
67. Μενάνδρου ψήγματα » 1968
68. Εὐκλείδης, Παιδαγωγικὴ Ἐγκυκλοπαιδεία » 1968
69. Περὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς συνεχείας. Περιοδ. Πλάτων » 1968
70. Ἀρχιμήδους, Περὶ τῆς κατασκευῆς τοῦ εἰς κύκλον ἐγγ. κανον. ἑπταγώνου. Ἑλληνικὴ Μαθηματικὴ Ἑταιρεία. Νέα σειρά, τόμ. 9, τεῦχος 2 » 1968
71. Τὰ μαθηματικὰ τῶν Βαβυλωνίων καὶ τῶν Αἰγυπτίων. Περιοδικὸν Εὐκλείδης Ε.Μ. Ἑταιρείας τόμ. Α' » 1968
72. Αἱ μυστικαὶ τηλεπικοινωνίαι τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων » 1969
73. Δαίδαλος -'Αρχύτας. Διεθνὲς Διαστημικὸν Συνέδριον Χανίων Κρήτης » 1969
74. Φιλόγελως. Ἑταιρεία Κυκλαδικῶν Μελετῶν, τόμ. Η' 1969 » 1969
75. Ἡ θεωρία τῶν Συνδυασμῶν κατὰ τὴν ἀρχαιότητα. Ἑλλ. Μαθ. Ἑταιρεία Ν.Σ. τόμ. 11, τεῦχ. 2 » 1970
76. Αἱ Φυσικομαθηματικαὶ ἐπιστῆμαι ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῆς ἁλώσεως (1453) μέχρι τοῦ 1830 » 1971

ΑΛΛΑΙ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

Κυριώτερα ἄρθρα δημοσιευθέντα εἰς τὸ Παγκόσμιον Λεξικὸν τῶν Ἔργων Ἐπιστήμης - Τέχνης - Φιλοσοφίας:

77. Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος, 78. Ἀρχιμήδης, 79. Διόφαντος, 80. Ζήνων ὁ Ἐλεάτης, 81. Θέων ὁ Ἀλεξανδρεύς, 82. Θέων ὁ Σμυρναῖος, 83. Ἱππίας ὁ Ἠλεῖος, 84. Κλεομήδης, 85. Μέναιχμος, 86. Μενέλαος, 87. Μέτων ὁ Ἀθηναῖος, 88. Νικομήδης.

Κυριώτερα ἄρθρα δημοσιευθέντα εἰς τό Ἐγκυκλοπαιδικὸν Λεξικὸν Ἥλιος ὑπὸ τοὺς τίτλους:

89. Γεωμετρία, 90. Δημόκριτος, 91. Διαφορικὸς Λογισμός, 92. Ἐντροπία, 93. Εὔδοξος, 94. Εὐκλείδης, 95. Ζήνων ὁ Ἐλεάτης, 96. Ἥρων, 97. Θαλῆς,

98. Θεαίτητος, 99. Πυθαγόρας, 100. Φυσικὴ φιλοσοφία - Ἐντροπία, 101 Φυσικὰ τοῦ Ἀριστοτέλους, 102. Αἱ φυσικαὶ ἐπιστῆμαι ἐν Ἑλλάδι (τόμος Ἑλλάς).

Κυριώτερα ἄρθρα δημοσιευθέντα εἰς τὴν Γενικὴν Παγκόσμιον Ἐγκυκλοπαιδείαν Πάπυρος - Λαρούς:

103. Ἀναξίμανδρος, 104. Ἀναξιμένης, 105. Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος, 106. Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος, 107. Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος, 108. Ἱπποκράτης ὁ Χῖος, 109. Αἱ ἐπιστῆμαι ἐν Ἑλλάδι ἀπὸ τῶν ἀρχαιοτάτων χρόνων μέχρι τοῦ δεκάτου πέμπτου αἰῶνος (τόμος Ἑλλάς.)

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

εἰς τὸ μηνιαῖον περιοδικὸν τοῦ Ἑλληνικοῦ Ἐρυθροῦ Σταυροῦ, ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἑλληνικὸς Ἐρυθρὸς Σταυρὸς Νεότητος». Ὀκτώβριος - Μάϊος ἑκάστου ἔτους.

Ὀκτώβριος 1958 - Μάϊος 1959

110. Ἀναξίμανδρος ὁ Μιλήσιος, 111. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος, 112. Θαλῆς ὁ Μιλήσιος, αἱ ἀρχαὶ τῆς Μετεωρολογίας καὶ τῆς Ἀστρονομίας, 113. Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, 114. Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας, Ἀριστοτέλης - Ἀρχιμήδης, 115. Πυθαγόρας - Κόνων, ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος τῶν σωμάτων, 116. Εὐπαλῖνος ὁ Μεγαρεύς, 117. Ἥρων ὁ Ἀλεξανδρεύς.

Ὀκτώβριος 1959 - Μάϊος 1960

118. Εὔδοξος ὁ Κνίδιος, 119. Ἀναξαγόρας, 120. Πυθαγόρας, 121. Ἐρατοσθένης, 122. Λεύκιππος, 123. Δημόκριτος, 124. Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος, 125. Πολύκλειτος ὁ Ἀργεῖος. Τὸ θέατρον τῆς Ἐπιδαύρου.

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΓΕΡΜΑΝΙΣΤΙ

Εἰς τὸ περιοδικὸν DAS ALTERTUM (Ἡ ἀρχαιότης), ἐκδιδόμενον ὑπὸ τῆς Ἀκαδημίας τῶν Ἐπιστημῶν τοῦ Βερολίνου:

126. Über Thales von Milet (Περὶ τοῦ Θαλοῦ τοῦ Μιλησίου), τόμος 6, τεῦχος 2, 1960.
127. Über Euklid den Mathematiker (Περὶ τοῦ μαθηματικοῦ Εὐκλείδου), τόμ. 9, τεῦχος 2, 1963.
128. Rekonstruktion des griechischen Textes des Fehlenden Beweises der Aufgabe V19 des Diophantos von Alexandrien, Miscellanea critica, Teil I, B. G. Teubner, Leipzig 1964.
129. Diophantos der Mathematiker (Περὶ τοῦ μαθηματικοῦ Διοφάντου), τόμ. 19, τεῦχος 3, 1973.

Δημοσίευσις εἰς ἰταλικὸν περιοδικὸν HELIKON, Ἑλληνιστί.

130. Αἱ ἀρχαὶ τῶν Μαθηματικῶν καὶ αἱ μέθοδοι ἀποδείξεως. HELIKON, Rivista di traditione e cultura classica, dell'Università di Messina. Roma 1969 - 1970.

131. Τὸ ἑλληνικὸν πνεῦμα. Περιοδικόν, Ἑλληνικὸς Λόγος, Ἀθῆναι, Ἰαν. - Φεβρ. 1974.

132. Ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου. Περ. Πλάτων, 1977.

Κριτικαὶ ἐργασιῶν Ἑλλήνων καὶ Ξένων ἐπιστημόνων δημοσιευθεῖσαι εἰς ἑλληνικὰ περιοδικὰ ἀπὸ τοῦ 1953.

Κριτικαὶ ἐργασιῶν ἐπὶ τῶν Ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν, ξένων ἐπιστημόνων, δημοσιευθεῖσαι εἰς τὸ μαθηματικὸν περιοδικὸν τῆς Ἀκαδημίας τῶν Ἐπιστημῶν τοῦ Βερολίνου Zentralblatt für Mathematik ἀπὸ τοῦ 1956.

ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ

133. Τὰ εἰς τὴν Ἀραβικὴν εὑρεθέντα τέσσαρα νέα βιβλία τῶν Ἀριθμητικῶν τοῦ Διοφάντου. Περιοδικὸν Πλάτων 1976.
134. Ἀριθμητικοὶ ὁρισμοὶ τοῦ Εὐκλείδου, ἡ μουσικὴ ἀναλογία καὶ ὁ Ἰάμβλιχος. Περιοδ. Πλάτων 1978.
135. Λεσβιακά. Περιοδ. Ἑλληνικὸς Λόγος. Μάρτιος-Ἀπρίλιος 1978.
136. Ἀριστοτέλης, Ἀθῆναι 1978.
137. Ἀνάλεκτα, Ἀθῆναι 1978.
138. Reprints. Ὀκτὼ ἄρθρα δημοσιευθέντα εἰς τὴν Ἀγγλικὴν καὶ τὴν Γερμανικήν: Ἀθῆναι 1978.
139. Ἑλληνικὰ Μαθηματικά. Ἔκδοσις Ἑταιρείας τῶν Φίλων τοῦ Λαοῦ. Ἀθῆναι 1979.
140. Ὁ Ζυγὸς τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἀθῆναι 1979.
141. Εὐκλείδου, Περὶ Διαιρέσεων, Ἀθῆναι 1979.
142. Ἀριστάρχου Σαμίου, Περὶ μεγεθῶν καὶ ἀποστημάτων Ἡλίου καὶ Σελήνης. Ἀθῆναι 1980, ἐπὶ τῇ 2300ῇ ἐπετείῳ τῆς γεννήσεώς του. (320 π.Χ.— 1980).