

Stamatēs, Euaggelos S.

ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

Pythagoras ὁ Samios

ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ

Ο ΣΑΜΙΟΣ

*Σχᾶμα καὶ βᾶμα
ἀλλ' οὐ σχᾶμα καὶ τριώβολον*

ΑΘΗΝΑΙ
1981

Akademie der Wissenschaften der DDR
Zentralinstitut für Alte Geschichte u. Archäologie
Bibliothek

GR 751/84

Σχήμα και βήμα
ἀλλ' ὄχι σχῆμα καὶ τριόβολον
(Ἴδε Μαρτυρίαν 42)

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ὡς πρῶτος συγγραφεὺς πραγματείας περὶ Πυθαγόρου μνημονεύεται ὁ Δημόκριτος (Διογ. Λαέρτιος IX 46), τοῦ ὁποίου ἡ συναφῆς πραγματεία ὑπὸ τὸν τίτλον Πυθαγόρας δὲν ἐσώθη. Ὁ Πλάτων καὶ ὁ Ἀριστοτέλης μνημονεύουν τοῦ Πυθαγόρου ἀπὸ μίαν φοράν (μαρτυρία 8,9). Ὁ Ἀριστοτέλης ὁμοίως ἀναφέρεται ἐπανεπιλημμένως εἰς τοὺς Πυθαγορείους, εἶχε δὲ γράψει πραγματείας ὑπὸ τοὺς τίτλους 1) Πρὸς τοὺς Πυθαγορείους, 2) Περὶ τῶν Πυθαγορείων (Δ. Λαέρτιος V 25), 3) Περὶ τῆς Πυθαγορικῆς φιλοσοφίας (Ἀριστ.σ. 192, Rose) καὶ 4) Πυθαγορικὸς (Θέων Σμυρναῖος p. 22, 5 Hiller), αἱ ὁποῖαι ἐχάθησαν. Ἀκολουθῶς μνημονεύονται οἱ μαθηταὶ τοῦ Ἀριστοτέλους Ἀριστόξενος καὶ Δικαίαρχος, τῶν ὁποίων αἱ συναφεῖς πραγματεῖαι δὲν ἐσώθησαν.

Μετὰ πεντακόσια περίπου ἔτη ἀπὸ τούτους ἔγραψαν περὶ Πυθαγόρου, ὁ Πορφύριος, ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος καὶ ὁ Ἰάμβλιχος, μαθητῆς τοῦ Ἀνατολίου ἐν Ἀλεξανδρείᾳ καὶ βραδύτερον τοῦ Πορφυρίου ἐν Ῥώμῃ. Ἐκ τῶν τριῶν διασωθέντων ἔργων περὶ τοῦ Πυθαγορικοῦ βίου, τοῦ Ἰαμβλίου, τοῦ Δ. Λαερτίου, καὶ τοῦ Πορφυρίου λεπτομερέστερον εἶναι τὸ τοῦ Ἰαμβλίου. Μερικαὶ ὑπερβολαὶ τούτου, ὅπως π.χ. ἡ πληροφορία, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἔμεινεν εἰς τὴν Αἴγυπτον καὶ τὴν Βαβυλῶνα 34 ἔτη, δὲν μειώνουν τὴν ἔκθεσιν τοῦ συγγραφέως. Ἡ κατωτέρω ἐπακολουθοῦσα Γενικὴ ἔκθεσις στηρίζεται κυρίως εἰς τὴν πραγματείαν τοῦ Ἰαμβλίου, ἡ ὁποία πιστεύεται, ὅτι εἶχεν ὡς πρότυπον τὴν ἀπολεσθεῖσαν πραγματείαν τοῦ Ἀριστοξένου. Χρησιμοποιοῖ ἐπίσης μερικὰς πληροφορίας τοῦ Ἡρώνου τοῦ Ἀλεξανδρέως, ἀναφερομένας εἰς τὴν συμβολικὴν ἔννοιαν μερικῶν γεωμετρικῶν σχημάτων. Ἀκολουθοῦν μαρτυρίαι περὶ τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῆς διδασκαλίας του. Οἱ συγγραφεῖς ἐκ τῶν ὁποίων ἐλήφθησαν αἱ μαρτυρίαι εἶναι οἱ ἑξῆς:

Ξενοφάνης, Ἡράκλειτος, Ἡρόδοτος, Πλάτων, Ἀριστοτέλης, Εὐκλείδης, Ἡρων, Ἀπολλώνιος ὁ Τυανεύς, Ἀέτιος, Νικόμαχος, Θεών ὁ Σμυρναῖος, Ἰάμβλιχος, Διογένης Λαέρτιος, Ἰωάννης Στοβαῖος, Ἀθηναῖος, Στράβων, Φιλόστρατος, Διονύσιος ὁ Ἀλικαρνασεύς, Ἰσοκράτης, Πλούταρχος.

Ἐπιθετὴ ὑπὸ τινων ἀμφισβητεῖται ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου παρατίθεται μικρὰ πραγματεία ἡμῶν, εἰς τὴν ὁποίαν ἀποδεικνύεται ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἀνεκάλυψε τὴν ἀσυμμετρίαν.

Εἰς τὸ τέλος τῆς πραγματείας δημοσιεύεται Ἐπίμετρον, ὅπου ἀνασκευάζεται ἐν συντομίᾳ ἡ γνώμη μερικῶν, ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἐγνώριζον τὸ Πυθαγόρειον θεώ-

ρημα κατά τὸ 1800 π.Χ. καὶ ὅτι οὗτοι εἶχον εἰς τὰ Μαθηματικά των ἐν εἶδος ἀποδείξεως, ὡς ἐπίσης καὶ αἱ πληροφορίες καὶ παλαιῶν ἀκόμη Ἑλλήνων συγγραφέων, ὅτι ἡ Γεωμετρία ἀνεκαλύφθη εἰς τὴν Αἴγυπτον καὶ ἐκεῖθεν μετεφέρθη εἰς τὴν Ἑλλάδα, κατὰ παρασιώπησιν τῆς ὁμολογίας τοῦ Αἴγυπτίου ἱερέως πρὸς τὸν Σόλωνα, ὅτι οἱ Αἴγύπτιοι ἔλαβον τὸν πολιτισμὸν των ἀπὸ τοῦς Ἀθηναίους πρὸ τοῦ κατακλισμοῦ τοῦ Δευκαλίωνος, τοποθετομένου χρονικῶς 7 ἢ 10 χιλ. ἔτη π.Χ. (Πλάτων, Τίμαιος 23-25d).

Ἐγγραφον ἐν Ἀθήναις κατ' Ἀπρίλιον 1981

Εὐάγγελος Σ. Σταμάτης

ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ

Μέγας Έλλην μαθηματικός και φιλόσοφος και αρχηγέτης μεγάλου θρησκευτικοπολιτικού κινήματος. Έγεννήθη εν Σάμω περί το 580 π.Χ. (κατά τόν Έρατοσθένη τῷ 606 π.Χ.) και ἀπέθανεν εν Μεταποντίῳ τῆς Κάτω Ἰταλίας περί το 490 π.Χ. Ὁ πατήρ του ὠνομάζετο Μνήσαρχος, ἡ δὲ μήτηρ του Πυθαΐς. Ἐνουμφεύθη τὴν Θεανῶ, ἐξ ἧς ἀπέκτησεν υἱόν ὀνόματι Ἀρίμνηστον, κατ' ἄλλους δὲ Τηλαύγη, κατὰ τινες δὲ συγγραφεῖς και δύο θυγατέρας, τὴν Μυΐαν και τὴν Ἀριγνώτην. Αἱ βιογραφικαὶ περί τοῦ Πυθαγόρου πληροφορίες ὀφείλονται κυρίως εἰς Ἑλληνας συγγραφεῖς, ἀκμάσαντας κατὰ τοὺς μεταγενεστέρους χρόνους, ὅπως εἶναι ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος, ὁ Πορφύριος και ὁ μαθητῆς αὐτοῦ Ἰάμβλιχος. Οὗτοι ἐξ ἄλλου ἀρῶνται τὰ περί τοῦ βίου τοῦ Πυθαγόρου ἐκ πραγματειῶν τοῦ Ἀριστοξένου και τοῦ Δικαιάρχου, μαθητῶν τοῦ Ἀριστοτέλους, οἱ ὅποιοι ἤκμασαν 200 ἔτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Πυθαγόρου. Ἐάν ληφθῆ ὅπ' ὄψει, ὅτι ἐπὶ 100 ἔτη ἀπὸ τοῦ θανάτου τοῦ Πυθαγόρου οὐδὲν ἐγράφη περί αὐτοῦ και ὅτι ἡ διδασκαλία εἰς τὴν Σχολὴν του ἦτο μόνον προφορική, τηρουμένη δι' ὄρκου αὐστηρῶς μυστική, τότε δικαιολογοῦνται πολλὰ ἀμφιβολία περί τῆς ἀκριβείας τῶν βιογραφικῶν πληροφοριῶν περί Πυθαγόρου, αἱ ὅποια ἔφθασαν μέχρις ἡμῶν.

Ὅπωςδήποτε ἡ προσωπικότης και τὸ ἔργον τοῦ Πυθαγόρου περιεβλήθησαν τὸν πέπλον τοῦ μυστηρίου και τοῦ θρύλου. Θεωρεῖται ὁμως βέβαιον, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἤσκησε μεγάλην ἐπίδρασιν διὰ τὴν ἀνάπτυξιν ἐν Ἑλλάδι τῶν ἐπιστημῶν ἐν γένει και τῆς φιλοσοφίας ἰδιαίτερος.

Κατὰ τὴν παράδοσιν, ὁ Ἄγκαϊος, υἱὸς τοῦ Διὸς, εἶχεν ἀποικίσει τὴν Σάμην τῆς Κεφαλληνίας. Οὗτος ἔλαβε παρά τῆς Πυθίας τὸν χρησμόν νὰ ἀποικίσῃ τὴν νῆσον Μελάμφυλλον ἢ Φυλλίδα, εἰς τὴν ὁποίαν πράγματι ἐγκατέστησεν οὗτος Ἀθηναίους, Ἐπιδαυρίους και Χαλκιδεῖς και τὴν ὠνόμασε Σάμον. Ὁ χρησμός τῆς Πυθίας εἶχεν ὡς ἐξῆς:

*Ἄγκαϊ' εἰναλίαν νῆσον Σάμον ἀντὶ Σάμης σε
οἰκίσειν κέλομαι· Φυλλίς δ' ὀνομάζεται αὕτη.*

(Ἄγκαϊε σε προτρέπω νὰ οἰκίσῃς τὴν ἐν θαλάσῃ νῆσον και νὰ τὴν ὀνομάσῃς Σάμον ἀντὶ Σάμης· τώρα αὕτη ὀνομάζεται Φυλλίς. (Ἰάμβλιχος, Περὶ Πυθαγορείου βίου 4).

Λέγεται, ὅτι οἱ γονεῖς τοῦ Πυθαγόρου κατάγονται ἐκ τοῦ οἴκου τοῦ

Ἀγκαίου, ἐν ᾧ εἰς Σάμιος ποιητής, ἰσχυρίζεται, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἦτο υἱὸς τοῦ Ἀπόλλωνος. Κατὰ τὴν αὐτὴν παράδοσιν ὁ Μνήσαρχος ἠρώτησε τὴν Πυθίαν διὰ τὴν ἔκβασιν τῶν ἐμπορικῶν του ὑποθέσεων καὶ ἔλαβε τὴν ἀπάντησιν, ὅτι ἡ σύζυγός του Παρθενίς, ἡ ὁποία τότε ἦτο ἔγκυος, θά γεννήσῃ υἱόν, ὁ ὁποῖος θά διαφέρῃ τῶν ἄλλων ἀνθρώπων κατὰ τὸ κάλλος καὶ τὴν σοφίαν καὶ θά γίνη ὠφέλιμος εἰς τὸ ἀνθρώπινον γένος. Ὁ Μνήσαρχος, μετὰ τὸν χρησμόν καὶ τὸν τοκετὸν τῆς συζύγου του, μετωνόμασε ταύτην εἰς Πυθαΐδα καὶ τὸ νεογνὸν εἰς Πυθαγόραν, πρὸς τιμὴν τῆς Πυθίας. Ὁ Πυθαγόρας ἀπὸ νεαρᾶς ἡλικίας λέγεται ὅτι ἐγένετο μαθητῆς τοῦ φιλοσόφου Φερεκῦδου ἐν Σύρῳ, τοῦ Ἑρμοδάμαντος ἐν Σάμῳ καὶ τοῦ Θαλοῦ καὶ Ἀναξίμανδρου ἐν Μιλήτῳ. Ἐφοδιασθεὶς μὲ συστατικὰ γράμματα τοῦ τυράννου τῆς Σάμου Πολυκράτους πρὸς τὸν Φαραῶ Ἄμωσιν, ἐπεσκέφθη τὴν Αἴγυπτον, γενόμενος δεκτὸς ὑπὸ τῶν ἱερέων, τῆς Μέμφιδος, Ἡλιουπόλεως καὶ Διοσπόλεως ὅπου ἐμυήθη εἰς τὰ Αἴγυπτιακὰ Μυστήρια. Μετὰ διαμονὴν ἐν Αἴγύπτῳ 22 ἐτῶν ὅτε ὁ βασιλεὺς τῶν Περσῶν Καμβύσης κατέλαβε τὴν χώραν καὶ κατέλυσε τὴν δυναστείαν τῶν Φαραῶ, ὁ Πυθαγόρας μετηνέχθη εἰς Βαβυλῶνα μετ' ἄλλων λογίων Αἴγυπτίων, ὡς αἰχμάλωτος. Ἐκεῖ συνανέστραφη μᾶγους Πέρσας καὶ σοφοὺς Χαλδαίους, καὶ μετὰ διαμονὴν 12 ἐτῶν ἐν Βαβυλῶνι ἐπανῆλθεν εἰς Σάμον εἰς ἡλικίαν 56 ἐτῶν. (κατ' ἄλλην πληροφορίαν ἦτο 40 ἐτῶν ὅταν ἔφυγεν ἐκ Σάμου διὰ τὴν Ἰταλίαν, Πορφύριος 9). Λόγω τῆς λυγρᾶς τυραννικῆς διοικήσεως τοῦ Πολυκράτους ἔφυγεν ἐκ τῆς πατρίδος του, ἐπεσκέφθη τὴν Δῆλον, τὸ Ἰδαῖον ἄντρον τῆς Κρήτης καὶ τὸ Μαντεῖον τῶν Δελφῶν, ἐνθα συνανέστραφη μετὰ τῆς ἱερείας Θεμιστοκλείας, πολλὰ διδασχθεὶς παρ' αὐτῆς. Ἀναχωρήσας ἐκεῖθεν μετὰ διαμονὴν ἐνὸς ἔτους ἐγκατεστάθη εἰς τὸν Κρότωνα τῆς Κάτω Ἰταλίας, ἐνθα ἱδρυσεν Σχολήν. Εἰς τὴν Σχολὴν τοῦ Κρότωνος συνέρρεον μαθηταὶ ἕξ ὅλης τῆς Ἑλλάδος. Κατὰ τὴν παράδοσιν ὁ Πυθαγόρας «διεπονείτο τὸ πρῶτον περὶ τὰ μαθήματα καὶ τοὺς ἀριθμοὺς ὕστερον δὲ οὐκ ἀπέστη τῆς Φερεκῦδου τερατοποιίας» (κατ' ἀρχὰς ἠσχυλεῖτο μὲ τὰς ἐπιστήμας καὶ τοὺς ἀριθμοὺς, ὕστερον δὲ καὶ μὲ τὰς τερατοποιίας τοῦ Φερεκῦδου). Διότι, ὅταν εἰς τὸν λιμένα τοῦ Μεταποντίου προσήγγιζε πλοῖον, ὁ Πυθαγόρας προεῖπεν, εὐρισκόμενος εἰς τὴν παραλίαν, ὅτι τὸ πλοῖον φέρει μαζί του νεκρὸν, ὅπως πράγματι διεπιστώθη κατὰ τὴν προσόρμισιν τοῦ πλοίου.

Ἐν Τυρρηνίᾳ ὑπῆρχε θανατηφόρο φίδι τὸ ὁποῖον ἦτο το φόβητρον καὶ ἡ μᾶστιξ τῶν κατοίκων τῆς περιοχῆς. Ὅταν ὁ Πυθαγόρας διερχόμενος ἐκεῖθεν ὤπασθη τὴν ἐπίθεσιν τοῦ φιδιοῦ ἐδάγκασε τὸ φίδι τὸ ὁποῖον οὕτως ἐφρονεῦθη. Ὅταν διέπλεε μετ' ἄλλων τὸν ποταμὸν Κόσα ἤκουσεν ἐκ τοῦ ποταμοῦ φωνὴν μεγάλην: «Πυθαγόρα, χαῖρε», ἐνῶ οἱ συνοδοὶ του κατελήφθησαν ὑπὸ τρόμου. Κάποτε ἐφάνη συνομιλῶν μετὰ μαθητῶν του ἐν Κρότωνι καὶ Μεταποντίῳ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν καὶ ὥραν. Ἄλλοτε, καθήμενος εἰς ἕνα θέατρον ἐσηκώθη καὶ ἔδειξεν εἰς τοὺς θεατὰς τὸν ἕνα πόδα του ὡς χρυσόν. (Ἄριστ. frag. 192. V. Rose καὶ μαρτυρία 17) Κατὰ τὸν Ἰάμβλιχον, ὁ Ἀριστοτέλης ἐγγραφῆ εἰς τὴν πραγματείαν του «Περὶ Πυθαγορικῆς φιλοσοφίας», ὅτι τοῦ «λογικοῦ ζῴου τὸ μὲν εἶναι

θεός, τὸ δὲ ἄνθρωπος, τὸ δὲ οἷον Πυθαγόρας» (μαρτυρία 9). Κάποτε παρευρέθη εἰς ἀγρόν τινα ὅπου ἕνα βόδι ἐτρωγε κυάμους. Ὁ Πυθαγόρας θεωρῶν τοῦτο ὡς ἀμάρτημα παρεκάλεσε τὸν βουκόλον ν' ἀποτρέψη τὸ ζῶον ἀπὸ τοῦ νὰ τρώγῃ κυάμους. Ὁ βουκόλος εἰρωνεύθη τὸν Πυθαγόραν, εἰπὼν: πολὺ εὐχαρίστως θὰ διεβίβαζα τὴν ἐπιθυμίαν σου εἰς τὸ βόδι ἀλλὰ δὲν γνωρίζω νὰ ὀμιλῶ βοίστι. Τότε, ὁ Πυθαγόρας ἠληθίσαιε πρὸς τὸ βόδι. τοῦ ἐψιθύρισε κάτι εἰς τὸ αὐτὶ και τὸ βόδι ἔπαυσε νὰ τρώγῃ κυάμους, καθ' ὅλην του τὴν ζωὴν. Ἐπρέσβευε και ἐδίδασκε τὴν μετεμψύχωσιν. Ὅτι δηλ. ἡ ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου μετὰ τὸν θάνατον, ἂν μὲν εἶναι τελεία, μεταβαίνει και ἐνοῦται μετὰ τοῦ Θεοῦ, ἄλλως ἂν ὁ ἄνθρωπος ἐξῆ διαπράξει ἀμαρτήματα κατὰ τὴν ζωὴν του, μεταβαίνει εἰς φυτὰ ἢ ζῶα πρὸς τιμωρίαν και ἐξαγνισμόν. Αἱ διάφοροι αὐταὶ ζωαὶ μῖς ψυχῆς, ἐπὶ τῆς Γῆς διαρκοῦν 3000 ἔτη. (Ἡρόδοτος Β' 123). Ἡ οὐσία τῶν ὄντων εἶναι οἱ ἀριθμοί. Τὸ Σύμπαν προῆλθεν ἐκ τοῦ ὑπάρχοντος χάους διὰ τῆς μορφῆς, δηλ. τοῦ μέτρου καὶ τῆς ἁρμονίας. Ὁ Πυθαγόρας πρῶτος διὰ τῆς ἀνόμασε Κόσμον, δηλαδή Τάξιν, κόσμημα διὰ τὴν ἐπικρατοῦσαν ἐν αὐτῷ ἁρμονίαν.

Διὰ τὸν θάνατον τοῦ Πυθαγόρου ὑπάρχουν διάφοροι ἐκδοχαί. Κατὰ μίαν ἐκ τούτων ἀπέθανεν οὗτος ἐξόριστος ἐν Μεταποντίῳ εἰς ἡλικίαν 90 και πλέον ἐτῶν. Κατὰ τὴν ἄλλην ἐφονεύθη εἰς Κρότωνα κατ' ἐπιδρομὴν τῶν δημοκρατικῶν ὑπὸ τὸν Κύλωνα ἐναντίον τῆς Σχολῆς, καθ' ἣν ἐπιδρομὴν ἐσώθησαν δύο μόνον μαθηταί, ὁ Ἄρχιππος και ὁ Λῦσις. Ἐκ τούτων, ὡς λέγει ἡ παράδοσις, ὁ Λῦσις μετέβη εἰς Θήβας και ἔσχεν ὡς μαθητὴν του τὸν Ἐπαμεινώνδαν. Ἐκ τῶν πληροφοριῶν τούτων δὲν δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν σαφῆ γνῶσιν τοῦ χρόνου και τοῦ τόπου τοῦ θανάτου τοῦ Πυθαγόρου. Ἐκεῖνο ἐπὶ τοῦ ὁποίου συμφωνοῦν ὅλοι οἱ παλαιοὶ συγγραφεῖς εἶναι ὅτι ἡ Σχολὴ τοῦ Πυθαγόρου ἐν Κρότωνι ἐκλείσθη βραίως διὰ πολιτικῶν λόγους και ὅτι πλείστοι τῶν Πυθαγορείων ἐφονεύθησαν. Ὡς χρόνος τοῦ θανάτου λαμβάνεται τὸ 490 π.Χ.

Ἡ Σχολὴ τοῦ Πυθαγόρου δὲν ἦτο θρησκευτικὸς ὀργανισμὸς, ὅπως π.χ. τὰ Ἐλευσίνια Μυστήρια. Ἡ εἰσοδοχὴ ὁμοῦ μαθητῶν εἰς αὐτὴν και ἡ ἐν αὐτῇ διδασκαλία ἐγίνοντο κατὰ τὰς διατάξεις θρησκευτικῶν ὀργανώσεων. Ὁ ὑποψήφιος μαθητὴς ἐκαλεῖτο εἰς τὸ Γυμναστήριον τῆς Σχολῆς, ἐνθα ἐλάμβανε μέρος εἰς κοινὰς μετὰ τῶν μαθητῶν ἀσκήσεις. Ἡ πάλῃ ἀπηγορεύετο, διότι οἱ προοριζόμενοι διὰ τὴν ἀσκήσιν τῆς ἀρετῆς δὲν ἦτο πρέπον νὰ κυλιῶνται κατὰ γῆς, ὡς τὰ ζῶα. Εἰς τὸ ἀκολουθοῦν συμπόσιον ὁ ὑποψήφιος ἠρωτᾶτο παντοιοτρόπως και ἀπάντηα ἀβιάστως και ἐλευθέρως. Ὁ Πυθαγόρας και οἱ βοηθοὶ του παρηκολοῦθον τοὺς μορφασμοὺς και τὸν γέλωτα τοῦ ὑποψηφίου, ἐφυσιογνώμον, ὡς ἐλέγετο, αὐτόν. Μετὰ τινα καιρὸν, ὁ ὑποψηφιος ἐκαλεῖτο και διήρχετο μίαν νύκτα εἰς τι σπήλαιον, ἐνθα κατὰ τὸν θρῦλον, ὑπῆρχον φαντάσματα και κακὰ πνεύματα. Ὁ ἀδύνατων νὰ παραμείνῃ ἀπερρίπτετο, ὡς ἀσθενοῦς χαρακτήρος. Ἐὰν ὁ ὑποψηφιος ὑφίστατο ἐπιτυχῶς τὰς δοκιμασίας ἐγίνετο δεκτὸς εἰς τὴν πρώτην βαθμίδα ἢ τάξιν τῆς Σχολῆς, ἐνθα ἡ φοιτήσις διήρκει 5 ἔτη (κατ' ἄλλους ἀπὸ 2-5). Τὸ κύριον χαρακτηριστικὸν τῆς φοιτήσεως εἰς τὴν τάξιν αὐτὴν ἦτο, ὅτι ὁ μαθη-

της ἐπὶ 5 ἔτη ἀπηγορεύετο νὰ ὀμιλῇ. Ἡ σιγὴ ἦτο ὁ ὑπέρτατος νόμος διὰ τὸν μαθητὴν τῆς τάξεως αὐτῆς. Ἦτο ὑποχρεωμένος νὰ ἀκούῃ μόνον χωρὶς νὰ ἐρωτᾷ. Τὸ αὐτὸς ἔφα (τὸ εἶπε ὁ Πυθαγόρας καὶ εἶναι ὀρθὸν) εἶχε γίνει δόγμα. Οἱ μαθηταὶ τῆς τάξεως αὐτῆς ὠνομάζοντο ἀκουσματικοὶ ἢ ἀκουστικοὶ καὶ ἤκουον μαθήματα ἠθικῆς. Προετρεπόντο ν' ἀναπτύσσουν τὴν φιλίαν μεταξὺ τῶν. Μνημονεύεται, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἔδιδε μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν φιλίαν καὶ ἐρωτηθεὶς κάποτε «τί ἐστὶ φίλος;», ἀπήντησεν: «ἄλλος ἐγώ». Τὸ φίλος ἐστὶν ἄλλος ἐγὼ συνεδυσάσθη ὑπὸ τοῦ δαιμονίου τούτου πνεύματος πρὸς μίαν θυμασίαν παρατήρησιν ἐπὶ τῆς θεωρίας τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.

Ἡ φιλία ἦτο «ἐναρμόνιος ἰσότης». Οἱ Ἀκουσματικοὶ μαθηταὶ καὶ μαθήτρια ἀπετέλουν τὸ Ὁμακόσιον, δηλ. πλήθος ἀκούοντων ὁμοῦ. Ἐζων κοινοβιακῶς καὶ συνετηροῦντο ἐκ τοῦ κοινού ταμείου εἰς τὸ ὅποιον εἶχον καταθέσει τὰς περιουσίας τῶν. Ὁ Πυθαγόρας ἐπρέσβευεν, ὅτι ὁ ἄνθρωπος εἶναι ἀτελής καὶ ἔχει ἀνάγκην ἀγωγῆς διὰ νὰ ἐξαλείψῃ τὰ φυσικὰ ἐλαττώματα αὐτοῦ. «*Τὰς αἰτίας δεῖ ἀναιρεῖν, δι' ἃς ἀδικεῖν πέφυκεν ἄνθρωπος, φιληδονίαν μὲν ἀπολαύσει ταις διὰ τοῦ σώματος, πλεονεξίαν δὲ ἐν τῷ κερδαίνειν, φιλοδοξίαν δὲ ἐν τῷ καθυπερέχειν τῶν ἴσων τε καὶ ὁμοίων*» (πρέπει νὰ ἐξαλείψωμε τὰς αἰτίας διὰ τὰς ὁποίας ὁ ἄνθρωπος ἐκ φύσεως ἀδικεῖ ἤτοι τὴν φιληδονίαν εἰς τὰς ἀπολαύσεις τοῦ σώματος, τὴν πλεονεξίαν τοῦ κέρδους, καὶ τὴν φιλοδοξίαν νὰ ὑπερέχῃ ἀπὸ τοὺς ἴσους καὶ ὁμοίους του) (Στοβαίου «Περὶ Ἀρετῆς Γ' c1 76 P 31»). Ἡ ἠθικὴ διδασκαλία τοῦ Πυθαγόρου προπαρασκεύαζε τοὺς μαθητὰς εἰς τὴν φιλοσοφικὴν διδασκαλίαν. Ἡ διδασκαλία, ἰδίᾳ τῶν Ἀκουσματικῶν, ἐγένετο διὰ συμβόλων καὶ συμβολισμῶν. Εἰς τὰς αἰθούσας τῆς Σχολῆς ἦσαν ἀναγεγραμμένα ῥητὰ καὶ ἐπιγράμματα ἔχοντα συμβολικὴν ἔννοιαν καὶ συνεπῶς ἀκατάληπτα διὰ τοὺς ἀμύητους, ὁπως π.χ.:

1. Πῦρ μαχαίρα μὴ σκαλεῦειν
2. Ζυγὸν μὴ ὑπερβαίνειν
3. ἐπὶ χοίνικος μὴ καθίζειν
4. καρδίαν μὴ ἐσθίειν
5. τὰς λεωφόρους μὴ βαδίζειν
6. ἀποδηοῦντα μὴ ἐπιστρέφεσθαι κλπ.

Νὰ μὴ ἀνακατεύῃς τὸ πῦρ μὲ τὴν μάχαιραν, ἐσήμαινε δὲ τοῦτο : νὰ μὴ βάζῃς λάδι ἐπὶ τὴν φωτιά. 2. Νὰ μὴ ὑπερβαίνῃς τὸν ζυγόν, ἤτοι νὰ μὴ ἀδικῇς. 3. Νὰ μὴ ἀρκεῖσαι εἰς τὴν ἡμερησίαν τροφήν, δηλ. νὰ φροντίξῃς ἐξ ἴσου καὶ διὰ τὸ παρὸν καὶ διὰ τὸ μέλλον. 4. Νὰ μὴ τρώγῃς καρδίαν, δηλ. νὰ μὴ βασανίζῃς τὴν ψυχὴν σου μὲ ἀνίως καὶ λύπας. 5. Νὰ μὴ βαδίζῃς τὰς λεωφόρους, ἤτοι νὰ μὴ παρασύρῃσαι ἀπὸ τὰς γνώμας τῶν πολλῶν ἀδῶν, ἀλλὰ ἀπὸ τὰς γνώμας τῶν ἐπαϊόντων. 6. Ὅταν ἀποδημῇ τις νὰ μὴ ἐπιστρέφῃ δηλ. ὅταν ἀποδηνήσῃ τις νὰ μὴ ἔχῃ τὸν νοῦν του ἐπὶ τῶν ἐπιγείων κλπ). Οἱ μαθηταὶ ἠγειρόντο ἅμα τῇ ἀνατολῇ τοῦ Ἠλίου. Ὡρας τινὰς διέθετον διὰ μελέτην καὶ γυμναστικὴν. Κατὰ τὰς ἐσπιάσεις ἀπηγορεύοντο οἱ κύαμοι καὶ τὸ κρέας. Τὰς ἀπογευματινὰς ὥρας οἱ μαθηταὶ ἤ-

κουν τῆς διδασκαλίας τοῦ Πυθαγόρου καὶ ἐδίδον ἀπολογισμὸν περὶ τοῦ ἔργου τῶν τῆς ἡμέρας, λέγοντες: «*Τί παρέβην; Τί δ' ἔπραξα; τί μοι δέον οὐκ ἐτελέσθη;*» (ποῖον καθῆκον παρέβην; τί ἔπραξα; τί παρέλειψα νὰ πράξω;). Πρὸ τῆς εἰσόδου τῆς Σχολῆς ὑπῆρχεν ἐπιγραφή: «*Ἐκὰς βέβηλοι*» (δηλ. μακρὰν οἱ βέβηλοι, οἱ ἀμύητοι). Ὄταν ὁ Πυθαγόρας ἐπείθετο, ὅτι ὁ μαθητὴς μετὰ πενταετῆ σιγῆν καὶ μελέτην ἦτο ἄξιος προαγωγῆς, ἀνεκήρυσσε τοῦτον ἐσωτερικὸν μαθητὴν. Οἱ ἀριθμοὶ καὶ τὰ γεωμετρικὰ σχήματα ἀπετέλουν τὸ ἀντικείμενον τῆς πρώτης ἐρεύνης τῶν ἐσωτερικῶν μαθητῶν. Οἱ ἀριθμοὶ δὲν ἦσαν ἀπλῶς σύμβολα ποσοτικῶν σχέσεων. Ἦσαν ἡ οὐσία τοῦ Κόσμου. Πῶς ἀκριβῶς ἐνόουν τοῦτο ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ Πυθαγόρειοι δὲν εἶναι γνωστόν.

Πολλὰ ἐρμηγεῖα διεσώθησαν μέχρι ἡμῶν περὶ τῶν συμβολισμῶν τῶν πρώτων δέκα ἀριθμῶν, μερικὰς τῶν ὁποίων ἀναφέρομεν. Ἡ μονὰς εἶναι τὸ πνεῦμα, ὁ αἰθὴρ ἡ ἐνέργεια καὶ ἡ δύναμις ἐξ ἧς γίνεται τὸ πᾶν. Ἡ δυὰς εἶναι ἡ ὕλη ἀποτελουμένη ἀπὸ Ὑδωρ καὶ Γῆν. Ἡ τριάς εἶναι ὁ Χρόνος, ὡς Θεότης, ἦτοι τὸ παρελθόν, τὸ παρὸν, τὸ μέλλον. Ἡ τετράς εἶναι ὁ Χῶρος, ἡ τάξις τοῦ Κόσμου. Ὁ 5 συμβολίζει τὰ πέντε στοιχεῖα ἐκ τῶν ὁποίων σύγκεται ὁ Κόσμος, ἦτοι γῆν, ὕδωρ, ἀέρα, πῦρ, αἰθέρα καὶ τὰ πέντε ἀντίστοιχα πολυέδρα, κύβον εἰκοσάεδρον, ὀκτάεδρον, τετράεδρον, δωδεκάεδρον. Ὁ 6 συμβολίζει τὰ ἑξ εἶδη τῶν ὄντων ἦτοι: θεοῦς, δαίμονας, ἥρωας, ἀνθρώπους, ζῶα, φυτά. Ὁ 7 παριστᾷ τοὺς γνωστοὺς πλανήτας (Ἑρμῆς, Ἀφροδίτη, Ἄρης, Ζεὺς Κρόνος, Σελήνη, Ἥλιος) καὶ τὸν νόμον τῆς ἐξελίξεως. Ὁ 8 παριστᾷ τὰς 8 οὐρανίους σφαίρας καὶ τοὺς 8 φθόγγους τῆς μουσικῆς κλίμακος δηλ. τῆς ἁρμονίας τοῦ Κόσμου. Ὁ 9 παριστᾷ τὸ ἀνυπερβλήτον πέρας τῶν ἐντὸς τῆς δεκάδος ἀριθμῶν. Ὁ 10 παριστᾷ τὸ Σύμπαν. Τὴν μονάδα ἐθεώρει αὐτὸ τοῦτο τὸ "Ἀναρχον Ὄν. Τοῦτο, δταν ἐκδηλωθῆ ἐνεργεῖ εἰς δημιουργίαν δυάδα. Διὰ τῆς προσθήκης μιᾶς μονάδος εἰς τὴν δυάδα ὁ Κόσμος λαμβάνει μορφήν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τρία ὁ ὁποῖος εἶναι ἱερώτατος ἀριθμὸς. Ἡ ἱερότης τοῦ ἀριθμοῦ τρία ἔχει προέλθει ἐκ τῶν φυσικῶν παρατηρήσεων τῶν ἀνθρώπων. Ὀντος παριστᾷ τὴν ἀρχήν, τὸ μέσον καὶ τὸ τέλος. Γέννησιν. ζῶην, θάνατον. Ἡ ἀπλουστάτη μορφή τῶν ὄντων εἶναι τὸ τρίγωνον μὲ τρεῖς πλευράς, τρεῖς γωνίας, τρεῖς κορυφάς, τρία ὕψη, τρεῖς διχοτόμους, τρεῖς διαμέσους.

Οἱ Ἀθηναῖοι ἐθεώρουν τὴν τρίτην ἡμέραν τοῦ μηνὸς ἀποφράδα. Ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν διαμόρφωσιν τῆς γλώσσης ὁ ἀριθμὸς τρία ἀπέκτησε σημασίαν ὑποδηλῶν ἐπίτασιν, ὅπως τρικυμία, τριγυρνῶ κλπ. Ἐνθα δὲν νοοῦνται τρία κύματα ἢ γυρνῶ τρεῖς ὁρόμους, ἀλλὰ τεράστια κύματα καὶ περιπλανώμαι. Ὁ ἀριθμὸς 4 εἶναι ἐπίσης ἱερός καὶ ὀνομάζεται τετρακτὺς. Εἰς τὸ ὄνομα δὲ τῆς τετρακτὺς καὶ ὠρκίζοντο οἱ Πυθαγόρειοι. Ἰδίως τετρακτὺς ὀνομάζεται τὸ ἄθροισμα τῶν τεσσάρων πρώτων ἀριθμῶν, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μὲ 10 (1+2+3+4) δηλ. μὲ τὸ Σύμπαν. Ὁ πέντε κρύπτει τὴν ἀσυμμετρίαν, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν συμμετρίαν τοῦ Κόσμου, διότι ἡ πλευρὰ τοῦ εἰς κύκλον ἐγγεγραμμένου πενταγώνου εἶναι ἀσύμμετρος, τὸ δὲ πεντάγωνον εἶναι ἡ ἔδρα τοῦ εἰς σφαῖραν ἐγγεγραφομένου δωδεκαέ-

δρου τοῦ παριστῶντος τὸν Κόσμον, ὅστις εἶναι ἁρμονία. Οἱ ἀριθμοὶ 3, 4, 5, εἶναι ἱεροὶ θεωρούμενοι καὶ ὁμοῦ, ὡς τριάς. Διότι οὗτοι ἀποτελοῦν τὴν πρώτην Πυθαγόρειον τριάδα, ἥτοι τοὺς τρεῖς πρώτους ἀριθμούς οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα· δηλ. τρία εἰς τὸ τετράγωνον σὺν τέσσαρα εἰς τὸ τετράγωνον = πέντε εἰς τὸ τετράγωνον ($9+16=25$). Ἀλλὰ καὶ δι' ἄλλον λόγον ἡ τριάς αὕτη θεωρεῖται ἱερά. Διότι, οἱ ἀριθμοὶ 3, 4, 5 ὑψοῦμενοι εἰς τὸν κύβον καὶ προστιθέμενοι μᾶς δίδουν τὸν ἀριθμὸν 216 τὸν παριστῶντα τὸν λεγόμενον ψυχογονικὸν κύβον, τοῦ ὁποῖου πλευρὰ εἶναι ὁ ἀριθμὸς 6. Ἀλλὰ καὶ ὁ 6 θεωρεῖται ἱερός, ὀνομάζεται δὲ καὶ Γάμος. Διότι ἐκτός τοῦ ὅτι συνδέεται οὗτος πρὸς τὰς μετεμψυχώσεις (πλευρὰ ψυχογονικοῦ κύβου) εἶναι καὶ τελείος ἀριθμὸς ἐπειδὴ τὸ ἄθροισμα τῶν μερῶν του μᾶς δίδει τὸν ἀριθμὸν ἔξ, ἥτοι $6:6=1$, $6:3=2$, $6:2=3$ καὶ $1+2+3=6$. Ἐπὶ πλέον, ὁ 6 θεωρεῖται ἱερός, διότι οὗτος εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου, τοῦ ὁποῖου πλευρὰ εἶναι ἡ ἱερά τριάς (3,4,5), ἡ ὁποία δίδει καὶ τὴν πρώτην ἀκεραίαν λύσιν τῆς ἐξισώσεως τῆς λαμβανομένης ἐκ τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος (τῆς ω εἰς τὸ τετράγωνον = χ τετράγωνον + ψ τετράγωνον).

Ὁ ἀριθμὸς 7 ἦτο ἱερός ἐπίσης. Ἡ ἱερότης τοῦ ἀριθμοῦ 7 ἀνάγεται εἰς παλαιωτάτους χρόνους, πολὺ παλαιότερους τῆς ἐποχῆς τοῦ Ὅμηρου καὶ ὀφείλεται εἰς τὰς φάσεις τῆς Σελήνης, ἐκάστη τῶν ὁποίων ὡς γνωστὸν διαρκεῖ ἐπτά ἡμέρας. Οἱ Πυθαγόρειοι ὁμοῦ ἐπέτειον τὴν σημασίαν τοῦ ἀριθμοῦ ἐπτά θεωροῦντες αὐτὸν Παρθένον, ἀμήτορα, ἡγεμόνα καὶ ἄρχοντα πάντων, ἕνα θεόν, αἱ ὄντα, καὶ τὸν ἔχουν ἀφιέρωσει εἰς τὴν Ἀθηνᾶν. Τὰ διαστήματα τῆς πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος εἶναι ἐπτά καὶ συνεπῶς ὁ ἐπτά εἶναι αὕτη αὕτη ἡ ἁρμονία τοῦ Κόσμου. Κατὰ τὸν Πυθαγόρειον Πρῶρον, «ἡ φύσις δι' ἐπτά ἐτῶν ἢ μηνῶν ἢ ἡμερῶν πλείστα τῶν πραγμάτων τελειοῖ ἢ μεταβάλλει». Ἡ ἱερότης τοῦ ἀριθμοῦ ἐπτά καὶ ἡ συμβολικὴ σημασία του διατηρεῖται καὶ εἰς τὴν Καινὴν Διαθήκην. Ὅπως π.χ.: Λέγει αὐτοῖς ὁ Ἰησοῦς πόσους ἄρτους ἔχετε; οἱ δὲ εἶπον ἐπτά καὶ ὀλίγα ἰχθύδια (Ματθ. 15, 34). «Κύριε ποσάκις ἀμαρτήσῃ εἰς ἐμέ ὁ ἀδελφός μου καὶ ἀφήσω αὐτῷ; ἕως ἐπτάκις; Λέγει αὐτῷ ὁ Ἰησοῦς, οὐ λέγω σοι ἕως ἐπτάκις, ἀλλ' ἕως ἑβδομηκοντάκις ἐπτά» (Ματθ. 18, 21). Ὁ Ἰησοῦς ἐφάνη πρῶτον Μαρίᾳ τῇ Μαγδαληνῇ ἀφ' ἧς ἐκβεβλήκει ἐπτά δαιμόνια (Μάρκ. 16, 9). Καὶ εἰς τὴν γλῶσσαν διατηρεῖται ἐκτοτε ἡ σημασία τοῦ ἀριθμοῦ ἐπτά. ὄπως ἐπτάφωτος, ἐπτακέφαλος, ἐπτάστομος, ἐπτάψυχος, ἐπτάπατος (ὁ πολὺ ἐχέμυθος), ἐπτάμυαλος (ὁ σοφώτατος), ἐπταμόναχος = τελειῶς μόνος, ἐξ οὗ καὶ θεομόναχος, ἐκ τοῦ ὅτι εἰς τὸν λαὸν ἐπεκράτησεν ἡ Πυθαγόρειος παράδοσις τῆς ταυτότητος τοῦ ἀριθμοῦ ἐπτά πρὸς τὸν Θεόν. Τὸ θεομόναχος εἶναι καὶ μία ζωντανὴ ἀπόδειξις οὐ μόνον τῆς ἐπιδράσεως ἐπὶ τοῦ Ἑλληνικοῦ λαοῦ καὶ τῆς διατηρήσεως διὰ μέσου τῶν αἰῶνων τῶν Πυθαγορείων δοξασιῶν, ἀλλὰ καὶ τῆς συνεχείας καὶ διατηρήσεως ἀναλλοιώτου τῆς Ἑλληνικῆς φυλῆς.

Ἡ Ἀριθμολογία, ἡ Γεωμετρία καὶ ἡ Μουσικὴ ὠδήγουν τοὺς ἐσωτερικοὺς μαθητὰς εἰς τὴν κατανόησιν τῶν κοσμικῶν φαινομένων· ἴδου τί γράφει συναφῶς

ὁ Διογένης ὁ Λαέρτιος (VIII 25): «Ὁ Πυθαγόρας ἐθεώρει ἀρχὴν μὲν ὄλων τῶν πραγμάτων τὴν μονάδα· ἐκ δὲ τῆς μονάδος, ὅτι προήρχετο (ἐγίνετο) ἡ ἀόριστος δυάς διὰ τῆς ἐκδηλώσεως τῆς μονάδος καὶ ὡς ὕλης· ἐκ δὲ τῆς μονάδος καὶ τῆς ἀόριστου δυάδος, ὅτι ἐγίνοντο οἱ ἀριθμοί· ἐκ δὲ τῶν ἀριθμῶν τὰ σημεῖα· ἐκ δὲ τούτων αἱ γραμμαὶ, ἐκ τῶν ὁποίων γίνονται τὰ ἐπίπεδα σχήματα, ἐκ δὲ τῶν ἐπιπέδων τὰ στερεά· ἐκ τούτων τὰ αἰσθητὰ σώματα, τῶν ὁποίων τὰ στοιχεῖα εἶναι τέσσαρα: Πῦρ, Ὑδωρ, Γῆ, Ἄηρ, τὰ ὁποῖα μεταβάλλονται καὶ διὰ τῆς ἀλλοιώσεως ὄλων αὐτῶν γίνεται ὁ Κόσμος ἔμψυχος, νοερός, σφαιροειδής, περιέχων εἰς τὸ μέσον τὴν Γῆν καὶ αὐτὴν σφαιροειδῆ καὶ περιουκουμένην».

Ἡ πρώτη Πυθαγόρειος διδασκαλία.

Ὡς ἀφετηρία τῆς Πυθαγορείου φιλοσοφίας θεωροῦνται αἱ μαθηματικαὶ ἔρευναι αἱ γενομένηαι ἐν τῇ Σχολῇ. Αἱ ἔρευναι αὗται, αἱ ὁποῖαι περιλαμβάνουσι τὴν Θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν, τὴν Γεωμετρίαν, τὴν Ἀστρονομίαν καὶ τὴν Φυσικὴν συστηματοποιοῦν τὴν προσπάθειαν τοῦ Ἑλληνικοῦ πνεύματος διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν ὡς ἐπιστήμης. Διὰ τὴν σχέσιν ἣ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῶν μαθηματικῶν αὐτῶν ἐρευνῶν τῶν Πυθαγορείων καὶ τῶν μεταφυσικῶν αὐτῶν δοξασιῶν, ὁ Ἀριστοτέλης γράφει τὰ ἑξῆς: «Οἱ Πυθαγόρειοι ἦσαν οἱ πρῶτοι, οἱ ὁποῖοι ἠσχολήθησαν σοβαρῶς μὲ τὰ μαθηματικά καὶ συνέβαλον εἰς τὴν ἀνάπτυξιν αὐτῶν. Ἀπὸ τὰς βαθεῖας αὐτῶν μαθηματικῶν γνώσεις ἐδημιουργήθη παρ' αὐτοῖς ἡ θεωρία ὅτι αἱ Ἀρχαὶ τῶν μαθηματικῶν εἶναι ἐπίσης Ἀρχαὶ τοῦ ὄντος. Ἐπειδὴ δὲ εἰς τὰ μαθηματικά οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ἐκ φύσεως τὸ πρῶτον πρᾶγμα, τὸ ὁποῖον ἀπαντᾷ τις, οἱ δὲ Πυθαγόρειοι ἐπίστευον ὅτι ἐβλεπον εἰς τοὺς ἀριθμούς μεγάλην ὁμοιότητα πρὸς τὸ εἶναι καὶ τὸ γίνεσθαι, μεγαλυτέραν ἢ πρὸς τὸ Πῦρ, τὴν Γῆν καὶ τὸ Ὑδωρ, ἔλεγον οὗτοι τὴν τάδε μεταβολὴν τῶν ἀριθμῶν δικαιοσύνην, τὴν τάδε ψυχὴν καὶ νοῦν, τὴν τάδε μεταβολὴν, χρόνον κλπ. Ἐκτὸς τούτου ἐβλεπον οὗτοι εἰς τοὺς ἀριθμούς, τὰς ιδιότητας καὶ τὰς σχέσεις τῆς Ἀρμονίας καὶ ἐπειδὴ κατ' αὐτοὺς πάντα ἐκ φύσεως εἶναι ὁμοιώματα τῶν ἀριθμῶν οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ὁμοῦς τὸ πρῶτον πρᾶγμα τὸ ἀπαντῶμενον ἐν τῇ φύσει, ἐπρέσβευον, ὅτι τὰ στοιχεῖα τῶν ἀριθμῶν εἶναι στοιχεῖα τῶν ὄντων καὶ ὅτι ὀλόκληρος ὁ οὐρανὸς εἶναι ἄρμονία καὶ ἀριθμὸς». («Μετὰ τὰ Φυσικά» 985 β 23). Καὶ περαιτέρω ὁ Ἀριστοτέλης γράφει: «Φαίνονται δὲ οἱ Πυθαγόρειοι νομιζόντες ὅτι ὁ ἀριθμὸς εἶναι ἀρχὴ καὶ ὕλη τῶν ὄντων τοῦ δὲ ἀριθμοῦ στοιχεῖα ὅτι εἶναι τὸ ἄρτιον καὶ τὸ περιττόν, ἐκ τούτων δὲ τὸ μὲν ἄπειρον τὸ δὲ πεπερασμένον. Ἐν ἀποτελούμενον ἐκ τῶν δύο τούτων (διότι εἶναι καὶ ἄρτιον καὶ περιττόν), τὸν δὲ ἀριθμὸν γινόμενον ἐκ τοῦ ἐνός (τῶν μονάδων δηλ.), ἀριθμοὶ δὲ ὡς ἐλέχθη εἶναι ὀλόκληρος ὁ οὐρανός. Ἄλλοι ἐκ τούτων λέγουσι ὅτι αἱ ἀρχαὶ τοῦ Κόσμου εἶναι δέκα αἱ λεγόμεναι κατὰ συστοιχίαν, αἱ ἑξῆς: πέρασ καὶ ἄπειρον — περιττόν καὶ ἄρτιον — Ἐν καὶ πλῆθος — δεξιόν καὶ ἀριστερόν — ἄρρεν καὶ θῆλυ — ἡμεροῦν καὶ κινουμένων — εὐθύ καὶ καμπύλων — φῶσ καὶ σκότος — ἀγαθὸν καὶ κακόν — τετράγωνον καὶ ἑ-

τερόμηκες». («Μετὰ τὰ Φυσικά» 986 α).

Ἡ θεωρία τῶν Πυθαγορείων περὶ τῆς ἁρμονίας τῶν οὐρανίων σφαιρῶν, περὶ τῆς ὁποίας ἀναφέρει ὁ Ἀριστοτέλης («Περὶ Οὐρανοῦ» Β. 9, 290 β 12 κ. ἔ.), στηρίζεται εἰς τὴν παρατήρησιν ὅτι πᾶν σῶμα κινούμενον ταχέως παράγει ἤχον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο πρέπει νὰ παρατηρεῖται κατὰ τὴν κίνησιν τῶν ἄστρον καὶ δὴ καὶ τῶν πλανητῶν. Οἱ οὕτω παραγόμενοι ἤχοι ἔχουν ὕψος ἐξαρτώμενον ἐκ τῆς ἀποστάσεως τῶν ἄστρον ἐκ τῆς Γῆς, αἱ δὲ ἀποστάσεις αὗται τῶν ἄστρον εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰ διαστήματα τῆς μουσικῆς κλίμακος. Ὅτι οἱ ἄνθρωποι δὲν ἀντιλαμβάνονται τὴν ἁρμονίαν τῶν οὐρανίων σφαιρῶν ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός, ὅτι ἀπὸ τῆς γεννήσεως τοῦ ἀνθρώπου ἡ ἀκοή του ἔχει συνηθίσει εἰς τοὺς παραγομένους ἐκ τῆς κινήσεως τῶν ἄστρον ἁρμονικούς ἤχους.

Κατὰ τοὺς Πυθαγορείους, ἡ ψυχὴ εἶναι ἡ ἁρμονία τοῦ σώματος ἐπιδρῶσα ἐπ' αὐτοῦ, ὥστε νὰ διατηρῆται ἡ συμμετρία καὶ ἡ ἰκανότης διὰ τὴν ζωὴν. Ἀρμονία ὁμῶς τοιαύτη, ὥστε αὕτη νὰ ἐπηρεάξῃ τὸ σῶμα ἀλλὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ὑπ' αὐτοῦ. Ἡ Πυθαγόρειος αὕτη θεωρία περὶ ψυχῆς ἀναφερομένη εἰς τὰς πραγματείας τοῦ Πλάτωνος καὶ Ἀριστοτέλους («Φαίδων» 85 ε, κ. ἔ., «Περὶ ψυχῆς 407 β 30») φαίνεται δὲν ἔχει σωθῆ πλῆρως. Διότι, ἐὰν ἡ ψυχὴ εἶναι ἁρμονία τις, αὕτη μετὰ τὸν θάνατον τοῦ σώματος πρέπει νὰ ἐξαφανίζεται, ὅπως μία μουσικὴ ἁρμονία ἐξαφανίζεται μετὰ τὴν ἐκτέλεσιν ἑνὸς μουσικοῦ τεμαχίου.

Ὁ Πυθαγόρας ὑπῆρξεν ὁ πρῶτος ὁ ὁποῖος ὠμίλησε περὶ ἀρετῆς συστηματικῶς, τὴν ὁποίαν ἀνήγαγεν εἰς ἀριθμούς. Αἱ ἠθικαὶ ἔννοιαι περιβάλλονται διὰ τινος συμβόλου ἢ ἀριθμοῦ. Ἡ δικαιοσύνη π.χ. ἀναφέρεται ὡς ἀριθμὸς ἰσάκις ἴσος, ὁπλ. πᾶν τετράγωνον παριστᾷ τὴν δικαιοσύνην.

Διὰ τὴν θεμελιώδη Πυθαγόρειον θεωρίαν καθ' ἣν οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ἡ οὐσία τῶν πραγμάτων δὲν διαθέτομεν σαφῆ στοιχεῖα πλὴν τῶν ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους ἀναφερομένων διὰ τὸν συμβολισμόν ὄντολογικῶν ἑννοιῶν διὰ γεωμετρικῶν σχημάτων. Ἐχομεν ὁμῶς εἰς τὴν διάθεσιν ἡμῶν τὴν πραγματείαν τοῦ Ἡρώου τοῦ Ἀλεξανδρέως περὶ γεωμετρικῶν (τόμ. 4, Ὅρισμοί, ἐκδ. Χαίμπεργκ-). Εἰς τὴν πραγματείαν αὐτὴν γεωμετρικοὶ τινες συμβολισμοὶ ἀναφέρονται ρητῶς εἰς τοὺς Πυθαγορείους. Ἐκ τούτου διατυποῦται ἡ πιθανότης ὅτι ὅλοι οἱ γεωμετρικοὶ συμβολισμοί, οἱ ἐν τῇ πραγματείᾳ αὐτῇ ἀναφερόμενοι, εἶναι Πυθαγορικῆς προελεύσεως. Σημειοῦμεν μερικούς ἐκ τούτων, (I. L. Heiberg).

Ἡ δημιουργὸς κατεσκεύασε τὴν ψυχὴν μὲ τὰς ιδιότητας τῆς ταυτότητος, τῆς ἑτερότητος, τῆς στάσεως καὶ τῆς κινήσεως (τετρακτὺς). Ἡ διάνοια σταθεῖσα καὶ ἀντιληφθεῖσα ὅτι αὕτη εἶναι ἓν καὶ πολλὰ συγχρόνως ἀξιοὶ γῶσιν τῶν ἀριθμῶν καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς (σελ. 112).

«Οἱ Πυθαγόρειοι, ἔλεγον, ὅτι ἡ ἔννοια ἐπιφάνεια δέον νὰ συμβολίζεται διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τρία, διότι τὸ πρωταρχικὸν σχῆμα ἐπ' αὐτῆς ἔχει πρῶτην αἰτίαν τὴν τριάδα (τὸ τρίγωνον). Διότι, ὁ μὲν κύκλος, ὁ ὁποῖος εἶναι τὸ ἀπλούστερον σχῆμα ἐκ τῶν μὲ καμπύλας γραμμάς, περιέχει ἐν κρυπτῷ τὸν ἀριθμὸν τρία, ἦτοι τὸ κέντρον, τὴν ἀκτῖνα, τὴν περιφέρειαν, τὸ δὲ τρίγωνον, εἶναι φανερόν ὅτι εἶναι ὁ

ἡγεμῶν τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων, διότι ἐκφράζεται διὰ τοῦ τρία καὶ διεμορφώθη διὰ τοῦ τρία» (τρεις γωνίαί, τρεις πλευραί, τρεις κορυφαί, τρία ὕψη κλπ. σελ. 126).

«Λέγομεν, ὅτι ἡ γωνία εἶναι σύμβολον καὶ εἰκὼν τῆς συνοχῆς τῆς παρατηρουμένης εἰς τὰ θεῖα δημιουργήματα καὶ εἰς τὴν συνέχουσαν αὐτὰ τάξιν» (σελ. 128).

Ἡ ὀρθή γωνία εἶναι σύμβολον τῆς ἀκλινῶς συνεχομένης ἐνεργείας, ἡ ὁποία ἐκφράζει τὴν ἰσότητα, τὴν περιεκτικότητα καὶ τὸ πεπερασμένον· ὄθεν, ἡ κάθετος γραμμὴ (ἐπ' ἄλλην γραμμὴν) ἡ σχηματίζουσα τὴν ὀρθὴν γωνίαν, λέγεται, καὶ εἰκὼν τῆς πρὸς τὸν θάνατον βαδίζουσης ζωῆς. Καὶ ἡ εὐθεῖα γραμμὴ εἶναι τὸ σύμβολον τῆς γνώσεως τοῦ Συνόλου, διότι αὕτη τέμνεται καὶ προεκτείνεται ἀπεριορίστως» (σ. 142).

«Ὁ μὲν κύκλος εἶναι εἰκὼν τοῦ νοουμένου ὄντος, τὸ δὲ (ἰσόπλευρον) τρίγωνον εἶναι εἰκὼν τῆς πρώτης ψυχῆς (πρὶν ἀρχίσῃ αὕτη νὰ μετεμψυχῶται εἰς ἄλλους ἀνθρώπους ἢ ὄργανισμούς) ἕνεκα τῆς ἰσότητος, τιμιότητος καὶ ὁμοιότητος τῶν γωνιῶν καὶ πλευρῶν. Διὰ τὸν λόγον τοῦτον καὶ τὸ πρῶτον θεώρημα (τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου) ἀποδεικνύει ἐν μέσφ κύκλων τὸ τρίγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. Καὶ πᾶσα ψυχὴ προέρχεται ἀπὸ νοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς νοῦν καὶ μετέχει τοῦ νοῦ.»

«Ἡ ὀρθή γωνία συμβολίζει τὴν ἀρετὴν, ἐνῶ ἡ ἀμβλεία καὶ ἡ ὀξεία συμβολίζουν τὴν κακίαν, τὴν ἀοριστίαν, τὴν ἔνδειαν καὶ τὴν ὑπερβολὴν, τὴν ἀμετρίαν» (σελ. 148).

«Ἐκ πάντων τῶν σχημάτων μόνον τὸ τετράγωνον εἶναι τὸ ἔχον τὰς πλευράς ἰσας καὶ τὰς γωνίας ὀρθάς· διὰ τοῦτο καὶ τιμιώτερον λέγεται. Ὅθεν, οἱ Πυθαγόρειοι παρομοιάζουν τοῦτο πρὸς τὸ Θεῖον, τὸ ὁποῖον ἔχον ἀχραντὸν τάξιν, ἰσότητα καὶ ὀρθότητα, παριστᾷ διὰ τοῦ τετραγώνου τὴν μόνιμον δύναμιν· διότι ἡ μὲν κίνησις προέρχεται ἐκ τῆς ἀνισότητος, ἐνῶ ἡ ἀκίνησις ἐκ τῆς ἰσότητος» (σελ. 152).

«Εἶναι δὲ ἡ μὲν εὐθεῖα σύμβολον τῆς ἀπαρεγκλίτου καὶ ἀδιαστρόφου καὶ ἀχράντου καὶ ἀνεκλείπτου καὶ παντοδυνάμου καὶ πανταχοῦ παρουσίας Προνοίας, τὸ δὲ τόξον καὶ ἡ κυκλικὴ κίνησις εἶναι σύμβολα τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία κατευθύνεται πρὸς ἑαυτὴν καὶ περὶ ἑαυτὴν ἐλίσσεται καὶ ἡ ὁποία ἐνέργεια διὰ νοητοῦ πέρατος ἐπικρατεῖ τοῦ Σύμπαντος. Ἐνῶ λοιπὸν ὁ δημιουργικὸς νοῦς ἔθεσε πρὸ ἑαυτοῦ τὰς δύο ταύτας ἀρχάς, δηλ. τὸ εὐθὺ καὶ τὸ κυκλικόν, παρήγαγεν ἀφ' ἑαυτοῦ δύο μονάδας, τὴν μὲν ἐνεργοῦσαν κυκλικῶς καὶ συντελοῦσαν εἰς τὴν ὑπαρξίν τῶν νοερῶν οὐσιῶν, τὴν δὲ ἐνεργοῦσαν εὐθυγράμμως καὶ παρέχουσαν τὴν γένεσιν τῶν αἰσθητῶν (σ. 154) (Σημ. Ἐνεκα τῶν ἀρχῶν τούτων τὰ προβλήματα τὰ μὴ λυόμενα διὰ κανόνος καὶ διαβήτου (εὐθειῶν καὶ κύκλων) ἔθεωροντο ἄλυτα).

Ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ Πυθαγόρειοι ὑπὸ τὸ πρίσμα τῶν νεωτέρων ἀντιλήψεων.

Εἰς τὸ πρόβλημα Πυθαγόρας καὶ Πυθαγόρειοι δὲν εἶναι εὐκόλουν νὰ δοθῇ ἱκανοποιητικὴ ἀπάντησις, ἐφ' ὅσον αἱ πρῶται συναφεῖς εἰδήσεις προέρχονται ἐξ ἀποσπασμάτων πραγματειῶν, αἵτινες ἐγράφησαν ἑκατὸν ἔτη περὶπου μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Πυθαγόρου. Ἐξ ἄλλου ἡ σιγὴ εἰς τὴν ὁποίαν ὑπεχρεοῦντο δι' ὄρκου οἱ Πυθαγόρειοι ἀπετέλει τὸ μεγαλύτερον ἐμπόδιον διὰ τὴν γνῶσιν τῆς Πυθαγορείου δασκαλίας.

Παρά ταῦτα, ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Πλάτωνος μέχρι σήμερον ὁμόφωνος εἶναι ἡ γνώμη ὅτι ἡ συμβολὴ τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν Πυθαγορείων ἦτο ἀποφασιστικὴ διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν μαθηματικῶν καὶ τῆς μουσικῆς. Ἡ Σχολὴ τοῦ Πυθαγόρου ἐν Κρότωνι θεωρεῖται τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Κόσμου, ἔνθα ἡ διδασκαλία ἐγένετο ὑπὸ μυστηριακῶν καὶ συμβολικῶν τρόπων καὶ συνεπῶς, ὡς κυρία Σχολὴ τοῦτου δύναται νὰ θεωρηθῇ ἡ Θεολογικὴ Σχολή. Οὐχὶ μικροτέρας σημασίας εἶναι ἡ Σχολὴ τῶν πολιτικῶν ἐπιστημῶν, ἐν τῇ ὁποίᾳ ὡς εἰκάζεται βασιμῶς, ἐδιδάσκετο ἡ ὑπεροχὴ τῆς γνώμης τῶν ἐπαϊόντων ἔναντι τῆς γνώμης τοῦ ὄχλου, διδασκαλία, ἣτις ἐπροκάλεσε τὸν ἀφανισμόν τῆς Σχολῆς καὶ τῶν καθηγητῶν αὐτῆς ὡς καὶ τῶν παραρτημάτων αὐτῆς εἰς τὰς διαφόρους πόλεις τῆς Κάτω Ἰταλίας. Ὡς γνωστὸν οἱ αὐτοὶ λόγοι ἐπροκάλεσαν βραδύτερον τὸν θάνατον τοῦ Σωκράτους. Αἱ δύο ἄλλαι Σχολαὶ τοῦ Πανεπιστημίου ἦσαν ἡ Φυσικομαθηματικὴ καὶ ἡ Ἰατρικὴ. Περί τῶν ἱατρικῶν ἐρευνῶν καὶ ἀνακαλύψεων τῆς Ἰατρικῆς Σχολῆς γνωρίζομεν ἐλάχιστα. Εἰς τὴν Φυσικομαθηματικὴν Σχολὴν ἐθεραπεύετο ἡ Θεωρία τῶν ἀριθμῶν, ἡ Γεωμετρία, ἡ Ἀστρονομία, ἡ Μηχανικὴ καὶ ἡ Μουσικὴ.

Μαθηματικαὶ ἀνακαλύψεις ἀποδιδόμεναι προσωπικῶς εἰς τὸν Πυθαγόραν εἶναι: 1) Τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα (μαρτυρίαί, 12, 13, 107, 116) 2) Ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας εἰς τὰ Μαθηματικά (μαρτυρίαί 11, 14 καὶ ἡ μετὰ τὴν μαρτυρίαν 116 μικρὰ πραγματεία), 3) Ἡ κατασκευὴ τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων τῶν ἐγγραφομένων εἰς σφαῖραν (μαρτυρίαί 11), 4) Ἡ κατασκευὴ τῆς Μουσικῆς κλίμακος (μαρτυρίαί 22, 23, 54). 5) Ἀπροσδιόριστος ἀνάλυσις β' βαθμοῦ (μαρτυρίαί 15), 6) Τὸ πρόβλημα καθ' ὃ δοθέντων δύο σχημάτων νὰ κατασκευασθῇ τρίτον σχῆμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι ὁμοιον πρὸς τὸ ἓν, ἴσον δὲ πρὸς τὸ ἄλλο (μαρτυρίαί 116). Εἰς τὰ Σχόλια τοῦ 13 βιβλίου τοῦ Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἡ κατασκευὴ τῶν πολυέδρων, πυραμίδος, κύβου, δωδεκαέδρου ἀποδίδεται εἰς τοὺς Πυθαγορείους, ἐν ᾧ ἡ κατασκευὴ τοῦ ὀκταέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου ἀποδίδεται εἰς τὸν Θεαίτητον.

Τό Πυθαγόρειον θεώρημα, ὡς διοφαντική ἐξίσωσις, καί τό θεώρημα τῶν τελειῶν ἀριθμῶν ἔδωσαν μεγάλην ὄθησιν εἰς τήν σημερινήν ἀνάπτυξιν τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν. Ὁ διαπρεπής Γάλλος μαθηματικός Fermat (1601-1665), ὀρμηθεὶς ἐκ τοῦ Πυθαγορείου προβλήματος $a.a = \beta.\beta + \gamma.\gamma$, ἔθεσε τό πρόβλημα νά εὐρεθοῦν τρεῖς ἀριθμοί a, β, γ , ὥστε ἂν ἕκαστος τούτων ὑψωθῆ εἰς τήν νουστήν δύναμιν, ὅπου $n = 3, 4, 5, 6...$ ὁ εἷς νά ἰσοῦται μέ τό ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων. Ὁ ἐπίσης σπουδαῖος Ἑλβετός μαθηματικός L. Euler ἠσχολήθη πολὺ μέ τό θεώρημα τῶν τελειῶν ἀριθμῶν τοῦ Εὐκλείδου καί ἀπέδειξεν, ὅτι οἱ κατά τόν Εὐκλείδην λαμβανόμενοι τέλειοι ἀριθμοί εἶναι ἄρτιοι. Ἐπί τοῦ σημείου τούτου ἀναφέρομεν, ὅτι τέλειοι ἀριθμοί λήγοντες εἰς 2 ἢ 4 δὲν ὑπάρχουν εἰ μὴ μόνον λήγοντες εἰς 6 ἢ 8. Τοῦτο τό ἀναφέρει ὁ Ἰάμβλικος εἰς τὰ σχόλια αὐτοῦ ἐπὶ τῆς πραγματείας τοῦ Νικομάχου «Ἀριθμητική Εἰσαγωγή» (Pistelli, σ. 33, 24). Εἰς ἀνυπέρβλητα ἐμπόδια προσκόπτει ἡ σημερινή μαθηματική ἐπιστήμη, ἀδυνατοῦσα ν' ἀποδείξῃ τήν ὑπαρξίν ἢ μὴ τελειῶν ἀριθμῶν περιττῶν. Ἐπίσης ἀδυνατεῖ ν' ἀποδείξῃ ὅτι τό πλήθος τῶν τελειῶν ἀριθμῶν εἶναι ἀπείρωσ μέγα.

Λίαν ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ ὑπό τοῦ Πυθαγόρου διάκρισις τῶν ἀριθμῶν εἰς φίλους. Ἡ διάκρισις αὕτη γίνεται ὡς ἐξῆς: Θεωροῦμεν τὰ μέρη τῶν δύο ἀριθμῶν. Ἐάν τὸ ἄθροισμα τῶν μερῶν τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ διδῆ τόν δευτέρον ἀριθμόν καί τό ἄθροισμα τῶν μερῶν τοῦ δευτέρου διδῆ τόν πρῶτον ἀριθμόν, τότε οἱ δοθέντες ἀριθμοί, λέγονται κατά τόν Πυθαγόραν, φίλοι. (Ἰδε μαρτυρίαν 27).

Αἱ ἀνακαλύψεις εἰς τήν Μουσικήν, ἐρευνημένην ἀπό μαθηματικῆς ἀπόψεως ἦσαν σπουδαῖαι διὰ τήν ἐξέλιξιν τῆς ἐπιστήμης ταύτης. Ὁ θρόλος ἀποδίδει τὰς ἀνακαλύψεις ταύτας προσωπικῶς εἰς τόν Πυθαγόραν. Μεταξὺ τούτων ἀναφέρομεν τήν ἐρευναν τῶν νόμων τῶν παλλομένων χορδῶν διὰ τοῦ μονοχόρδου καί τήν ἐπινόησιν τοῦ ὀκτάχορδου. Τὸ ὀκτάχορδον ἀπετελέσθη ἐκ τῆς συνενώσεως (ὑπό τοῦ Πυθαγόρου) δύο τετραχόρδων.

Ἡ Πυθαγόρειος μουσική κλίμαξ περιέχει, ὡς γνωστόν, ὀκτῶ φθόγγους καί ἐπτὰ μουσικά διαστήματα. Ὁ δξύτερος τόνος ὀνομάζεται νῆτη καί ὁ βαρυτέρος ὑπάτη. Ἡ γραφή τῶν φθόγγων ἐγένετο ἐκ τοῦ δξύτερου πρὸς τόν βαρυτέρον. Διὰ τήν εὐκολωτέραν σύγκρισιν μέ τήν σημερινήν εὐρωπαϊκὴν καλουμένην κλίμακα, γράφομεν τούτους ἐκ τοῦ βαρυτέρου πρὸς τόν δξύτερον.

Ἐπάτη, παρυπάτη, λιχανός, μέση, παραμέση, τρίτη, παρανήτη, νῆτη.

Ὁ μαθηματικός μηχανισμός κατασκευῆς τῆς Πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος, τῆς καλουμένης καί μείζονος διατονικῆς εἶναι γνωστός. Ἄγνωστος ὅμως παραμένει ἡ ἀρχαία Ἑλληνική Μουσική, διότι δὲν ἐσώθησαν ἐπαρκῆ στοιχεῖα.

Ἡ σημερινή εὐρωπαϊκὴ μουσικὴ καί ἡ βυζαντινὴ εἶναι παραλλαγῆ τῆς ἀρχαίας Ἑλληνικῆς Μουσικῆς. Φαίνεται δὲ ὅτι ἡ ὀνομασία τῶν φθόγγων τῆς Βυζαντινῆς Μουσικῆς πα καί νη ἔχει ληφθῆ ἐκ τῆς πᾶ-ρυπάτης καί νῆ-της. Κατ'

ἄλλην ἐκδοχὴν, οἱ φθόγγοι τῆς βυζαντινῆς μουσικῆς κλίμακος:

π(α) β(ου) (γ)α (δ)ι κ(ε) (ζ)ω ν(η) π(α)

ἔχουν ληφθῆ ἐκ τῆς σειρᾶς τοῦ ἀλφαβήτου α, β, γ, δ, ε, ζ, η, α. Θεωρεῖται δὲ λογικὴ ἢ ἐρμηνεῖα ὅτι τόσον ἢ Ὁρθόδοξος Ἐκκλησία, ὅσον καὶ ἡ Καθολικὴ κατὰ τοὺς πρώτους χριστιανικοὺς χρόνους ἐπροτίμησαν νὰ χρησιμοποιήσουν τὰ ἀρχικὰ τοῦ ἀλφαβήτου γράμματα διὰ τοὺς ὀκτῶ μουσικοὺς φθόγγους τοὺς ὁποίους παρέλαβον ἐκ τῆς Πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος. Ἐξ ἄλλου δὲν ὑπάρχουν ἐπαρκῆ στοιχεῖα βεβαιοῦντα ὅτι καὶ αἱ δύο Ἐκκλησίαι κατέστρεψαν τὴν ἀρχαίαν Ἑλληνικὴν Μουσικὴν, ὡς ἐνθυμίζουσαν εἰδωλολατρίαν.

Σπουδαία θεωρεῖται διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς Μουσικῆς, ἀλλὰ καὶ τῆς Ἀνωτέρας Μαθηματικῆς Ἀναλύσεως ἢ ἐπινόησις τοῦ Πυθαγορείου Ἀρχύτου περὶ ἀναλύσεως μιᾶς πέμπτης ($=3/2$) εἰς γινόμενον δύο φθόγγων, μεγάλης τρίτης ἐπὶ μικρὰν τρίτην, ἧτοι $5/4 \times 6/5$. Ἡ μέθοδος τοῦ Ἀρχύτου ὁδηγεῖ εἰς τὰς μεθόδους τοῦ ἀπειροστικοῦ λογισμοῦ καὶ εἰς τὴν ἐξαγωγὴν τῆς τετραγωνικῆς ρίζης ἐνός ἀριθμοῦ.

Τὰ χρυσᾶ ἔπη τοῦ Πυθαγόρου

Ὑπὸ τὸ ὄνομα τοῦτο σώζεται ποιητικὴ συλλογὴ 71 στίχων εἰς τοὺς ὁποίους περιέχεται ἡ ἠθικὴ διδασκαλία τοῦ Πυθαγόρου. Ἡ σύνθεσις τῶν στίχων τούτων ἀποδίδεται εἰς τοὺς Νεοπυθαγορείους τοῦ δευτέρου πρὸς τὸν τρίτον μετὰ Χριστὸν αἰῶνος. Τὸ περιεχόμενον τῶν ἑπῶν τούτων εἶναι γνησίως Πυθαγορικόν καὶ σύμφωνον πρὸς τὴν παράδοσιν διὰ τὴν ἠθικὴν διδασκαλίαν τοῦ Πυθαγόρου.

MARTYRIAΙ

[Testimonia]

Πρόβλημα. Ἐπιγράμματα.

1. Εὐτυχισμένη Πυθαγόρα, τρυφερέ βλαστὲ τῶν Ἑλικωνιάδων Μουσῶν, σ' ἔρωτῶ νὰ μοῦ πῆς πόσοι ἀγωνίζονται διὰ τὴν σοφίαν στὴ Σχολῇ σου, προσπαθοῦντες ν' ἀριστεύσουν.

Λοιπὸν ἐγὼ θὰ σοῦ πῶ Πολυκράτη· οἱ μισοὶ μὲν ἀσχολοῦνται μὲ τὰ καλὰ Μαθηματικά· τὸ ἕν τέταρτον πάλι μὲ τοὺς νόμους τῆς ἀθανάτου φύσεως· τὸ ἑβδομον δὲ ἀκολουθεῖ πλήρη σιωπὴν στὰ μύχια τῆς καρδιάς του· ὑπάρχουν δὲ καὶ τρεῖς γυναῖκες, ἡ Θεανὼ δὲ ἐξέχει ἀπὸ τίς ἄλλες. Τόσους φέρνω τώρα ὡς προφήτας τῶν Πιερίδων Μουσῶν.
($x/2 + x/4 + x/7 + 3 = x$). Ἀποκρίσις $x=28$.

[Σωκράτους] (ὄχι τοῦ φιλοσόφου).

*Ὀλβιε Πυθαγόρη, Μουσέων Ἑλικωνίων ἔρνος,
εἰπέ μοι εἰρομένῳ ὁπόσοι σοφίης κατ' ἀγῶνα
σοῖσι δόμοισιν ἔασιν ἀθλεύοντες ἀριστα.*

*Τοιγὰρ ἐγὼν εἴποιμι, Πολύκρατες· ἡμίσεες μὲν
ἀμφὶ καλὰ σπεύδουσι μαθήματα· τέτρατοι αὐτε
ἀθανάτου φύσεως πεπονθήαται· ἑβδομάτοις δὲ
σιγῇ πᾶσα μέμηλε καὶ ἀφθιτοὶ ἔνδοθι μῦθοι·
τρεῖς δὲ γυναῖκες ἔασι, Θεανὼ δ' ἔξοχος ἄλλων.
τόσους Πιερίδων ὑποφήτορας αὐτὸς ἀγινῶ.*

(Ἀνθολογία Ἑλληνική X I V 1 *Anthologia Graeca, Tusculum, ed. H. Beckby*).

Εἰς ἀνδριάντα Πυθαγόρου

Ἐδῶ ὁ γλύπτης δὲν ἤθελε νὰ παραστήσῃ τὸν Πυθαγόραν ἀναπτύσσοντα τὴν πολυστόχαστον φύσιν τῶν ἀριθμῶν, ἀλλὰ τὸν σιγῶντα στοχαστήν· γι' αὐτὸ καίτοι θὰ μπορούσε νὰ τοῦ δώσῃ φωνήν, ἐπροτίμησε νὰ τὴν κρύψῃ μέσα εἰς τὸ στήθος του.

*Ὅτ' ἀναπτύσσοντα φύσιν πολύμητιν ἀριθμῶν
ἤθελεν ὁ πλάστης Πυθαγόρην τελέσαι,
ἀλλὰ τὸν ἐν σιγῇ πινυτόφρονι· καὶ τάχα φωνήν
ἔνδον ἀποκρύπτει, καὶ τόδ' ἔχων ὀπάσαι.*

(Ἀνθολογία Ἑλληνική XVI 325. Ἰουλιανοῦ ἀπὸ Ὑπάρχων).
(Σημ. Ἰουλιανός, Διοικητὴς (präfect) Αἰγύπτου, ὁ συντάκτης τοῦ ἐπιγράμματος).

Αὐτὴ ἡ εἰκὼν εἶναι τοῦ Πυθαγόρα, τὴν ὅποιαν ὁ ζωγράφος θὰ τὴν ἔκανε με φωνήν, ἂν ὁ Πυθαγόρας ἤθελε νὰ μιλήῃ.

Αὐτὸν Πυθαγόραν ὁ ζωγράφος, δν μετὰ φωνῆς

εἶδες ἂν, εἰ γε λαλεῖν ἤθελε Πυθαγόρας.

(Ἀνθολογία Ἑλληνική XVI 326).

Ξενοφάνης

Ὁ ἰδρυτὴς τῆς Φιλοσοφικῆς Σχολῆς τῆς Ἑλέας (Ἰταλίας) Ξενοφάνης εἰρωνεύεται τὴν θεωρίαν περὶ μετεμψυχώσεως τοῦ Πυθαγόρου καὶ εἰς ἓν ποιημὰ του γράφει τὰ ἑξῆς:

2. Κάποτε (ὁ Πυθαγόρας) εἶδε στὸ δρόμο του κάποιον νὰ χτυπᾷ ἄσχημα ἓνα σκυλί, καὶ τὸν ἐλεεινολόγησε καὶ τοῦ εἶπε τὰ ἑξῆς· «πάψε μὴ χτυπᾷς πιά, ἐπειδὴ ἡ ψυχὴ του εἶναι ἐνὸς φίλου μου, τὴν ἀνεγνώρισα μόλις βγήκε ἡ φωνὴ τῆς.

καί ποτέ μιν στυφελιζομένου σκύλακος παριόντα

φασὶν ἐποικτῖραι καὶ τὸδε φάσθαι ἔπος·

«παῦσαι μηδὲ ράπιζ', ἐπει ἡ φίλου ἀνέρος ἐστί

ψυχῆ, τὴν ἔγνων φθεγξαμένης αἴων». (Fr. Vors. I p. 131, Diels).

Ἡράκλειτος

3. 1. Ἡ πολυμάθεια δὲν διδάσκει νὰ ἔχη κανεὶς μυαλό· διότι ἂν τοῦτο συνέβαινε θὰ εἶχε διδάξει τὸν Ἡσίοδον καὶ τὸν Πυθαγόραν καὶ τὸν Ξενοφάνη πάλιν καὶ τὸν Ἐκαταῖον. Διότι ἓνα εἶναι τὸ σοφόν· νὰ καταλαβαίῃ κανεὶς τὴν γνώμην, ἡ ὅποια κυβερνᾷ ὅλα δι' ὄλων.

4. 2. Ὁ Πυθαγόρας εἶναι ἀρχηγὸς ἀπατεῶνων.

5. 3. Ὁ γυιὸς τοῦ Μνησάρχου Πυθαγόρας ἔκανε ἱστορικὰς ἐρεῦνας ἐξ ὄλων τῶν ἀνθρώπων καὶ ἐκλέξας αὐτὰς τὰς συγγραφάς, τὰς παρουσίασε ὡς δικτὴ του σοφίαν, πολυμάθειαν καὶ κακοτεχνίαν.

1 Πολυμαθὴν νόον οὐ διδάσκει· Ἡσίοδον γὰρ ἂν ἐδίδαξε καὶ Πυθαγόρην αὐτίς τε Ξενοφάνέα τε καὶ Ἐκαταῖον. ἔστι γὰρ ἓν τὸ σοφόν, ἐπίστασθαι γνώμην, ὅτῃ κυβερνᾷ πάντα διὰ πάντων.

2. Πυθαγόρης κοπίδων ἐστὶν ἀρχηγός.

3. Πυθαγόρης Μνησάρχου ἱστορίην ἡσκησεν ἀνθρώπων μάλιστα πάντων καὶ

εκλεζάμενος ταύτας τὰς συγγραφὰς ἐποίησατο ἑωυτοῦ σοφίην, πολυμαθίην, κακοτεχνίην.

(Bruno Snell, *Tusculium*).

Ἡρόδοτος

Ἡ Γεωμετρία. Π 109, 3

6. Ἐνδιαφέρον παρουσιάζει μία πληροφορία τοῦ Ἡροδότου σχετική με τὴν Γεωμετρίαν (ἴδε καὶ συναφῆ μαρτυρίαν Πρόκλου καὶ ἄλλων), ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἑξῆς: «δοκέει δέ μοι ἐντεῦθεν γεωμετρίῃ εὐρεθεῖσα εἰς τὴν Ἑλλάδα ἐπανελθεῖν» (Νομίξω δὲ ὅτι ἀπὸ ἑδῶ (τὴν Αἴγυπτον) ἡ Γεωμετρία εὐρεθεῖσα ἐπανῆλθεν εἰς τὴν Ἑλλάδα). Ἡ λέξις ἐπανῆλθε σημαίνει, ὅτι εἰς τὴν Αἴγυπτον τὸ πρῶτον ἦλθεν ἐξ Ἑλλάδος ἡ Γεωμετρία καὶ κατόπιν ἐπανῆλθεν εἰς τὴν Ἑλλάδα, ὅπερ εἶναι σύμφωνον πρὸς τὰ εἰς τὸν Τίμαιον τοῦ Πλάτωνος γραφόμενα (23-25d), ἐκ δηλώσεων τοῦ Αἰγυπτίου ἱερέως πρὸς τὸν Σόλωνα, καθ' ἃς οἱ Αἰγύπτιοι ἔλαβον τὸν πολιτισμὸν τῶν παρὰ τῶν Ἀθηναίων, πρὸ τοῦ κατακλυσμοῦ τοῦ Δευκαλίωνος, δηλ. πρὸ 7 ἢ 10 χιλ. ἐτῶν π.Χ. ὅτε τοποθετεῖται ὁ κατακλυσμός τοῦ Δευκαλίωνος. Ὅτι δὲ τὰ εἰς τὸν Τίμαιον ἀναγραφόμενα δὲν εἶναι μῦθος τοῦ Πλάτωνος συνάγεται ἐκ τῶν ἐρευνῶν τῆς Σοβιετικῆς Ἐρευνητικῆς Ἀποστολῆς (1978), ἡ ὁποία εὐρήκε, δυτικῶς τοῦ πορθμοῦ τοῦ Γιβραλτάρ, ἐρείπια τῆς κατὰ τὸν κατακλυσμόν τοῦ Δευκαλίωνος καταβυθισθείσης μεγάλης νήσου Ἀτλαντίδος.

Ἡ Μετεμψύχωσις

7. — Π 123, 2. Πρῶτοι δὲ εἶναι οἱ Αἰγύπτιοι, οἱ ὅποιοι εἶπαν, ὅτι ἡ ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου εἶναι ἀθάνατος, καὶ ὅτι ὅταν τὸ σῶμα καταστρέφεται εἰσέρχεται αὐτὴ εἰς ἄλλο ζῷον· ὅταν δὲ περιέλθῃ εἰς ὅλα τὰ ζῷα, χερσαῖα, θαλάσσια καὶ πετεινά, πάλιν εἰσέρχεται εἰς ἀνθρώπινον σῶμα, καὶ ὅτι ἡ περιοδεία αὐτῆ γίνεται εἰς διάστημα τριῶν χιλιάδων ἐτῶν. Τὴν γνώμην αὐτὴν ἐχρησιμοποίησαν οἱ Ἕλληνες καὶ παλαιότερα καὶ τώρα ὡς ἰδικὴν τῶν τὰ ὀνόματά των τὰ γνωρίζω ἐγώ, ἀλλὰ δὲν τὰ γράφω. (ἐννοεῖ τὸν Πυθαγόραν). (Herodot. H. Färber -M. Faltnr, *Tusculum*).

Πλάτων

8. Ἄλλὰ καὶ ἂν τυχόν ὁ Ὀμηρος δὲν ὑπῆρξε παιδαγωγός τῆς Δημοσίας Γνώμης ἐν τῷ συνόλῳ τῆς, ἐν τούτοις, μήπως ὅταν ἐξη ἔγινε ἡγεμὼν παιδείας μεμονωμένων ἀνθρώπων, οἱ ὅποιοι νὰ τὸν ἠγάπων διαβάζοντες τὰ ποιήματά του καὶ εἰς τοὺς ἀπογόνους των νὰ παρέδοσαν τρόπον ζωῆς Ὀμηρικόν, ὅπως ὁ Πυθαγόρας ἰδιαιτέρως ἠγαπήθη καὶ οἱ μετ' αὐτὸν καὶ τώρα ἀκόμη, λέγοντες ὅτι ἀκολουθοῦν Πυθαγόρειον τρόπον ζωῆς, διακρίνονται κάπως μεταξὺ τῶν ἄλλων; Τίποτε δὲν λέγεται γι' αὐτά.

Ἄλλὰ δὴ εἴ μὴ δημοσίᾳ ἰδίᾳ τισὶν ἡγεμῶν παιδείας αὐτὸς ζῶν λέγεται Ὀμηρος γενέσθαι, οἱ ἐκείνον ἡγάπων ἐπὶ συνουσίᾳ καὶ τοῖς ὑστέροις ὁδὸν τινα παρέδωσαν βίον Ὀμηρικὴν, ὥσπερ Πυθαγόρας αὐτὸς τε διαφερόντως ἐπὶ τούτῳ ἡγαπήθη, καὶ οἱ ὑστεροὶ ἐτι καὶ νῦν Πυθαγόρειον τρόπον ἐπονομάζοντες τοῦ βίου διαφανεῖς πη δοκοῦσιν εἶναι ἐν τοῖς ἄλλοις; οὐδ' αὖ, ἔφη, τοιοῦτον οὐδὲν λέγεται. (Πολιτεία X 600 A).

Ἄριστοτέλης

Ὁ Ἄριστοτέλης εἰς τὸ ἔργον του Περί τῆς Πυθαγορικῆς φιλοσοφίας γράφει διὰ τὸν Πυθαγόραν:

9. Τοῦ λογικοῦ ζῴου μέρος μὲν εἶναι θεός, μέρος δὲ εἶναι ἄνθρωπος, μέρος δὲ ὅπως ὁ Πυθαγόρας. (Arist. fragm. 192, Rose).

10. — Ὁ περίφημος ἱατρός-ἐρευνητὴς καὶ φιλόσοφος Ἄλκμαιών, ἐκ Κρότωνος, νέος ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Πυθαγόρου, ὅταν οὗτος ἦτο γέρον.

Καὶ γὰρ τὴν ἡλικίαν Ἄλκμαιών νέος ἐπὶ γέροντι Πυθαγόρα. (Ἄριστ. Μ. Φ. 45. 986 a 29).

Πρόκλος. Εἰς Εὐκλείδην Α', G. Friedlein.

11. p. 65,5. οὕτω λοιπὸν καὶ εἰς τοὺς Αἰγυπτίους ἢ Γεωμετρία, διὰ τὴν λεχθεῖσαν αἰτίαν εὐρέθη (ἐκ τῆς ἀνάγκης μετρήσεως τῶν ἕδαφῶν, ἔνεκα τῶν πλημμυρῶν τοῦ ποταμοῦ Νείλου). Ὁ Θαλῆς δὲ πρῶτον εἰς Αἴγυπτον ἑλθὼν μετέφερον εἰς τὴν Ἑλλάδα τὴν θεωρίαν αὐτὴν.... Μετὰ δὲ τούτους (Θαλῆν, Μαμέρτιον) ὁ Πυθαγόρας τὴν περὶ αὐτὴν φιλοσοφίαν μετέτρεψεν εἰς σχῆμα ἐλευθέρου παιδείας, ἐξετάζων τὰς ἀρχὰς αὐτῆς ἀνωθεν, καὶ ἀβλως καὶ νοερώς τὰ θεωρήματα διερευνῶμενος, ὁ ὁποῖος ἀνεῦρε καὶ τὴν θεωρίαν τῶν ἀσυμμέτρων (τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν) καὶ τὴν θεωρίαν τῶν κοσμικῶν σχημάτων (δηλ. τῶν 5 κανονικῶν πολυέδρων τῶν ἐγγραφομένων εἰς σφαῖραν). [Ἴδε Ἐπίμετρον].

12 — p. 426, 1. Εἰς τὰ ὀρθογώνια τρίγωνα τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσῆς εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν πλευρῶν τῆς ὀρθῆς γωνίας. Λέγεται δὲ ὅτι οἱ ἱστοροῦντες τὰς ἀρχαίας προτάσεις ἀποδίδουν τὸ θεωρήμα τοῦτο εἰς τὸν Πυθαγόραν, ὁ ὁποῖος καὶ ἐθυσίασε βουὴν διὰ τὴν εὑρεσίν του.

Σχόλια εἰς τὸ βιβλίον I τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου. (Elementa VI, 149. p. 213, I. L. Heiberg - E. S. Stamatis.

13. Οἱ ἀρχαῖοι τὸ θεωρήμα τοῦτο (τὸ Πυθαγόρειον θεωρήμα, Εὐκλ. I. 47), τὸ ἀποδίδουν εἰς τὸν Πυθαγόραν καὶ εἶναι θαυμαστὴ ἢ ἀπόδειξις τοῦ θεωρήματος τούτου. [Ἴδε Ἐπίμετρον].

14. Ν' αποδειχθῆ ὅτι ἡ διαγώνιος τοῦ τετραγώνου εἶναι ἀσύμμετρος πρὸς τὴν πλευρὰν αὐτοῦ. [Ἡ ἀπόδειξις ἀποδίδεται εἰς τὸν Πυθαγόραν].

Ἐστω τὸ τετράγωνον ΑΒΓΔ, διαγώνιος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ· λέγω, ὅτι ἡ διαγώνιος ΑΓ εἶναι ἀσύμμετρος πρὸς τὴν πλευρὰν ΑΒ.



Διότι ἐὰν εἶναι δυνατὸν ἔστω ὅτι εἶναι σύμμετρος· λέγω, ὅτι τότε θὰ συμβῆ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς νὰ εἶναι ἄρτιος καὶ περιττός. Εἶναι φανερόν ὅτι (κατὰ τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα) $ΑΓ^2 = 2ΑΒ^2$. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ΑΓ εἶναι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν σύμμετρος πρὸς τὴν ΑΒ, ὁ λόγος ΑΓ: ΑΒ θὰ ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν (Χ. θ. 6). Θὰ εἶναι ἄρα $ΑΓ/ΑΒ = ΕΖ/Η$, (1), ὅπου οἱ ἀριθμοὶ ΕΖ, Η εἶναι ἀκέραιοι καὶ οἱ μικρότεροι τῶν ἐχόντων τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς αὐτοὺς (δηλ. πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους VII, 21). Ἐκ τῆς (1) λαμβάνομεν $ΑΓ^2/ΑΒ^2 = ΕΖ^2/Η^2$. Καὶ ἐπειδὴ $ΑΓ^2 = 2ΑΒ^2$ θὰ εἶναι καὶ $ΕΖ^2 = 2Η^2$, (2). Εἶναι ἄρα ὁ $ΕΖ^2$ ἄρτιος καὶ ἐπομένως καὶ ὁ ΕΖ εἶναι ἄρτιος. Ἐστω $ΕΖ = 2ΕΘ$ ἐξ ἧς $ΕΖ^2 = 4ΕΘ^2$. Ἐκ ταύτης καὶ τῆς (2) ἔχομεν $2Η^2 = 4ΕΘ^2$ καὶ $Η^2 = 2ΕΘ^2$. Ὡστε ὁ $Η^2$ εἶναι ἄρτιος καὶ ἐπομένως καὶ ὁ Η εἶναι ἄρτιος, ὅπερ ἄτοπον, διότι οἱ ἀριθμοὶ (τῆς 1) εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους καὶ ὁ ΕΖ ἐδείχθη ἄρτιος καὶ ἐπομένως ὁ Η περιττός. Δὲν εἶναι ἄρα ἡ διαγώνιος ΑΓ σύμμετρος πρὸς τὴν πλευρὰν ΑΒ.

Ἡρων (Heronis Alexand. vol. 5 καὶ 4)

15. Μέθοδος Πυθαγόρου περὶ τριγώνων ὀρθογωνίων.

Ἐὰν διαταχθῆς νὰ κατασκευάσῃς ὀρθογώνιον τρίγωνον κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ Πυθαγόρου, ἀπὸ πλήθους περιττοῦ, κάνε ὡς ἐξῆς· ἔστω ὅτι ἡ κάθετος εἶναι 5. Πολλαπλασίασε τοῦτο ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του· γίνονται 25· ἀφαίρεσε ἀπὸ τούτου τὴν μονάδα· μένει ὑπόλοιπον 24. Τὸ ἡμισυ τούτου εἶναι 12· αὐτὰ εἶναι ἡ βάσις τοῦ τριγώνου. Πρόσθεσε εἰς τὴν βάσιν τὴν μονάδα καὶ γίνονται 13· τόσον εἶναι ἡ ὑποτείνουσα. (Ἐστω ἡ μία κάθετος πλευρὰ ὁ περιττός ἀριθμὸς κ. Ἡ ἄλλη κάθετος εἶναι

$$\frac{\kappa^2-1}{2} \text{ καὶ ἡ ὑποτείνουσα } \frac{\kappa^2-1}{2} + 1$$

(Ἡρώνος Στερεομετρικά, vol. 5, Προλεγόμενα p. LXXXVI καὶ Γεωμετρικά vol. 4 p. 218. 8, 1. Ed. I. L. Heiberg).

16. —vol. 4, P. 108, 10. Εὐρέθη μὲν ἡ Γεωμετρία πρῶτον μὲν ἐκ τῶν Αἰγυπτίων, ἔφερε δὲ αὐτὴν εἰς τοὺς Ἕλληνας ὁ Θαλῆς. Μετὰ δὲ τὸν Θαλῆν ὁ Μαιμέρτιος ὁ

ἀδελφός τοῦ ποιητοῦ Στησιχόρου καὶ ὁ Ἰππίας ὁ Ἡλείος καὶ μετὰ ταῦτα ὁ Πυθαγόρας ἐξετάζων ἀφ' ὑψηλοῦ τὰς ἀρχὰς αὐτῆς καὶ διερευνώμενος τὰ θεωρήματα ἀύλωσ καὶ νοερώσ [Ἴδε Ἐπίμετρον].

[Σημείωσις. Ὁ Ἰππίας ὁ Ἡλείος εἶναι 125 ἔτη μεταγενέστερος τοῦ Πυθαγόρου καὶ ἐπομένως, ὡς πρὸς αὐτὸν τουλάχιστον ἢ ἀνωτέρω πληροφορία δὲν εἶναι ὀρθή].

Ἄπολλώνιος Τυανεύς, Ἱστορία θαυμάσια

17. Μετ' αὐτοὺς δὲ (Ἐπιμενίδην, Ἀριστέαν, Ἐρμότιμον, Ἄβαριν, Φερεκύδην) ἑλθὼν ὁ Πυθαγόρας, υἱὸς τοῦ Μνησάρχου, κατὰ πρῶτον μὲν ἡσχολεῖτο μὲ τὰ Μαθηματικά καὶ (ἰδίως) μὲ τοὺς ἀριθμούς, κατόπιν δὲ καὶ μὲ τὰς τερατοποιίας τοῦ Φερεκύδου. Λότι δταν πλοῖον κατάφορτον εἰσῆρχετο εἰς τὸν λιμένα τοῦ Μεταποντίου καὶ ἐνῶ οἱ παρευρισκόμενοι εἰς τὸν λιμένα ἤρχοντο νὰ εἰσέλθῃ τὸ πλοῖον σωστὸ (σῶον), αὐτὸς εὐρισκόμενος ἐκεῖ εἶπε, ὅτι τὸ πλοῖον ἔχει μέσα του νεκρὸν ἄνθρωπον. Πάλιν δὲ εὐρισκόμενος εἰς τὴν Καυλωνίαν, δπως γράφει ὁ Ἀριστοτέλης περὶ αὐτοῦ, λέγει μεταξὺ τῶν πολλῶν περὶ αὐτοῦ, ὅτι εἰς τὴν Τυρρηνίαν ἐδάγκωσε τὸ θανάσιμο φίδι καὶ τὸ ἐσκότωσε. Ὅτι δὲ προεῖπε καὶ τὴν γενομένην ἐπανάστασιν κατὰ τῶν Πυθαγορείων. Δι' αὐτὸν τὸν λόγον ἔφυγε ἀπὸ τὸ Μεταπόντιον χωρὶς νὰ τὸν ἰδῆ κανεὶς. Καὶ περνῶν τὸν κατὰ Σάμον ποταμὸν ἤκουσε μεταξὺ ἄλλων ὑπεράνθρωπον φωνήν. «Πυθαγόρα χαῖρε». Καὶ ὅτι οἱ παρευρισκόμενοι ἔγιναν περιδεεῖς. Κάποτε δὲ ἐφάνη συγχρόνως, τὴν αὐτὴν ἡμέραν καὶ ὥραν εἰς τὸν Κρότωνα καὶ εἰς τὸ Μεταπόντιον. Ἄλλοτε δὲ καθήμενος εἰς τὸ θέατρον ἐσήκωσε τὸν μηρὸν του, δπως λέγει ὁ Ἀριστοτέλης, καὶ τὸν ἔδειξε εἰς τοὺς καθήμενους ὡς χρυσοῦν. Λέγουσιν δὲ περὶ αὐτοῦ καὶ πολλὰ ἄλλα παράδοξα. Ἡμεῖς δμως μὴ ἐπιθυμοῦντες νὰ γίνωμεν μεταφρασταί, σταματῶμεν ἔως ἔδῳ] (Καυλωνία = πόλις τοῦ Ἀνατολικοῦ κάτω ἄκρου τῆς Ἰταλίας).

VI Τούτοις δὲ ἐπιγεγόμενος Πυθαγόρας Μνησάρχου υἱός, τὸ μὲν πρῶτον διεπονείτο περὶ τὰ μαθήματα καὶ τοὺς ἀριθμούς, ὕστερον δὲ ποτε καὶ τῆς Φερεκύδου τερατοποιίας οὐκ ἀπέστη. Καὶ γὰρ Μεταποντίῳ πλοίῳ εἰσερχομένῳ φορτίον ἔχοντι καὶ τῶν παρατυχόντων εὐχομένων, σωστὸν εἶναι καὶ ἔλθειν διὰ τὸν φόρτον, ἐσιώτα τοῦτον εἶπεῖν «νεκρὸν τοῖνον φανήσεται ὑμῖν σῶμα ἄγον τὸ πλοῖον τοῦτο». Πάλιν δὲ ἐν Καυλωνία ὡς φησὶν Ἀριστοτέλης γράφων περὶ αὐτοῦ πολλὰ μὲν καὶ ἄλλα λέγει καί, τὸν ἐν Τυρρηνία, φησὶν, δάκνοντα θανάσιμον ὄφιν αὐτὸς δάκνων ἀπέκτεινε καὶ τὴν γενομένην δὲ στάσιν τοῖς Πυθαγορείοις προεῖπεῖν. διὸ καὶ εἰς Μεταπόντιον ἀπῆρεν ὑπὸ μηδενὸς θεωρηθεῖς. Καὶ ὑπὸ τοῦ κατὰ Σάμον ποταμοῦ διαβαίων σὺν ἄλλοις ἤκουσε φωνήν μεγάλην ὑπεράνθρωπον «Πυθαγόρα χαῖρε» τοὺς δὲ παρόντας περιδεεῖς γενέσθαι. ἐφάνη δὲ ποτε καὶ ἐν Κρότωνι καὶ ἐν Μεταποντίῳ τῇ αὐτῇ ἡμέρᾳ καὶ ὥρᾳ. ἐν θεάτρῳ δὲ καθήμενός ποτε ἐξανίσταται, ὡς φησὶν Ἀριστοτέλης, καὶ τὸν ἴδιον μηρὸν παρέφαινε τοῖς καθήμενοις ὡς χρυσοῦν. λέγεται δὲ

περί αὐτοῦ καὶ ἄλλα τινὰ παράδοξα. ἡμεῖς δὲ μὴ βουλόμενοι μεταγραφῶν ἔργον ποιεῖν αὐτοῦ τὸν λόγον καταπαύσομεν.

(Παραδοξογράφοι, Ἄπολλωνίου Ἱστορία θαυμασία VI, Anton Westermann, Brunswigae 1839 καὶ Ἄριστοτ. fragm. 191, V. Rose. Κατὰ τὸ ἀπόσπασμα 191 τοῦ Ἄριστοτέλους ὁ ποταμὸς ὠνομάζετο Κόσα. Κατὰ τὸν Ἰάμβλιχον 134, ὠνομάζετο Νέσσοσ). Σημείωσις. Ὁ Ἄπολλώνιος κατήγετο ἐκ τῆς Ἑλληνικῆς πόλεως τῆς Μ. Ἀσίας, τὰ Τύανα, κειμένης εἰς τὰς βορείους ὑπώρειας τοῦ ὄρους Ταῦρος τῆς Καππαδοκίας. ἤκμασε κατὰ τὸν Α' αἰ. μ.Χ. Ἦτο φιλόσοφος καὶ θαυματοποιός.

Ἀέτιος (Doxographi Gr. 337, Diels)

18. *Πυθαγόρας πέντε σχημάτων ὄντων στερεῶν, ἅπερ καλεῖται καὶ μαθηματικά, ἐκ μὲν τοῦ κύβου φησὶ γεγονέναι τὴν γῆν, ἐκ δὲ τῆς πυραμίδος τὸ πῦρ, ἐκ δὲ τοῦ ὀκταέδρου τὸν ἀέρα, ἐκ δὲ τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ὕδωρ, ἐκ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου τὴν τοῦ παντός σφαῖραν.*

Νικόμαχος. Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή. R. Hoche

19. I p. 1-2. Οἱ παλαιοὶ καὶ πρῶτοι μεθοδεύσαντες τὴν ἐπιστήμην, μὲ ἀρχηγέτην τὸν Πυθαγόραν, ὥριζον τὴν φιλοσοφίαν ὡς φιλίαν σοφίας, ὅπως τοῦτο φαίνεται ἀπὸ τὸ ὄνομα, ἐνῶ οἱ πρὸ τοῦ Πυθαγόρου ἐπιστήμονες ὠνομάζοντο ὀλοὶ σοφοί... ἀλλ' ὁ Πυθαγόρας συγκεντρώσας τὸ ὄνομα ὄλων ἐπὶ τὴν ἐπιστήμην τοῦ ὄντος καὶ τὴν κατανόησιν αὐτοῦ, καλέσας τὴν γνῶσιν τῆς ἀληθείας σοφίαν, εὐλόγως ὠνόμασε τὴν ὄρεξιν αὐτῆς φιλοσοφίαν, δηλαδὴ ὄρεξιν σοφίας.

20. — II XXII, p. 64. (p. 122, 11). Εἶναι λοιπὸν ἀναλογίαι αἱ μὲν πρῶται καὶ παρ' ὄλων τῶν παλαιῶν ἀναφερόμεναι εἰς τὸν Πυθαγόραν, τὸν Πλάτωνα καὶ τὸν Ἄριστοτέλη, αἱ τρεῖς πρῶτισται, ἡ ἀριθμητικὴ, ἡ γεωμετρικὴ, ἡ ἁρμονικὴ.

21. — II XXVIII, p. 75 (p. 142, 21). Καὶ αἱ μὲν παρὰ τῶν προηγουμένων θρυλούμεναι ἔξ μεσότητες εἶναι αἱ ἐξῆς, τρεῖς μὲν πρωτότυποι μέχρι τοῦ Ἄριστοτέλους καὶ τοῦ Πλάτωνος, ἀρχίσασαι ἄνωθεν ἀπὸ τοῦ Πυθαγόρου....

Θέων Σμυρναῖος (Theonis Smyrnaei, Philos. platonici). Hiller.

22. p. 56, 9. Τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους εἰς τοὺς πρὸς ἀλλήλους λόγους, φαίνεται, ὅτι πρῶτος ἀνεῦρεν ὁ Πυθαγόρας (δηλ. τὴν μαθηματικὴν κατασκευὴν τῆς μουσικῆς κλίμακος) τοὺς μὲν διὰ τεσσάρων (χορδῶν) εἰς ἐπίτριτον λόγον ($4/3=fa$), τοὺς δὲ διὰ πέντε (χορδῶν) εἰς ἡμιόλιον λόγον ($3/2=sol$), τοὺς δὲ διὰ πασῶν (τῶν χορδῶν) εἰς διπλάσιον λόγον (2:1), (ἀνω do).

....Τοὺς δὲ (λόγους) τὸ λεγόμενον τῶρα ἡμίτονιον, τότε δὲ λεγόμενον διέσιν, εἰς λόγον ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμόν, τὸν λόγον 256:243, ἐξετάσας (ὁ Πυθαγό-

ρας) τούς λόγους διὰ τοῦ μήκους καὶ τοῦ πάχους τῶν χορδῶν, προσέτι δὲ τῆς τάσεως γινομένης κατὰ τὴν στροφὴν τῶν κολλάβων (τῶν κλειδιῶν) ἢ καλύτερον κατὰ τὴν ἐξάρτησιν τῶν βαρῶν, εἰς τὰ πνευστὰ δὲ καὶ διὰ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλιῶν ἢ διὰ τῆς ἐπιτάσεως καὶ ἀνέσεως τοῦ ἀέρος, ἢ δι' ὄγκων καὶ σταθμῶν, ὅπως παραδ. χάριν διὰ δίσκων ἢ ἀγγείων. Διότι ὅ,τι καὶ ἂν ληφθῆ ἐκ τούτων κατὰ τινα τῶν προλεχθέντων λόγων, ἐνῶ οἱ ἄλλοι λόγοι παραμένουν ἴσοι, θά προκαλέσῃ τὴν κατὰ λόγον συμφωνίαν.

Ἐὰς μᾶς εἶναι ἀρκετὸν δὲ ἐπὶ τοῦ παρόντος, νά δηλώσωμεν διὰ τοῦ μήκους τῶν χορδῶν ἐπὶ τοῦ λεγομένου κανόνος. Διότι μιᾶς χορδῆς ἐπὶ τοῦ κανόνος καταμετρηθείσης εἰς τέσσαρα ἴσα μέρη, ὁ ἀπὸ τῆς ὄλης χορδῆς φθόγγος πρὸς τὸν φθόγγον ἀπὸ τριῶν μερῶν γενόμενος εἰς ἐπίτριτον (4/3) λόγον θά συμφωνήσῃ εἰς τὸν διὰ τεσσάρων φθόγγον.... Ὅλας δὲ τὰς συμφωνίας τὰς περιέχει ἡ τετρακτῦς.... Αὐτὰς δὲ τὰς συμφωνίας ἄλλοι μὲν τὰς ἐλάμβανον ἀπὸ βάρη, ἄλλοι δὲ ἀπὸ διάφορα μεγέθη, ἄλλοι δὲ ἀπὸ κινήσεις, ἄλλοι δὲ ἀπὸ ἀγγεῖα καὶ μεγέθη... νομίζων (ὁ Πυθαγόρας) ἐλάμβανε μὲ τὰ ἀγγεῖα. Διότι ἐνῶ αὐτὰ ἦσαν ἴσα καὶ ὅμοια, ἄφινε τὸ ἓνα κενόν, τὸ ἄλλο κατὰ τὸ ἡμισυ κενόν καὶ ἐκτύπα καὶ εἰς τὰ δύο ὁπότε ἀπεδίδοτο ἡ διὰ πασῶν συμφωνία....

23. — p. 93. 17. Ἐπειδὴ δὲ εὐρέθησαν ὄλοι οἱ λόγοι τῶν συμφωνιῶν εἰς τὴν τετρακτῦν τῆς δεκάδος, θά εἰπωμεν προηγουμένως περὶ αὐτῶν. Διότι τὴν τετρακτῦν τὴν ἀποτελεῖ ἡ δεκάς. Διότι $1+2+3+4=10$. Εἰς τοὺς ἀριθμοὺς δὲ αὐτοὺς εἶναι καὶ ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία εἰς ἐπίτριτον λόγον (δηλ. $fa=4/3$) καὶ ἡ διὰ πέντε εἰς ἡμιόλιον λόγον (δηλ. $sol=3/2$) καὶ ἡ διὰ πασῶν (δηλ. 2:1, ἄνω do) καὶ ἡ δις διὰ πασῶν εἰς τετραπλάσιον λόγον (4:1, τὸ ἄνω do τῆς ἐν συνεχείᾳ δευτέρας μουσικῆς κλίμακος. Ἐκ τῆς ἄνω τετρακτῦος οἱ βασικοὶ φθόγγοι τῆς μουσικῆς κλίμακος καὶ τῆς ἐν συνεχείᾳ ταύτης εἶναι $4/3=fa$, $3/2=sol$, 2:1 = ἄνω do , καὶ 4:1 τὸ ἄνω do τῆς ἐν συνεχείᾳ δευτέρας μουσικῆς κλίμακος). Τοιαύτη λοιπὸν εἶναι ἡ σημασία τῆς τετρακτῦος διὰ τὴν μουσικὴν, ἐπειδὴ ἐντός αὐτῆς εὐρίσκονται ὄλοι αἱ συμφωνίαι. Ὅχι δὲ μόνον διὰ τοῦτο τὴν προτιμοῦν ὄλοι οἱ Πυθαγόρειοι, ἀλλ' ἐπειδὴ, φαίνεται, ὅτι συνέχει τὴν τῶν ὄλων φύσιν· διὸ καὶ εἶχον οἱ Πυθαγορικοὶ τὸν ἐξῆς ὄρκον:

οὐ μὰ τὸν ἀμετέρα ψυχᾶ παραδόνα τετρακτύν,

παγὰν ἀενάου φύσεως ρίζωμά τ' ἔχουσαν.

τὸν παραδόνα Πυθαγόραν λέγουσιν, ἐπειδὴ δοκεῖ τούτου εὐρημα ὁ περὶ αὐτῆς λόγος.

(Ὅχι δὲν θά μαρτυρήσω τὰ μυστικά τῆς Σχολῆς μας, μὰ τὸν παραδώσαντα εἰς τὴν ψυχὴν μας τὴν τετρακτῦν, πηγὴν ἀενάου φύσεως ἔχουσαν βαθιεῖς ρίζες. Λέγουν, ὅτι ὁ παραδῶσας εἶναι ὁ Πυθαγόρας, ἐπειδὴ αὐτοῦ εὐρημα εἶναι ἡ τετρακτῦς αὐτή). Σημείωσις. Οἱ Πυθαγόρειοι εἶχον καὶ μεγάλην τετρακτῦν, ὡς πληροφοροῦμεθα παρὰ τοῦ Πλουτάρχου. Διὰ τὴν σημασίαν καὶ τὴν χρῆσιν αὐτῆς δὲν ἔχομεν καμμίαν πληροφορίαν. Φαίνεται πιθανόν, ὅτι ἡ χρῆσις αὐτῆς ἀνεφέρετο εἰς μουσικηρικὰς τελετάς.

Ἡ Μικρὰ τετρακτῦς $1+2+3+4=10$

Ἡ Μεγάλῃ τετρακτῦς $=36$ = μέγιστος ὄρκος τῶν Πυθαγορείων κατὰ

Πλούταρχον (Ἠθικά 381 F — 382) ἀπετελείτο ἐκ τῶν πρώτων τεσσάρων ἀρτίων ἀριθμῶν $2+4+6+8$ σὺν τῶν πρώτων τεσσάρων περιττῶν ἀριθμῶν $1+3+5+7$.
 $2+4+6+8+1+3+5+7 = 36$.

24. — p. 150, 12 Ἡ δὲ ποικίλη φαντασία τῆς φορᾶς τῶν πλανητῶν γίνεται διότι αὐτοὶ εἶναι προσδεδεμένοι εἰς ἰδιαιτέρας σφαίρας καὶ ἐκτελοῦν ἰδίου κύκλους καὶ μᾶς φαίνονται ὅτι κινοῦνται διὰ μέσου τῶν Ζωδίων, καθὼς πρώτος ἐνόησε τοῦτο ὁ Πυθαγόρας.

Ἰάμβλιχος. Περὶ τῆς Νικομάχου Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς (In Nicomachi Arithm. Introd. L. H. Pistelli).

25. 3 (p. 4,10) Εὐρίσκομεν ὅτι ὁ Νικόμαχος εἰς τὴν Ἀριθμητικὴν τέχνην ἀποδίδει ὅλα τὰ περὶ τῆς μαθηματικῆς ἀριθμητικῆς εἰς τὸν Πυθαγόραν.

26. — 5 (p. 5, 26). Ἵνα δὲ ἡ παροῦσα πραγματεία μὴ γίνῃ μηδὲ κατὰ τοῦτο ἀτελής, λέγομεν, ὅτι ὁ Πυθαγόρας πρώτος ὠνόμασε τὴν σοφίαν, φιλοσοφίαν καὶ εἶπεν αὐτὴν δρεξίν καὶ φιλίαν σοφίας.

27. — 11(p. 10, 8). Τὸ δὲ ποσόν, δηλ. τὸν ἀριθμόν... ὁ Πυθαγόρας τὸ ὠνόμασεν ἑκτασιν καὶ ἐνέργειαν τῶν ἐν μονάδι σπερματικῶν λόγων, ἢ ἄλλως τὸ πρό πάντων ὑπάρξαν εἰς τὸν θεῖον νοῦν, ἐκ τοῦ ὁποίου τὰ πάντα ἔχουν συνταχθῆ καὶ μένουσιν διηριθμημένα κατ' ἄλλοτον τάξιν.

28. — 47 (p. 34, 26). Διότι μερικοὺς ἀριθμοὺς τοὺς καλοῦν ἀντιστοιχῶς φίλους ἀριθμοὺς, ὅπως τὸν 284 καὶ τὸν 220· διότι τὰ γεννητικὰ αὐτῶν μέρη ἐκάστου ἔχουν γίνῃ κατὰ τὸν λόγον τῆς φιλίας, ὅπως ἀπεφάνθη ὁ Πυθαγόρας.

Σημ. Ὅλα τὰ πηλίκια τοῦ ἀριθμοῦ 220 προστιθέμενα δίδουσιν τὸν ἀριθμόν 284 καὶ ὅλα τὰ πηλίκια τοῦ ἀριθμοῦ 284 προστιθέμενα δίδουσιν τὸν ἀριθμόν 220.

Παραδ. χάριν:

$$220: 220 = 1$$

$$220: 110 = 2$$

$$220: 55 = 4$$

$$220: 44 = 5$$

$$220: 22 = 10$$

$$220: 20 = 11$$

$$220: 11 = 20$$

$$220: 10 = 22$$

$$220: 5 = 44$$

$$220: 4 = 55$$

$$220: 2 = 110$$

$$284: 284 = 1$$

$$284: 142 = 2$$

$$284: 71 = 4$$

$$284: 4 = 71$$

$$284: 2 = 142$$

Ἄθροισμα 220, ὁ ἄλλος ἀριθμός.

Ἡ μονὰς δὲν λαμβάνεται ὡς διαιρέτης.

Ἄθροισμα = 284, ὁ ἄλλος ἀριθμός.

29. — 171 (p. 121, 13). Τὰς δὲ ἐπιτάσεις καὶ ἀνέσεις τῶν χορδῶν κατὰ τοὺς προλεχθέντας λόγους, λέγουσι, ὅτι πρῶτος τὰς ἐμέτρησεν ὁ Πυθαγόρας· διότι ὅταν περνοῦσε ἀπ' ἐξω ἀπὸ ἑνα χαλκοτυπίου ἤκουσε τὰς ἐκ τῆς καταφορᾶς τῆς σφύρας ἀπηχήσεις καὶ κατόπιν (εἰς τὸ σπίτι του) ἔκαμε πειράματα μὲ βάρη καὶ εὗρηκε τοὺς προλεχθέντας λόγους (τῆς μουσικῆς κλίμακος).

Ἰάμβλιχος. Περὶ τῆς Κοινῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης (De comm. mathem. scientia). Nicolaus Festa.

30. Ἐπειδὴ δὲ προηγουμένως ὠμιλήσαμεν περὶ τῆς Πυθαγορείου Μαθηματικῆς, ταύτην δὲ εἶναι ἀδύνατον νὰ τὴν ἐκθέσωμεν τελείως, ἐὰν δὲν γνωρίζωμεν τὰς πρῶτας ἀρχὰς αὐτῆς, εἶναι ἀναγκαῖον καὶ τοὺς ἀρχηγούς αὐτῆς νὰ τοὺς συμπεριλάβωμεν μαζί με τὸν Πυθαγόραν... Λέγουσι λοιπὸν ὅτι ὁ Θαλῆς ἀφοῦ εὗρηκε πρῶτος ὄχι ὀλίγα θεωρήματα τῆς γεωμετρίας παρέδωκε τὴν συνέχειαν εἰς τὸν Πυθαγόραν· ὥστε καὶ ὅσα παρελείψαμεν μαθηματικὰ θεωρήματα τοῦ Θαλοῦ δικαίως τὰ ἀναφέρωμεν αὐτὰ εἰς τὸν Πυθαγόραν. (XXI, p. 66, 9). (211).

31. — XXIV, p. 74, 23 (215). Ὁ Πυθαγόρας εἶχε τὴν γνώμην ὅτι δὲν ἤμπορουσαν ὅλοι νὰ κοινωνοῦν τῆς μαθηματικῆς φιλοσοφίας, ἀλλὰ μόνον οἱ ἱκανοὶ πρὸς τοῦτο. Δι' αὐτὸ δὲν ἐδέχετο τοὺς τυχόντας ὡς μαθητάς.

32. — XXV, p. 76, 16 (216). Δύο εἶδη ὑπάρχουν τῆς Ἰταλικῆς φιλοσοφίας τῆς καλουμένης Πυθαγορικῆς. Διότι καὶ οἱ μαθηταὶ τῆς διεκρίνοντο εἰς δύο εἶδη. Τοὺς ἀκουσματικούς καὶ τοὺς μαθηματικούς. Ἐκ τούτων δὲ οἱ μὲν ἀκουσματικοὶ ὀνομάζοντο ὑπὸ τῶν μαθηματικῶν Πυθαγόρειοι, ἐνῶ οἱ μαθηματικοὶ δὲν ἐθεωροῦντο ὑπὸ τῶν ἀκουσματικῶν ὡς Πυθαγόρειοι, καὶ τὴν πραγματείαν τῶν μαθηματικῶν, δὲν τὴν ἐθεώρουν ὅτι εἶναι τοῦ Πυθαγόρου, ἀλλὰ τοῦ Ἰπλάσου.

33. — XXV, p. 77, 4. (216). Λέγουσι, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἦλθεν ἐκ τῆς Ἰωνίας καὶ τῆς Σάμου εἰς τὴν ἀκμάζουσαν Ἰταλίαν, κατὰ τὴν ἐποχὴν τῆς τυραννίδος τοῦ Πολυκράτους καὶ ὅτι ἔσχε μαθητὰς τοὺς πρῶτους τῶν διαφόρων πόλεων... Περὶ δὲ τοῦ Ἰπλάσου λέγουσι, ὅτι ἦτο μὲν ἐκ τῶν Πυθαγορείων, ἀλλ' ὅτι ἐχάθη εἰς θαλάσσιον ταξίδιον, διότι ἠσέβησε δημοσιεύσας διὰ τοὺς πολλοὺς πρῶτος τὴν σφαῖραν, τὴν περιέχουσαν δώδεκα πεντάγωνα, θελήσας νὰ λάβῃ δόξαν ὅτι αὐτὸς τὸ εὗρηκε, ἐνῶ ὅλα εἶναι ἐκείνου τοῦ ἀνδρός· διότι ἔτσι προσαγορεύουν τὸν Πυθαγόραν καὶ δὲν τὸν καλοῦν μὲ τὸ ὄνομά του.

34. — XXV, p. 78, 1 (216). Λέγουσι δὲ οἱ Πυθαγόρειοι, ὅτι ἡ γεωμετρία ὡς ἐξῆς ἦλθε εἰς τὸ Κοινόν: Κάποιος ἐκ τῶν Πυθαγορείων ἔχασε τὴν περιουσίαν του καὶ τοῦ ἐπετράπη νὰ χρηματίζεται ἐκ τῆς γεωμετρίας. Ἐκαλεῖτο δὲ ἡ γεωμετρία πρὸ τοῦ Πυθαγόρου, ἱστορία.

35. — XXV, p. 98, 10 (225). Καί ποία ἡ διαίρεσις τῆς μαθηματικῆς ἐπιστή-
μης κατὰ τοὺς Πυθαγορείους, καί ποία εἶναι ἡ ὀριστική μαθηματική, καί ποία
εἶναι τὰ ἐξαιρέτα τῆς θεωρίας ταύτης κατὰ τὸν Πυθαγόραν.

Ἰάμβλιχος. Τὰ θεολογούμενα τῆς Ἀριθμητικῆς. (Vic. de Falco).

36. 7 (p. 7, 1). Λέγουσι οἱ Πυθαγόρειοι, ὅτι ἡ κατασκευὴ τοῦ ὀρθογωνίου τρι-
γώνου ἐγένετο ἀπὸ τὸν Πυθαγόραν, ὁ ὅποιος κατεῖδε διὰ τῆς μονάδος τοὺς εἰς αὐ-
τὸ ἀριθμούς.

$$\left(\kappa, \frac{\kappa^2-1}{2}, \frac{\kappa^2+1}{2}, \kappa = \text{περιττός} \right).$$

37. — 18 (p. 22, 19). Τοιαύτης δὲ ὁδοῦ τῆς τετρακτύος, ὠρκίζοντο δι' αὐτῆς
εἰς τὸν Πυθαγόραν, θαυμάζοντες καὶ ἀνευφημοῦντες διὰ τὴν εὐδρῆσιν, καθὼς λέγει
κάποιος ὁ Ἐμπεδοκλῆς:

*οὐ μὰ τὸν ἀμετέρα γενεᾷ παραδόντα τετρακτύν,
παγὰν δανάου φύσεως βιζώματ' ἔχουσαν.*

(σημ. Εἰς τὴν προηγουμένην μαρτυρίαν 23 τοῦ Θέωνος τοῦ Σμυρναίου, ἀν-
τί τῆς λέξεως γενεᾷ εἶναι ἡ λέξις ψυχᾷ).

38. — 31 (p. 40, 7). Μὲ τὸ παράγγελμα ζυγὸν μὴ ὑπέρβαινε ὁ Πυθαγόρας
ἐννοοῦσε ἔχε δικαιοσύνην.

39. — 40 (p. 52, 12). Μετὰ τόσα δηλ. ἔτη (216) ὁ Πυθαγόρας ἀνέζη.

40. — 40 (p. 52, 22). Ὁ Πυθαγόρας ἦτο σύγχρονος πρὸς αὐτοὺς (Ξενοφάνη,
Ἄνακρέοντα, Πολυκράτη, Ἄρπαγον)· διότι μετὰ τὴν κατάληψιν τῆς Αἰγύπτου
ὑπὸ τοῦ Καμβύσου (525 π.Χ.) ἱστορεῖται ὅτι μετεφέρθη ἐκ τῆς Αἰγύπτου εἰς τὴν
Βαβυλῶνα. (Ἄρπαγος = στρατηγὸς τῶν Μήδων ἢ τῶν Περσῶν).

41. — 58 (p. 78, 6). Κουρήτιδα δὲ ἰδίως καὶ ὁ Ὀρφεὺς καὶ ὁ Πυθαγόρας ἐκά-
λουν τὴν ἐννεάδα.

Ἰάμβλιχος. Περί τοῦ Πυθαγορείου βίου, V. Pyth. L. Deubner.

42. — 5. 21 Ὅταν ὁ Πυθαγόρας ἐπέστρεψεν ἐκ τῆς Βαβυλῶνος εἰς τὴν Σά-
μον ἐπῆγε εἰς τὸ Γυμναστήριον τῆς πόλεως καὶ ἐπρότεινεν εἰς ἓνα ἀθλητὴν νὰ
τοῦ παραδίδῃ μαθήματα Γεωμετρίας, καὶ ἐπὶ πλέον νὰ πληρώνη εἰς αὐτὸν τρεῖς

όβολου, δηλ. ένα τριώβολον (τρεις δεκάρες) διά κάθε θεώρημα, τό όποιον θά διδάσκειται ό μαθητής - άθλητής. Ό μαθητής έδέχθη και άρχισαν τά ιδιαίτερα μαθήματα Γεωμετρίας. Μετά πάροδον όλίγων ήμερών ό Πυθαγόρας ήθελε νά δηποιαν έπίδρασιν είχεν ή Γεωμετρία εις την ψυχήν του μαθητου και του λέει: Ξέρεις, έχω οικονομικές δυσκολίες και δέν μπορώ νά πληρώνω τό τριώβολον για κάθε μάθημα. Ό μαθητής του άπαντά: Δέν πειράζει, δέχομαι νά μου κάνης μάθημα χωρίς τό τριώβολον. Και ό Πυθαγόρας του λέει: Δέν μπορώ νά τό κάμω, γιατί πρέπει νά εργάζομαι προς έξοικονόμησιν των άναγκών μου. Τότε ό μαθητής του άπαντά: Θα σου πληρώνω εγώ τό τριώβολον για κάθε θεώρημα. Έκ του περιστατικού αυτου προήθλεν ή παροιμία

Σχᾶμα και βᾶμα

άλλ' ου σχᾶμα και τριώβολον

Δηλαδή: Με κάθε σχῆμα (δηλ. θεώρημα) και ένα βῆμα προς την φιλοσοφίαν, άλλ' ου σχῆμα (θεώρημα) και τριώβολον, ου Γεωμετρίαν επί πληρωμῇ χωρίς φιλοσοφίαν. (και Πρόκλος εις Ευκλειδην σ. 84, 15, Friedlein).

Άλλη παροιμία εξ άφορμῆς του Πυθαγόρου είναι και ή εξής:

Αυτός εφα

Δηλαδή, τό ειπε αυτός (ό Πυθαγόρας) και είναι σωστό. (Διογ. Λαέρτιος VIII 46)

43. — 6. 30. Μετρούσαν τον Πυθαγόραν μαζί με τους θεους, ως κάποιον άγαθόν δαίμονα και φιλανθρωπότατον.

Και μετά των θεων τον Πυθαγόραν λοιπον κατηγορήθουν ως αγαθόν τινα δαίμονα και φιλανθρωπότατον.

44. — 8. 40. Κατά τάς συναναστροφάς οι άνθρωποι πρέπει νά μη δυσαρεστούν τους φίλους και νά προσπαθοῦν τους έχθρους νά τους κάνουν φίλους.

45. — 9. 45. Την πρώτην διδασκαλίαν του ό Πυθαγόρας εις τον Κρότωνα της Μεγάλης Έλλάδος την έκαμεν εις τό Γυμναστήριον της πόλεως. Οι άθληταί ειπαν εις τους γονεΐς των τά της διδασκαλίας. Οι γονεΐς τά άνήγγειλαν εις τους άρχοντας της πόλεως. Κατόπιν τούτου τό δικαστήριον των χιλίων δικαστων έκάλεσε τον Πυθαγόραν και τον συνεχύρη. Του ειπαν όμως, ότι του λοιπού, ότι καλόν έχει νά πῆ νά τό λή πρώτα εις τους άρχοντας της πόλεως. Φαίνεται, ότι ό Πυθαγόρας είχε κατηγορηθῆ, ότι διαφθείρει τους νέους, και άπηλλάγη της κατηγορίας.

46. — 12. 58. Λέγεται ότι ό Πυθαγόρας πρώτος ώνόμασε τον εαυτον του φιλόσοφον (άντι σοφόν). Έλεγε δε ότι ό βίος του ανθρώπου ομοιάζει με πανηγύρι.

47. — 17. 12. Μετά τριετή φοίτησιν εις την Σχολήν ό Πυθαγόρας εφρυσιο-

γνωμόνα τοὺς ὑποψηφίους πρὸς ὀριστικὴν εἰσδοχὴν μαθητὰς καὶ τοὺς ἐξήταξε προσέτι ἂν εἶχον ἰκανῶς προπαρασκευασθῆ διὰ νὰ καταφρονοῦν τὰς τιμὰς, δηλ. τὰ ἀξιώματα. (Ἐπίστευεν ὅτι τὰ δεινὰ τῆς ἀνθρωπότητος προέρχονται ἐκ τῆς φιλοδοξίας τῶν ἀνθρώπων).

48. — 18. 82. *Τί τὸ σοφώτατον; Ἀριθμός. Τί τὸ σοφώτατον παρ' ἡμῖν; Ἰατρικὴ. Τί τὸ κάλλιστον; Ἀρμονία. Τί κράτιστον; Γνώμη. Τί ἀριστον; Εὐδαμονία. Τί ἀληθέστατον λέγεται; Ὅτι πονηροὶ οἱ ἄνθρωποι.*

Χριστιανικαὶ ῥήσεις

49. — 18. 86 καὶ 28. 137. Ὁ Ἰαμβλίχος διετέλεσεν εἰς τὴν Ἀλεξάνδρειαν μαθητὴς τοῦ φιλοσόφου Ἀνατολίου, ὁ ὁποῖος εἶχε προσχωρήσει εἰς τὸν Χριστιανισμόν καὶ κατόπιν προεχειρίσθη Μητροπολίτης Λαοδικείας τῆς Συρίας (τῷ 269).

Εἰς τὴν πραγματείαν τοῦ Ἰαμβλίχου Περί τοῦ Πυθαγορείου βίου ὑπάρχει μία πρότασις, ἐκτεθειμένη δύο φορές ἢ αὐτῇ, καθαρῶς Χριστιανικοῦ περιεχομένου. Ἡ πρότασις ἔχει ὡς ἑξῆς:

Ἄπαντα μέντοι, ὅσα περὶ τοῦ πράττειν ἢ μὴ πράττειν διορίζουσιν, ἐστόχασται πρὸς τὸ θεῖον, καὶ ἀρχὴ αὐτῆ ἐστὶ, καὶ ὁ βίος ἅπας συντέτακται πρὸς τὸ ἀκολουθεῖν τῷ θεῷ καὶ ὁ λόγος αὐτὸς ταύτης ἐστὶ τῆς φιλοσοφίας... ἐπεὶ γὰρ ἐστὶ τι θεὸς καὶ οὗτος πάντων κύριος, δεῖν ὁμολογεῖται παρὰ τοῦ κυρίου τὸ διαθῆναι αὐτεῖν.

50. — 18. 88. Ὁ Πυθαγόρειος Ἴππασος, μαθητὴς ὧν ἀκόμη εἰς τὴν Σχολὴν, ἐδημοσίευσεν τὸ θεώρημα τῆς ἐγγραφῆς τοῦ δωδεκαέδρου εἰς σφαῖραν. Μετ' ὀλίγον ὁμοῦς ἐπνίγη εἰς θαλάσσιον ταξίδιον, ὡς ἀσεβήσας, διότι ἤθελε νὰ λάβῃ τὴν δόξαν, ὅτι τὸ εὐρήκεν αὐτὸς, ἐνῶ ὅλα εἶναι ἐκείνου τοῦ ἀνδρὸς· διότι ἔτσι προσαγορεύουν τὸν Πυθαγόραν, χωρὶς νὰ λέγουν τὸ ὄνομά του.

51. — 19. 90. Ὅταν ὁ ἀπὸ Ὑπερβορέων ἱερεὺς τοῦ Ἀπόλλωνος Ἄβαρις ἐπεσκέφθη τὸν Πυθαγόραν εἰς τὸν Κρότωνα, ἔδωκεν εἰς αὐτὸν μίαν ῥάβδον (δίστον) θαυματουργόν, μετὰ τὴν ὅποιαν ὁ Πυθαγόρας διέβαινε ποταμούς, λίμνας καὶ ἄλλα ἄβυθα μέρη, ἀπέδιωκε δὲ καὶ λοιμούς (ἀσθενείας) καὶ ἀνέμους.

52. — 23. 104 καὶ 105. Ἐκ τῶν τελευταίων μαθητῶν τοῦ Πυθαγόρου, ὅταν οὗτος ἦτο πλέον γέρον, ἦσαν οἱ: Φιλόλαος, Εὐρυτος, Χαρωνδας, Ζάλευκος, Βρύσσων, Ἀρχύτας ὁ πρῶτος (ὁ νεώτερος Ἀρχύτας, ὁ περίφημος μαθηματικὸς μηχανικὸς, στρατηγὸς καὶ πολιτικὸς εἶναι ὁ φίλος τοῦ Πλάτωνος), Ἀρισταῖος, Λῦσις, Ἐμπεδοκλῆς, Ζάλμοξις (ἢ Ζάμολξις), Ἐπιμενίδης, Μίλων (ὁ ἐπανειλημμένως Ὀλυμπιονίκης) Λεύκιππος, Ἴππασος, Θυμαρίδας καὶ ἄλλοι.

Χωρὶς νὰ γνωρίζης τὴν ἐσωτερικὴν διδασκαλίαν τῶν Πυθαγορείων νὰ μὴ ἔχης γνώμην περὶ αὐτῆς.

Περὶ Πυθαγορείων ἀνευ φωτὸς μὴ λάλει.

53. — 25. 110. Ὁ Πυθαγόρας εἶχε τὴν γνώμην, ὅτι ἡ Μουσικὴ συμβάλλει πολὺ εἰς τὴν διατήρησιν τῆς υγείας καὶ γενικῶς διὰ θεραπευτικούς σκοποὺς εἶναι πολὺ ἀφέλιμος.

54. — 25. 115 καὶ 26. Ἐπειδὴ δὲ ἐφθάσαμεν εἰς ἀφηγοῦμενοι τὴν παιδευτικὴν σοφίαν τοῦ Πυθαγόρου, δὲν εἶναι ἀσχημον νὰ εἰπῶμεν καὶ τὸ συναφές πρὸς τοῦτο, πῶς δηλ. ἀνεκάλυψε τὴν ἁρμονικὴν ἐπιστήμην καὶ τοὺς ἁρμονικούς λόγους... Ἐυρίσκόμενος κάποτε εἰς φροντίδας καὶ διαλογισμὸν, εἰς ἄρα ἦτο δυνατόν νὰ ἐπινοήσῃ εἰς τὴν ἀκοὴν ὀργανικὴν (ἐνόργανον) βοήθειαν, παγίαν καὶ ἀλάνθαστον... περιπατῶν παρὰ κάποιον χαλκοτυπεῖον, κατὰ δαιμονίαν τύχην εἶδε σιδηρᾶν σφύραν νὰ κτυπᾷ ἐπὶ τοῦ ἄκμονος καὶ νὰ παράγῃ συμφωνοτάτους ἤχους πρὸς ἀλλήλους ἐκτὸς μᾶς συζυγίας. Διέκρινε δὲ εἰς αὐτοὺς καὶ τὴν διὰ πασῶν συμφωνίαν καὶ τὴν διὰ πέντε καὶ τὴν διὰ τεσσάρων, ἀλλὰ τὴν μεταξὺ τῆς διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε, τὴν εὗρισκεν ἀσύμφωνον. Πολὺ εὐχαριστημένος, ὅτι ἐκ θεοῦ τὰ σχέδιά του ἐξεπληροῦντο, εἰσέδραμεν εἰς τὸ χαλκεῖον καὶ διὰ ποικίλων πειραμάτων εὗρεν ὅτι ἡ διαφορὰ τοῦ ἤχου δὲν προήρχετο ἀπὸ τὴν δύναμιν τῶν κτυπῶντων, οὔτε ἀπὸ τὰ σχήματα τῶν σφυρῶν... ἀπαρτίσας δὲ τέσσαρας χορδὰς ὁμοῦλους καὶ ἰσοκάλους, ἰσοπαχεῖς καὶ ἰσοστρόφους καὶ προσδέσας βάρος ἐκ τοῦ κάτωθεν μέρους καὶ ἀφήσας τὰ μήκη τῶν χορδῶν ἴσα... κατόπιν δὲ κρούων ἀνὰ δύο τὰς χορδὰς εὗρισκεν ἐναλλάξ τὰς προλεχθεῖσας συμφωνίας... Κατὰ τὸν τρόπον αὐτὸν λέγεται ὅτι ἀνεκάλυψε τὴν μουσικὴν κλίμακα, καὶ τὴν συνέστησεν εἰς τοὺς μαθητὰς του, ὡς ἀριστον βοήθημα διὰ κάθε ἄλλην συναφῆ εὐγενῆ σπουδῆν.

(Σημείωσις. Τὸ λεγόμενον ὑπὸ τινῶν, ὅτι οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες δὲν ἔκαμον πειράματα εἰς τὴν Φυσικὴν διαφεύδεται ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω πληροφορίαν τοῦ Ἰαμβλίχου).

55. — 27. 125. Ἡ διαβολὴ εἶναι ὀξύτερα τῆς ὀξυτέρας μαχαίρας.

Πρόβλεψις σεισμοῦ

56. — 28. 136. Λέγεται, ὅτι δταν ἤπιε νερὸ ὁ Πυθαγόρας ἀπὸ ἕνα πηγάδι, εἶπεν, ὅτι θὰ γίνῃ σὲ λίγο σεισμός, ὅπως καὶ ἔγινε.

57. — 28, 145 -152. Διότι ὁ μαθητὴς τοῦ Πυθαγόρου, Θυμαρίδας, ἔλεγεν ὅτι εἶναι ἐπιστημονικὸν καὶ εὐγνωμον τὸ νὰ μὴ ἀντιτείνῃ κανεῖς, οὔτε νὰ ἀγανακτῇ κατὰ τῆς Θεῖας Προνοίας. Τώρα εἰς κανεῖς θέλη νὰ μάθῃ ἀπὸ ποῦ οἱ Πυθαγόρειοι παρέλαβον τὴν εὐσέβειαν, ἀρκεῖ νὰ τοῦ εἰπῶμεν, ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ θεολογία τῶν Πυθαγορείων εἶχεν ὡς παράδειγμα τὴν θεολογίαν τοῦ Ὀρφέως. Δὲν

είναι δὲ ἀμφίβολον, ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἔλαβεν ὡς ὑπόδειγμα τὸν Ὀρφέα, διὰ τὴν συντάξιν τὴν πραγματείαν τοῦ Ἱερὸς λόγος... Τὰ περὶ θεῶν ὁ Πυθαγόρας τὰ ἔμαθε ἀπὸ τὸν Ὀρφέα (εἰς τὰ Λίβηθρα τῆς Θράκης), ἐμπνευσθέντα ἀπὸ τὴν μητέρα του Καλλιόπην, ἥτοι ἔμαθεν ὅτι «ἡ αἰωνία οὐσία τοῦ ἀριθμοῦ εἶναι ἡ πηγὴ ἢ σκεπτομένη δι' ὅλα, ἡ πηγὴ τοῦ Οὐρανοῦ καὶ τῆς Γῆς καὶ τῆς μεταξὺ τούτων κειμένης περιοχῆς» Ἐκ τούτων εἶναι φανερόν ὅτι ἀπὸ τοῦ Ὀρφικοῦ ὁ Πυθαγόρας παρέλαβε τὴν θεωρίαν ὅτι ἡ οὐσία τῶν θεῶν καθορίζεται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν. Ἡ Πυθαγορική ἀριθμητικὴ φιλοσοφία ἔχει τὸ προτυπὸν τῆς εἰς τὴν Ὀρφικὴν φιλοσοφίαν.

58. — 28. 155 καὶ 30. 179. Προλέγει τὴν Δευτέραν παρουσίαν εἰς δύο χωρία

ἐν Ἄδου γὰρ κεῖσθαι τὴν κρίσιν.

59. — 29. 162. Ἡ ἀρχὴ εἶναι τὸ ἡμισυ τοῦ ὅλου, ἀπόφθεγμα τοῦ Ἰδίου τοῦ Πυθαγόρου.

Ἀρχὴ δέ τοι ἡμισυ παντός, ἀπόφθεγμα Πυθαγόρου αὐτοῦ.

— Ἄλλὰ καὶ εἰς ἄλλα παραπλήσια ρητὰ ὁ θεϊότατος Πυθαγόρας ἐνέκρυπτε τὰ ζώπυρα τῆς ἀληθείας... ὅπως καὶ εἰς τὸ

*ὅλα ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀριθμὸν
τὸ ὅποιον ἔλεγε συχνότατα εἰς ὄλους.*

Ἄλλὰ καὶ ἐν ἑτέροις παραπλησίαις ὁ θεϊότατος Πυθαγόρας

ἐνέκρυπτε ζώπυρα... οἷόν περ καὶ ἐν τῷ

ἀριθμῷ δὲ πάντ' ἐπέοικεν,

ὃ δὴ πυκνότατα πρὸς ἅπαντας ἀπεφθέγγετο.

Περὶ φιλίας

60. — 33. 235. Χαρακτηριστικὸν τῆς φιλίας μεταξὺ τῶν Πυθαγορείων εἶναι τὸ λεγόμενον περὶ Δάμωνος καὶ Φιντίου. Ἐκ τούτων ὁ Φιντίας κατηγορήθη ἐπὶ συνωμοσίᾳ κατὰ τοῦ τυράννου τῶν Συρακουσῶν Διονυσίου καὶ ἐδικάσθη εἰς θάνατον. Παρεκάλεσεν ὁμῶς τὸν Διονύσιον νὰ τοῦ ἐπιτρέψῃ νὰ ἐπισκεφθῇ τοὺς οἰκείους του, εἰς γειτονικὴν πόλιν, καὶ νὰ ἐπιστρέψῃ πρὸς ἐκτέλεσιν τῆς θανατικῆς ποινῆς τὴν αὐτὴν ἡμέραν. Ἀφίειναι δὲ ὡς ἐγγυητὴν, ὅτι θὰ ἐπιστρέψῃ, τὸν φίλον του Δάμωνα, ὁ ὁποῖος ἐδέχθη νὰ μείνῃ ἐγγυητὴς. Ἐὰν ὁ Φιντίας δὲν ἐπέστρεφε θὰ ἐξετελεῖτο ὁ Δάμων. Ὁ Διονύσιος ἐξεπλάγη μὲ τὴν πρότασιν αὐτὴν. ἄλλὰ τὴν ἐδέχθη. Τὸ βράδυ τῆς αὐτῆς ἡμέρας, ἐνῶ ὄλοι ἐπερίμεναν τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ Δάμωνος, ἐπέστρεψεν ὁ Φιντίας, πρὸς ἑκπληξιν καὶ θαυμασμόν ὄλων. Ὁ Διονύσιος ἐζήτησε νὰ τὸν δεχθῶν ὡς τρίτον φίλον, ἀλλ' αὐτοὶ δὲν τὸν ἐδέχθησαν.

Διογένης Λαέρτιος

Πυθαγόρας, βιβλίον VIII (Loeb, R. D. Hicks)

61. 4-5. Ὁ Πυθαγόρας ἐπίστευε τὴν θεωρίαν τῆς μετεμψυχώσεως εἰς φυτὰ καὶ ζῷα. Κατὰ τὴν πρώτην του ζωὴν ἐπὶ τῆς Γῆς ὠνομάζετο Αἰθαλίδης. Κατὰ τὰς μετέπειτα μετεμψυχώσεις ὠνομάσθη Εὐφορβος, Ἐρμότιμος, Πύρρος καὶ τέλος Πυθαγόρας.

62. — 6. Μερικοὶ λέγουσιν ὅτι ὁ Πυθαγόρας δὲν κατέλιπε κανὲν σύγγραμμα. Ἄλλοι δὲ μὴ λέγουσιν, ὅτι ἄφησε τρία συγγράμματα: Παιδευτικόν, Πολιτικόν, Φυσικόν. Ἄλλοι λέγουσιν, ὅτι ἄφησε περισσότερα. Ὁ Ἡράκλειτος μάλιστα κατηγορεῖ τὰς συγγραφάς τοῦ Πυθαγόρου. (Μαρτυρία 3, 4, 5).

63. — 7. Ὁ Πυθαγορικὸς Λῦσις, μετὰ τὴν καταστροφὴν τῆς Σχολῆς, κατέφυγεν εἰς Θήβας, ὅπου διετέλεσε καθηγητὴς τοῦ Ἐπαμεινώνδα.

64. — 8. Κατὰ τὸν Πυθαγόραν ὁ βίος ὁμοιάζει πρὸς πανηγύρι. Ἄλλοι πηγαινῶντες εἰς τὸ πανηγύρι διὰ νὰ λάβουν μέρος εἰς τοὺς ἀγῶνας. Ἄλλοι δὲ ἐμπορικῶς σκοποῦσιν καὶ οἱ καλύτεροι πηγαινῶντες ὡς θεαταί.

65. — 9. Κατόπιν τῆς θεωρίας τῆς μετεμψυχώσεως, ἡ ὁποία γίνεται διὰ τὴν τελειοποίησιν τῆς ψυχῆς τοῦ ἀνθρώπου, ὁ Πυθαγόρας ἔλεγεν, ὅτι ἐπ' οὐδενὶ λόγῳ πρέπει νὰ εὐχόμεθα εἰς τοὺς ἄλλους ἀνθρώπους χρόνια πολλά, ὡς συνηθίζεται κατὰ τὰς ἑορτάς, διότι δὲν γνωρίζομεν ἂν συμφέρῃ νὰ ζήσωμεν πολλὰ χρόνια, ἐπειδὴ εἶναι ἀγνωστον πόσαι μετεμψυχώσεις χρειάζονται διὰ τὴν τελειοποίησιν τῆς ψυχῆς.

Μὲ τὰ ἀφροδίσια πρέπει ν' ἀσχολεῖται κανεὶς μόνον τὸν χειμῶνα καὶ ὄχι καὶ τὸ καλοκαίρι. Ὅποιος θέλει νὰ ἀδυνατίσῃ ἅς ἀσχολεῖται μὲ τὰ ἀφροδίσια καὶ τὸ καλοκαίρι.

66. — 10. Ὁ βίος τοῦ ἀνθρώπου διαιρεῖται ὡς ἐξῆς: εἴκοσι χρόνια παιδί, ἄλλα εἴκοσι νεανίσκος, ἄλλα εἴκοσι νεανίας, ἄλλα εἴκοσι γέρων.

67. — 11-12. Ὁ Πυθαγόρας εἰς τὰ Μαθηματικὰ ἡσχολεῖτο πολὺ μὲ τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν καὶ ἔφερον εἰς πέρας τὴν σπουδὴν τῆς Γεωμετρίας. Δὲν παρημέλησε δὲ καὶ τὴν σπουδὴν τῆς Ἰατρικῆς καὶ τὴν μελέτην τῆς Μουσικῆς εἰς τὸ μονόχορδον. Λέγεται δὲ ὅτι πρῶτος ἔμαθε τοὺς ἀθλητάς νὰ τρώγουν κρέας· διότι προηγουμένως ἔτρωγαν σῦκα καὶ τυρί καὶ ψωμί. Οἱ μαθηταὶ του ἐπίστευον ὅτι ἦτο Ἀπόλλων ἑλθὼν ἐξ Ὑπερβορέων.

68. — 14. Πρώτος ώμίλησε περί μετεμψυχώσεως. Καί πρώτος εἶπε ὅτι ὁ ἀστήρ Ἑσπερος εἶναι ὁ αὐτός μέ τόν Φωσφόρον.

69. — 15. Αἱ πρώται πληροφορίαι περί Πυθαγόρου καί Πυθαγορείων ἐδόθησαν ἀπό τόν Φιλόλαον, ἓνα τῶν Πυθαγορείων, διά τῶν τριῶν βιβλίων του, τὰ ὁποῖα ἠγόρασεν ὁ Πλάτων.

70. — 17. Κατά τήν διδασκαλίαν ἐχρησιμοποιοῦντο καί συμβολικαί φράσεις, ὅπως πῦρ μαχαίρα μή σκαλεύειν, ζυγόν μή ὑπερβαίνειν κλπ. δηλαδή νά μή βάζῃς λάδι στή φωτιά, νά εἶσαι δίκαιος κλπ.

71. — 19 καί 20. Σπουδαῖον δόγμα τοῦ Πυθαγόρου ἦτο τό κυάμων ἀπέχεσθαι, καί κατά τόν Ἀριστοτέλη ἀπέχεσθαι καί τρίγλης. (δηλ. μπαρμπουνιοῦ). Κατά τόν Ἀριστοξένον, συγχωροῦσε νά τρώμε ἀπ' ὄλα, πλὴν βοός ἀροτῆρος καί κριοῦ.

72. — 21. Κατά τās ἐνδιαμέσους ἐποχάς τῶν μετεμψυχώσεων, ὅταν ὁ Πυθαγόρας εὐρίσκετο εἰς τόν Ἄδην παρετήρησε φοβερά πράγματα διά τās ψυχάς τοῦ Ἡσιόδου καί τοῦ Ὀμήρου. Ἡ ψυχή τοῦ Ἡσιόδου ἦτο δεμένη εἰς μίαν χαλκήν στήλην καί ἔτρεμε διαρκῶς. Ἡ δέ ψυχή τοῦ Ὀμήρου ἦτο κρεμασμένη ἀπό ἓνα δένδρο καί τριγύρω της τήν ἐδάγκωναν πάρα πολλά φίδια. Ὅλας αὐτάς τās τιμωρίας τās ὕφισταντο αἱ ψυχαί τῶν ποιητῶν αὐτῶν, διότι εἰς τὰ ποιήματά των διέσυραν τούς θεούς, εἰς τούς ὁποίους ἀπέδιδον ἀνθρώπινα ἑλαττώματα. Ἀλλά καί αἱ ψυχαί τῶν συζύγων, οἱ ὁποῖοι παρημέλουν τὰ συζυγικά των καθήκοντα, κατά τήν ἐπί τῆς Γῆς ζωῆν των, ὕφισταντο μεγάλας τιμωρίας εἰς τόν Ἄδην.

73. — 22-24. Τό προηγούμενον κατά τόν χρόνον εἶναι τιμιώτερον· ὅπως ἡ Ἀνατολή τῆς Δύσεως, ἡ ἀρχή τοῦ βίου εἶναι τιμιώτερα τῆς τελευταῖης, ἡ γένεσις εἶναι τιμιώτερα τῆς φθορᾶς, οἱ γονεῖς προηγούνται τῶν τέκνων καί εἶναι τιμιώτεροι. Ν' ἀπέχωμεν δέ τῶν κυάμων (κοινῶς κουκιῶν) διότι εἶναι πνευματώδεις καί μετέχουν τοῦ ψυχοῦ.

74. — 25-26. Ἀρχή ὄλων εἶναι ἡ μόνάς. Ἐκ τῆς μονάδος γίνεται ἡ ἀόριστος δυάς. Ἐκ τῆς μονάδος καί τῆς ἀόριστου δυάδος γίνονται οἱ ἀριθμοί. Ἐκ τῶν ἀριθμῶν γίνονται τὰ σημεῖα, ἐκ τούτων αἱ γραμμαῖ, ἐκ τῶν γραμμῶν τὰ ἐπίπεδα σχήματα, ἐκ τούτων τὰ στερεά καί ἐκ τούτων τὰ αἰσθητά. Τά στοιχεῖα τοῦ κόσμου εἶναι τέσσαρα. Πῦρ, ὕδωρ, γῆ, ἀήρ. Διά μετασχηματισμοῦ ὄλων τούτων γίνεται ὁ κόσμος, ἔμψυχος, νοερός, σφαιροειδής, περιέχων εἰς τό μέσον τήν γῆν σφαιροειδή καί περιοικουμένην. Τό φῶς καί τό σκότος εἰς τόν κόσμον εἶναι ἰσόμοιρα, ὅπως ἐπίσης τό θερμόν καί τό ψυχρόν, τό ξηρόν καί τό ὑγρόν. (Κατ' ἄλ-

λην πληροφορίαν πρώτος εἰπὼν διὰ τὰ τέσσαρα στοιχεῖα τοῦ κόσμου εἶναι ὁ Ἐμπεδοκλῆς).

75. — 27. Τὰ ἄστρα εἶναι θεοί. Ἡ Σελήνη λαμβάνει τὸ φῶς ἀπὸ τὸν Ἥλιον.

76. — 28. Τὸ σπέρμα εἶναι σταγῶν ἐγκεφάλου.

77. — 30. Ἡ ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου διαιρεῖται εἰς νοῦν, φρένα καὶ θυμόν.

78. — 32. Ὁ ἀέρας εἶναι γεμᾶτος ἀπὸ ψυχᾶς.

79. — 34. Κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη οἱ Πυθαγόρειοι ἔλεγον τὸ κυάμων ἀπέχεσθαι διότι: ἢ ὅτι ὁμοιάζουν πρὸς τὰ αἰδοῖα, ἢ ὅτι παριστοῦν τὰς πύλας τοῦ Ἄδου, ἢ ὅτι ἐκφράζουν τὸ ὀλιγαρχικόν, ἐπειδὴ μὲ τοὺς κυάμους κάμουν τοὺς κλήρους ἐξορίας κλπ. καὶ γενικῶς τὰς ψηφοφορίας.

80. — 35. Τῶν σχημάτων τὸ κάλλιστον ἐκ τῶν στερεῶν εἶναι ἡ σφαῖρα, ἐκ τῶν ἐπιπέδων ὁ κύκλος. Αὔξησις καὶ νεότης εἶναι τὸ αὐτό.

81. — 39. Διὰ τὸν θάνατον τοῦ Πυθαγόρου λέγουν καὶ τοῦτο. Οἱ δημοκρατικοὶ ἐπετέθησαν κατὰ τῶν Πυθαγορείων, ὅταν συνεδρίαζον εἰς τὴν οἰκίαν τοῦ ἀθλητοῦ Μίλωνος. Πολλοὶ κατάρθωσαν νὰ φύγουν, ἀλλὰ ἐδιώκοντο. Μετ' ὀλίγον ἐφθασαν εἰς ἓνα χωράφι ὅπου εἶχαν φυτρώσει κουκιά. Ὁ Πυθαγόρας μετὰ τῶν μαθητῶν του, διὰ νὰ μὴ πατήσουν τὰ κουκιά ἐσταμάτησαν, συνελήφθησαν καὶ ἐφονεύθησαν.

82. — 47. Ὁ Ἐρατοσθένης, κατὰ τὸν Φαβωρίνον, λέγει ὅτι κατὰ τὴν 48 Ὀλυμπιάδα (588-584 π.Χ.) ὁ Πυθαγόρας ἐδηλώθη εἰς τοὺς Ὀλυμπιακοὺς ἀγῶνας νὰ λάβῃ μέρος ὡς πυγμάχος, μεταξὺ τῶν παίδων. Ἡ Ἐπιτροπὴ δμως τοῦ ἐπέβαλε νὰ λάβῃ μέρος μὲ τοὺς ἄνδρας. Ἐκεῖ ἐνίκησε. Ἦτο δὲ τότε κομήτης, δηλ. μὲ μαλλιά (Χίπης).

(Σημ. Ἡ πληροφορία εἶναι ἀμφίβολος. Διότι ἐὰν ὁ Πυθαγόρας ἐγεννήθη τῷ 600 π.Χ. τότε θά ἦτο 12 ἐτῶν. Πιθανόν δμως νὰ ἐγεννήθη μεταξὺ 610-600 π.Χ.)

83. — 48. Πρῶτος ὠνόμασε τὸν Οὐρανὸν κόσμον, δηλ. στολίδι καὶ τὴν Γῆν στρογγύλην.

[Σημειώσεις. Εἰς τὸ Λεξικόν τοῦ Βυζαντινοῦ Σουῖδα, εἰς τὸ λῆμμα Πυθαγόρας περιέχεται μικρὰ περίληψις τῶν ὑπὸ τοῦ Διογ. τοῦ Λαερτίου ἀναφερομένων περὶ τοῦ Πυθαγόρου. Τὸ ὄνομα Σουῖδας πολλοὶ ἐκ τῶν νεωτέρων τὸ γράφουν Σούδας, ὀρμηθέντες πιθανῶς ἐκ τῆς Σούδας τοῦ Νέου Φαλήρου ἢ ἐκ τοῦ λιμένος τῆς Κρήτης Σούδα].

Ἰωάννης Στοβαῖος

τόμοι I. II Curtius Wachsmuth, τόμοι III, IV, V Otto Hense.

A, B, Γ, Δ = βιβλία, c = κεφάλαιον, p = σελίς.

84. — Ὁ Πυθαγόρας ἔλεγε ὅτι τῶν ἀρχῶν ἢ μὲν μονάς εἶναι ὁ θεός καὶ τὸ ἀγαθόν, ἢ ὅποια μονάς εἶναι ἡ φύσις τοῦ ἑνός καὶ αὐτὸς ὁ νοῦς, ἢ δὲ ἀόριστος δυνάς εἶναι ὁ δαίμων καὶ τὸ κακόν, εἰς τὴν ὁποίαν δυνάδα ἀνήκει τὸ ὕλικόν πλῆθος.

Πυθαγόρας τῶν ἀρχῶν τὴν μὲν μονάδα θεὸν καὶ τ' ἀγαθόν, ἣτις ἐστὶν ἡ τοῦ ἑνός φύσις καὶ αὐτὸς ὁ νοῦς, τὴν δ' ἀόριστον δυνάδα δαίμονα καὶ τὸ κακόν, περὶ ἣν ἐστὶ τὸ ὕλικόν πλῆθος. (A, c I [58] p. 34).

85. — Ὁ Πυθαγόρας ὁ Σάμιος υἱὸς τοῦ Μνησάρχου, πρῶτος δώσας τὸ δνομα φιλοσοφία, εἶπεν ὅτι ἀρχαί τοῦ κόσμου εἶναι οἱ ἀριθμοὶ καὶ αἱ εἰς αὐτοὺς συμμετρῖαι, τὰς ὁποίας καλεῖ ἁρμονίας· τὰ δὲ σύνθετα καὶ ἀπὸ τὰ δύο τὰ ὀνομάζει στοιχεῖα· πάλιν δὲ τὴν μονάδα καὶ τὴν ἀόριστον δυνάδα τὰς κατατάσσει εἰς τὰς ἀρχάς. Ἀντιστοιχεῖ δὲ κατ' αὐτὸν εἰς τὰς ἀρχάς ἢ μὲν (μονάς) εἰς τὸ ποιητικόν καὶ ὕλικόν αἴτιον, τὸ ὁποῖον εἶναι ὁ νοῦς, δηλ. ὁ θεός· ἢ δὲ εἰς τὸ παθητικόν καὶ ὕλικόν αἴτιον, τὸ ὁποῖον εἶναι ὁ ὄρατός κόσμος.

Πυθαγόρας Μνησάρχου Σάμιος, πρῶτος φιλοσοφίαν τούτῳ τῷ ῥήματι προσγορεύσας, ἀρχὰς τοὺς ἀριθμούς καὶ τὰς συμμετρίας ἐν τούτοις, ἃς τινὰς ἁρμονίας καλεῖ· τὰ δ' ἐξ ἀμφοτέρων σύνθετα στοιχεῖα· πάλιν δὲ τὴν μονάδα καὶ τὴν ἀόριστον δυνάδα ἐν ταῖς ἀρχαῖς. Σπενύδει δὲ αὐτῷ τῶν ἀρχῶν ἢ μὲν ἐπὶ τὸ ποιητικόν αἴτιον καὶ εἰδικόν ὅπερ ἐστὶ νοῦς, ὁ θεός· ἢ δὲ ἐπὶ τὸ παθητικόν τε καὶ ὕλικόν, ὅπερ ἐστὶν ὁ ὄρατός κόσμος. (A, c x [300] p. 124).

86. — Ὁ Πυθαγόρας ἔθετε τὰ λεγόμενα εἶδη καὶ τὰς ἰδέας εἰς τοὺς ἀριθμούς καὶ τὰς ἁρμονίας αὐτῶν καὶ πρὸς τὰ καλούμενα γεωμετρικά, ἀχώριστα ἀπὸ τὰ σώματα.

Πυθαγόρας τὰ λεγόμενα εἶδη καὶ τὰς ἰδέας ἐν τοῖς ἀριθμοῖς καὶ ταῖς ἁρμονίαις αὐτῶν καὶ τοῖς καλουμένοις γεωμετρικοῖς ἐτίθετο ἀχώριστα τῶν σωμάτων. (A, c xii [328] p. 134).

87. — Ὁ Πυθαγόρας, ὁ Πλάτων, ὁ Ἀριστοτέλης ἔλεγαν ὅτι δεξιὰ τοῦ κόσμου εἶναι τὰ ἀνατολικά μέρη, ἀφ' ὧν ἡ ἀρχὴ τῆς κινήσεως, ἀριστερὰ δὲ τὰ δυτικά. Ὁ κόσμος δὲν ἔχει οὔτε ὕψος οὔτε βάθος.

Πυθαγόρας, Πλάτων, Ἀριστοτέλης δεξιὰ τοῦ κόσμου τὰ ἀνατολικά μέρη, ἀφ' ὧν ἡ ἀρχὴ τῆς κινήσεως, ἀριστερὰ δὲ τὰ δυτικά. Οὐτε ὕψος δὲ φασιν, οὔτε βάθος ἔχειν τὸν κόσμον. (A, c xv [360] p. 147).

88. — Πυθαγόρου. Κίνησις εἶναι διαφορότης ἢ ἑτερότης εἰς τὴν ὄλην, ὅπου ὑπάρχει ὄλη. Τοῦτο εἶναι συνθήκη πάσης κινήσεως.

Πυθαγόρου. Κίνησις ἐστὶ διαφορότης ἢ ἑτερότης ἐν ὄλη, ἢ ἐστὶν ὄλη. Οὗτος πάσης κινήσεως κοινὸς δρος. (A, c xix [396] p. 162).

89.— Ὁ Πυθαγόρας καὶ ὄλοι ὄσοι ὑποθέτουν ὅτι ἡ ὄλη εἶναι μεταβλητὴ, λέγουν ὅτι ἐκ ταύτης γίνονται αἱ γενέσεις καὶ αἱ φθοραὶ· διότι ἐκ τῆς ἀλλοιώσεως τῶν στοιχείων καὶ μεταβολῆς καὶ ἀναλύσεως (δηλ. γενέσεως καὶ φθορᾶς) γίνεται ἡ παράθεσις καὶ ἡ μίξις, ἢ κρᾶσις καὶ ἡ σύγχυσις.

Πυθαγόρας καὶ πάντες, ὄσοι παθητὴν τὴν ὄλην ὑποτίθενται, κυρίως γενέσεις καὶ φθορὰς γίνεσθαι· ἐκ γὰρ ἀλλοιώσεως τοῦ στοιχείου καὶ τροπῆς καὶ ἀναλύσεως [γενέσεως καὶ φθορᾶς] παράθεσιν καὶ μίξιν, κρᾶσιν τε καὶ σύγχυσιν γίνεσθαι. (A c xx [414] p. 170).

90.— Ὁ Πυθαγόρας λέγει ὅτι ὁ κόσμος εἶναι γενητὸς κατὰ σχέδιον καὶ ὄχι κατὰ χρόνον. Ὁ ὄποιος ὠνόμασε τὴν ὄλην περιοχὴν κόσμον ἐκ τῆς εἰς αὐτὴν τάξεως ὅτι δὲ ἤρχισεν ἡ γένεσις τοῦ κόσμου ἀπὸ πυρὸς καὶ τοῦ πέμπτου στοιχείου (δηλ. τοῦ αἰθέρος). Ἐνῶ δὲ ὑπάρχουν πέντε σχήματα στερεῶν, τὰ ὄποια καλοῦνται καὶ μαθηματικά, ἐκ μὲν τοῦ κύβου λέγει ὅτι ἔγινεν ἡ γῆ, ἐκ δὲ τῆς πυραμίδος τὸ πῦρ, ἐκ δὲ τοῦ ὄκταέδρου ὁ ἀήρ, ἐκ δὲ τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ὄδωρ, ἐκ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, ἢ σφαῖρα τοῦ παντὸς.

Πυθαγόρας φησὶ γενητὸν τὸν κόσμον κατ' ἐπίνοιαν, οὐ κατὰ χρόνον. Ὅς καὶ πρῶτος ὠνόμασε τὴν τῶν ὄλων περιοχὴν κόσμον ἐκ τῆς ἐν αὐτῷ τάξεως. Ἄρξασθαι δὲ τὴν γένεσιν τοῦ κόσμου ἀπὸ πυρὸς καὶ τοῦ πέμπτου στοιχείου. Πέντε δὲ σχημάτων ὄντων στερεῶν, ἄπερ καλεῖται καὶ μαθηματικά, ἐκ μὲν τοῦ κύβου φησὶ γεγενῆσθαι τὴν γῆν, ἐκ δὲ τῆς πυραμίδος τὸ πῦρ, ἐκ δὲ τοῦ ὄκταέδρου τὸν ἀέρα, ἐκ δὲ τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ὄδωρ, ἐκ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου τὴν τοῦ παντὸς σφαῖραν. (A c xxi [452] p. 186)

91.— Ὁ Θαλῆς, ὁ Πυθαγόρας, ὁ Ἐμπεδοκλῆς, ὁ Ἐκφαντος, ὁ Παρμενίδης, ὁ Μέλισσος, ὁ Ἡράκλειτος, ὁ Ἄναξαγόρας, ὁ Πλάτων, ὁ Ἄριστοτέλης, ὁ Ζήνων, λέγουν ὅτι ὁ κόσμος εἶναι ἕνας.

Θαλῆς, Πυθαγόρας, Ἐμπεδοκλῆς, Ἐκφαντος, Παρμενίδης, Μέλισσος, Ἡράκλειτος, Ἄναξαγόρας, Πλάτων, Ἄριστοτέλης, Ζήνων, ἕνα τὸν κόσμον. (A c xii [496] p. 199).

92.— Ὁ Θαλῆς, ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ ἄπ' αὐτοῦ λέγουν, ὅτι ἡ σφαῖρα τοῦ Σῦμπαντος διαμοιράζεται εἰς πέντε κύκλους, τοὺς ὄποιους ὀνομάζουν ζῶνας· ἐκ τῶν κύκλων τούτων, ὁ μὲν ἕνας καλεῖται ἀρκτικός καὶ ἀειφανής, ὁ ὄλλος θερινὸς τροπικός, ὁ ὄλλος ἰσημερινός, ὁ ὄλλος χειμερινὸς τροπικός, καὶ ὁ ὄλλος ἀνταρκτικός ἀφανής. Λοξὸς δὲ πρὸς τοὺς τρεῖς μέσους ὑποτίθεται ὁ ζφδιακὸς καλού-

μενος κύκλος, ἐφαπτόμενος τῶν τριῶν μέσων. Ὅλους δὲ τοὺς κύκλους αὐτοὺς τέμνει καθέτως ὁ μεσημβρινὸς ἀπὸ βορρᾶ πρὸς νότον.

Ὁ Πυθαγόρας πρῶτος, λέγεται, ὅτι ἤδρε τὴν λόξωσιν τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου· τὴν ὁποίαν ὁ Οἰνοπίδης ὁ Χίος σφτεριζέται ὡς ἰδικτὴν του.

Θαλῆς, Πυθαγόρας καὶ οἱ ἀπ' αὐτοῦ μεμερίσθαι τὴν τοῦ παντός σφαῖραν εἰς κύκλους πέντε, ὁστίνας προσαγορεύουσι ζώνας· καλεῖται δ' αὐτῶν, ὁ μὲν ἀρκτικός καὶ ἀειφανῆς, ὁ δὲ θερινὸς τροπικὸς, ὁ δὲ ἰσημερινός, ὁ δὲ χειμερινὸς τροπικὸς, ὁ δὲ ἀνταρκτικὸς τε καὶ ἀφανῆς. Ἀσζὸς δὲ ἐν τοῖς τρισὶ μέσοις ὁ καλούμενος ζῳδιακὸς ὑποβέβληται, παραπαύων τῶν μέσων τριῶν. Πάντας δ' αὐτοὺς ὁ μεσημβρινὸς πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τῶν ἀρκτικῶν ἐπὶ τὸ ἀντικρὺ τέμνει. Πυθαγόρας πρῶτος ἐπινενοηκέναι λέγεται τὴν λόξωσιν τοῦ ζῳδιακοῦ κύκλου· ἦντινα Οἰνοπίδης ὁ Χίος ἐπίνοιαν ὡς ἰδίαν σφτεριζέται. (A c xkiii [500] p. 201).

93.— Ὁ Θαλῆς πρῶτος εἶπεν ὅτι ἡ σελήνη φωτίζεται ἀπὸ τὸν ἥλιον. Ὁμοίως δὲ ὁ Πυθαγόρας, ὁ Παρμενίδης, ὁ Ἐμπεδοκλῆς, ὁ Ἄναξαγόρας, ὁ Μητρόδωρος.

Θαλῆς πρῶτος ἔφη ὑπὸ τοῦ ἡλίου φωτίζεσθαι (τὴν σελήνην). Πυθαγόρας, Παρμενίδης, Ἐμπεδοκλῆς, Ἄναξαγόρας, Μητρόδωρος ὁμοίως. (A c xxvi [558] p. 220).

94.— Ὁ Πυθαγόρας εἶπεν ὅτι ἡ ψυχὴ εἶναι ἀριθμὸς κινῶν τὸν ἑαυτὸν του, τὴν λέξιν δὲ ἀριθμὸν χρησιμοποιεῖ ἀντὶ τοῦ νοῦ.

Πυθαγόρας (ἀπεφώνητο τὴν ψυχὴν) ἀριθμὸν αὐτὸν κινουῖντα, τὸν δὲ ἀριθμὸν ἀντὶ τοῦ νοῦ παραλαμβάνει. (A c xLix [796] p. 318).

95.— Ὁ Πυθαγόρας, ὁ Ἐμπεδοκλῆς, ὁ Ξενοφάνης, ὁ Παρμενίδης, ὁ Ζήνων, ὁ Μέλισσος, ὁ Ἄναξαγόρας, ὁ Δημόκριτος, ὁ Μητρόδωρος, ὁ Πρωταγόρας, ὁ Πλάτων, λέγουσιν, ὅτι αἱ αἰσθήσεις εἶναι ψευδεῖς.

Πυθαγόρας, Ἐμπεδοκλῆς, Ξενοφάνης, Παρμενίδης, Ζήνων, Μέλισσος, Ἄναξαγόρας, Δημόκριτος, Μητρόδωρος, Πρωταγόρας, Πλάτων ψευδεῖς εἶναι τὰς αἰσθήσεις. (A c L. p. 475).

96.— Ὁ Πυθαγόρας καὶ ὁ Πλάτων λέγουσιν, ὅτι ἕκαστον τῶν αἰσθητῶν εἶναι καθαρὸν προερχόμενον ἐξ ἐκάστου στοιχείου.

Πυθαγόρας καὶ Πλάτων καθαρὸν ἕκαστον εἶναι τῶν αἰσθητῶν ἐξ ἐκάστου στοιχείου προερχόμενον. (A c L. 476).

97.— Ὁ Σωκράτης, ὁ Πλάτων ὑποστηρίζουσιν τὰ ἴδια μὲ τὸν Πυθαγόραν, λέγοντες, ὅτι σκοπὸς τοῦ ἀνθρώπου εἶναι ἡ ὁμοίωσις πρὸς τὸν θεόν.... τὸ ὁποῖον ὑπαινίσσεται ὁ Ὅμηρος, λέγων, βαῖνε ἐπὶ τὰ ἴχνη τοῦ θεοῦ· παρὰ τὸν Ὅμηρον δὲ ὁ Πυθαγόρας εἶπε· ἀκολουθεῖ τὸν θεόν· εἶναι δὲ φανερόν, νὰ κἀνης τοῦτο, ὅχι ὡς

όρατόν τόν θεόν και προηγούμενον (βαδίζοντα εμπρός), αλλά ως νοητόν και άρμονικόν τής κοσμικής εϋταξίας.

Σωκράτης, Πλάτων ταυτά τῷ Πυθαγόρῃ, τέλος ὁμοίωσιν θεῶ... ὅπερ αἰνίζασθαι μὲν Ὀμηρον εἰπόντα (Ὁδύσσεια ε 193)

κατ' ἴχνια βαῖνε θεοῖο·

Πυθαγόραν δὲ παρ' αὐτὸν εἶπεῖν. Ἐπου θεῶ· δῆλον ὡς οὐχ ὁρατῶ και προηγούμενῳ, νοητῶ δὲ και τῆς κοσμικῆς εϋταξίας ἁρμονικῶ. (B c vii p. 49).

98. — Νά μή ἐπιδεικνύσσαι μέ λόγια, δι' ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα σκέπτεσαι, ἀλλά μέ τὰ ἔργα, τὰ ὁποῖα κάνεις.

Ἐπιδείκνυσο μὴ ἐν τοῖς λόγοις ἀ φρονεῖς, ἀλλ' ἐν τοῖς ἔργοις ἀ ποιεῖς. (B c xv p. 191).

99. — Ἡ ἀπαιδευσία εἶναι ἡ μητέρα ὀλων τῶν παθῶν· ἡ παιδεία δὲ δέν συνάγεται ἐκ λόγων πολυμαθείας ἀλλά ἐκ τῆς ἀπαλλαγῆς τῶν ἐκ φύσεως παθῶν.

Ἀπαιδευσία πάντων τῶν παθῶν μήτηρ· τὸ δὲ πεπαιδευθῆσαι οὐκ ἐν πολυμαθείας λόγων ἀναλήψει, ἐν ἀπαλλάξει δὲ τῶν φύσει παθῶν θεωρεῖται. (B c xxix p. 218).

Πυθαγόρου γνῶμαι

100. — Ὁ Πυθαγόρας εἶπεν δι τι πρέπει νά ἐκλέξωμεν τὸν ἄριστον βίον, τὸν ὁποῖον θά κάμη εὐχάριστον ἡ συνήθεια. Ὁ πλοῦτος εἶναι ἀσθενῆς ἄγκυρα (ἀσθενῆς καταφύγιον), ἡ δόξα ἀκόμη ἀσθενεστέρα· τὸ σῶμα ὁμοίως, αἱ ἀρχαί (τὰ ἀξιώματα), αἱ τιμαί, ὀλα αὐτὰ εἶναι ἀσθενῆ και ἀδύνατα· ποῖαι λοιπὸν ἄγκυραι εἶναι δυναταί; ἡ φρόνησις, ἡ μεγαλοψυχία, ἡ ἀνδρεία· αὐτὰ δέν τὰ διαταράσσει κανεῖς χεμῶν. Αὐτὸς εἶναι ὁ νόμος τοῦ θεοῦ, δι τι δηλ. ἡ ἀρετὴ εἶναι τὸ ἰσχυρὸν και βέβαιον, τὰ δὲ ἄλλα εἶναι ἀνοησία.

Καθημερινῶς ἡ σκέψις σου πρέπει νά στρέφεται διὰ τὰ ἀγαθὰ περισσότερον, παρά διὰ τὸ φαγητόν.

Νά εἶσαι ἄγρυπνος κατὰ τὸν νοῦν· διότι ὁ ὕπνος τοῦτου (τοῦ νοός) εἶναι συγγενῆς τοῦ ἀληθινοῦ θανάτου.

Ὅ, τι δέν πρέπει νά κάνης δέν πρέπει οὔτε νά τὸ σκέπτεσαι.

Εἶναι προτιμότερον νά ζῆ κανεῖς μέ στρώμα ἀπὸ ἄχυρα, και νά εἶναι ἡσυχος, παρά νά ζῆ μέ χρυσὸ κρεββάτι, ἀλλά ἀνήσυχος.

Νά προτιμᾶς νά εἶσαι δυνατὸς μάλλον κατὰ τὴν ψυχὴν παρά κατὰ τὸ σῶμα.

Πράττε μεγάλα χωρὶς νά ὑπόσχεσε μεγάλα.

Πυθαγόρας εἶφη, δι τι χρὴ βίον αἰρεῖσθαι τὸν ἄριστον, ἡδὺν γὰρ αὐτὸν ἡ συνήθεια ποιήσει. πλοῦτος ἀσθενῆς ἄγκυρα, δόξα ἐτι ἀσθενεστέρα· τὸ σῶμα ὁμοίως, αἱ ἀρχαί, αἱ τιμαί, πάντα ταῦτα ἀσθενῆ και ἀδύνατα. τίνες οὖν ἄγκυραι δυναταί; φρόνησις, μεγαλοψυχία, ἀνδρεία· ταύτας οὐδεὶς χεμῶν σαλεύει. οὗτος θεοῦ νόμος,

ἀρετὴν εἶναι τὸ ἰσχυρὸν καὶ βέβαιον, τὰ δ' ἄλλα λήρον.

Ἄνανεούσθω σοι ὁ περὶ τῶν ἀγαθῶν λόγος καθ' ἡμέραν μᾶλλον ἢ τὰ σιτία.

Ἄγρυπνος ἔσο κατὰ νοῦν· συγγενὴς γὰρ τοῦ ἀληθινοῦ θανάτου ὁ περὶ τοῦτον ὕπνος.

Ἄ μὴ δεῖ ποιεῖν, μηδὲ ὑπνοῦσθαι ποιεῖν.

Ζῆν κρεῖττόν ἐστιν ἐπὶ στιβάδος κατακειμένον καὶ θαρρεῖν ἢ ταράττεσθαι χρυσὴν ἔχοντα κλίνην.

Ἰσχύειν τῇ ψυχῇ αἰροῦ μᾶλλον ἢ τῷ σώματι.

Πράττε μεγάλα μὴ ὑπισχνούμενος μεγάλα. (Γ c I p. 14)

101. — Ἡ σωφροσύνη εἶναι δύναμις τῆς ψυχῆς· διότι αὐτὴ εἶναι τὸ φῶς τῆς ἀπαθοῦς ψυχῆς.

Ῥωμὴ ψυχῆς σωφροσύνη· αὕτη γὰρ ψυχῆς ἀπαθοῦς φῶς ἐστίν. (Γ c v p. 268).

102. — Ὁ Πυθαγόρας ἐρωτηθεὶς τί κάμνουν οἱ ἄνθρωποι ὁμοιον πρὸς τοὺς θεοὺς, εἶπεν, εἰάν λένε τὴν ἀλήθεια.

Πυθαγόρας ἐρωτηθεὶς τί ποιοῦσιν ἄνθρωποι θεοῖς ὅμοιον, ἔφη « εἰάν ἀληθεύωσιν». (Γ c xi p. 442).

103. — Νὰ μὴ λὲς μὲ πολλὰ λόγια ὀλίγα πράγματα, ἀλλὰ μὲ ὀλίγα λόγια νὰ λὲς πολλὰ.

Μὴ ἐν πολλοῖς ὀλίγα λέγε, ἀλλ' ἐν ὀλίγοις πολλὰ. (Γ c xxxv p. 689).

104. — Ὁ Πυθαγόρας εἶπεν ὅτι εἰς τὰς πόλεις εἰσέρχεται πρῶτον ἡ ἀπόλαυσις, ἔπειτα ἡ χορτασιά, κατόπιν ἡ ἀναίσχυντία καὶ κατόπιν ὁ ὄλεθρος.

Πυθαγόρας εἶπεν εἰσεῖναι εἰς τὰς πόλεις πρῶτον τρυφήν, ἔπειτα κόρον, εἶτα ὄβρινον, μετὰ δὲ ταῦτα ὄλεθρον. (Δ c I 80 p. 26).

105. Κάνε ὅ,τι κρίνεις καλὰ, ἔστω καὶ ἂν κάμνων αὐτὰ ἀποτύχης. Διότι φαῦλος κριτὴς παντὸς καλοῦ πράγματος εἶναι ὁ ὄχλος. Γι' αὐτὸ ἂν περιφρονῆς τοὺς ἐπαίνοους, περιφρόνει καὶ τίς κατηγορίες.

Ποίει ἃ κρίνεις εἶναι καλὰ, κἂν ποιῶν μέλλης ἄδοξεῖν. Φαῦλος γὰρ κριτὴς παντὸς καλοῦ πράγματος ὄχλος. διόπερ ὧν ἂν τῶν ἐπαίνων καταφρονῆς, καὶ τῶν ὀργῶν καταφρόνει. (Δ c V 42 p. 209).

Ἄθηναιος

106. Αὐτὸς ἐπιδεικνύει τὴν Πυθαγόρειον φιλοσοφίαν, ἡ ὁποία συνίσταται εἰς τὸ νὰ παρουσιάσῃ εἰς ἡμᾶς ὅλα σαφέστερον μετὰ σιωπῆς, παρὰ οἱ ἐπαγγελλόμενοι, ὅτι διδάσκουν τὰς τέχνας τῶν λόγων.

Οὗτος τὴν Πυθαγόρειον φιλοσοφίαν ἐπιδείκνυσιν (Βακχυλίδης Jr. 39 B), ἥτις

ἔστι, μετὰ σιωπῆς πάνθ' ἡμῖν ἐμφανίζων σαφέστερον ἢ οἱ τὰς τῶν λόγων τέχνας ἐπαγγελλόμενοι διδάσκειν. (I 20 d).

107. — Καί ὁ Πυθαγόρας δὲ ὁ Σάμιος δὲν ἔτρωγε πολὺ, ὅπως ἀναφέρει ὁ Ἰασεὺς Λύκων εἰς τὸ ἔργον τοῦ Περί τοῦ Πυθαγορείου βίου, ἔτρωγε δὲ καὶ ἔμψυχα, ὅπως εἶπε καὶ ὁ Ἀριστόξενος. (Ἰασος, πόλις τῆς Καρίας τῆς Μ. Ἀσίας, Ἰασεὺς δὲ ὁ κάτοικος αὐτῆς). Ὁ Ἀπολλόδωρος δὲ ὁ μαθηματικὸς λέγει ὅτι ἐθυσίασε ἑκατόμβην (100 βοῦς) διὰ τὸ εὖρημα, ὅτι τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσας τῆν ὀρθὴν γωνίαν πλευρᾶς ἴσούται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν δύο καθέτων πλευρῶν τοῦ τριγώνου:

ἔτε ὁ Πυθαγόρας εὖρε τὸ περίφημον θεώρημα,

ὁ περίφημος, διὰ τὸ ὅποιον ἔκαμε περίφημον βουθυσίαν.

Ἦτο δὲ καὶ ὀλιγοπότης ὁ Πυθαγόρας καὶ ἐξοῦσε ἀπλοῦστατα, ὥστε πολλὰς φορὰς ἤρκειτο μόνον εἰς τὸ νὰ τρώγῃ μέλι.

Καὶ Πυθαγόρας δ' ὁ Σάμιος μετρία τροφῆ ἐχρήτο, ὡς ἴστορεῖ Λύκων ὁ Ἰασεὺς ἐν τῷ περὶ Πυθαγορείου βίου. οὐκ ἀπέχετο δὲ ἐμψύχων, ὡς Ἀριστόξενος εἰρηκεν. Ἀπολλόδωρος δὲ ὁ ἀριθμητικὸς καὶ θῦσαι φησὶν αὐτὸν ἑκατόμβην ἐπὶ τῷ εὐρήκεναι ὅτι τριγώνου ὀρθογωνίου ἢ τῆν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσα ἴσον δύναται ταῖς περιεχούσαις.

ἠνίκα Πυθαγόρης τὸ περικλεῆς εὕρετο γράμμα,

κλεινὸς ἐφ' ᾧ κλεινὴν ἦγαγε βουθυσίην.

ἦν δὲ καὶ ὀλιγοπότης ὁ Πυθαγόρας καὶ εὐτελέστατα διεβίου, ὡς καὶ πολλάκις μέλιτι μόνῳ ἀρκεῖσθαι. (X 418 ef).

108. — Καὶ αἱ συμβολικαὶ δὲ ῥήσεις τοῦ Πυθαγόρου ἦσαν αἱ ἐξῆς, ὅπως λέγει ὁ Δημήτριος ὁ Βυζάντιος εἰς τὸ τέταρτον βιβλίον τοῦ Περί ποιημάτων: «νὰ μὴ τῶς καρδιά, δηλαδὴ νὰ μὴ προξενῆς λύπας εἰς τὸν ἑαυτὸν σου»...

Καὶ τὰ Πυθαγόρου δὲ αἰνίγματα τοιαῦτα ἔστιν, ὡς φησὶ Δημήτριος ὁ Βυζάντιος ἐν τετάρτῳ περὶ ποιημάτων «καρδίαν μὴ ἐσθίειν» ἀντὶ τοῦ ἀλυπίαν ἀσκεῖν. (X 452 de).

109. — Ὅποια μανία τῆς Θεανοῦς ἐσφίξε τὸν Σάμιον Πυθαγόραν τὸν εὐρόντα τὰ κομψὰ περὶ ἐλικῶν θεωρήματα τῆς Γεωμετρίας καὶ τὸν κύκλον ποῦ περιβάλλει ὁ αἰθῆρ ὅστις ἀποτυπώνει ὅλα σὲ μικρὴ σφαῖρα.

Ὅτῃ μὲν Σάμιον κατέδῃσε Θεανοῦς

Πυθαγόρην, ἐλικῶν κομψὰ γεωμετρίας

εὐρόμενον, καὶ κύκλον ὅσον περιβάλλεται αἰθῆρ

βαῖῃ ἐνὶ σφαίρῃ πάντ' ἀπομασσόμενον. (XIII 599 a 85).

110. — Καὶ εἰς ἐμὲ δὲ δι' αὐτὸν τὸν λόγον, φαίνεται, ὅτι πρέπει νὰ φιλοσοφοῦμεν περὶ μουσικῆς. Διότι καὶ ὁ Πυθαγόρας ὁ Σάμιος ὁ ἔχων τόσην δόξαν ἐπὶ φιλοσο-

φία, είναι φανερός από πολλά ότι δεν ήσυχολήθη με την μουσικήν παρέργως· ο όποιος συμπεραίνει ότι ή ουσία του κόσμου αποτελείται από μουσικήν. Γενικά δέ, φαίνεται, ότι ή παλαιά σοφία των Έλλήνων είναι αφιερωμένη εις την μουσικήν.

Κάμοι δέ διά τουτο φαίνεται φιλοσοφητέον είναι περι μουσικής. και γάρ Πυθαγόρας ό Σάμιος τηλικαυτην δόξαν έχων επί φιλοσοφία καταφανής εστιν εκ πολλών ου παρέργως αφάμενος μουσικής· ός γε και την του παντός ουσίαν δια μουσικής αποφαίνει συγκεκριμένη. τό δ' όλον εοικεν ή παλαιά των Έλλήνων σοφία ή μουσική μάλιστ' είναι δεδομένη. (XIV 632 b. G. Kaibel).

Διονύσιος Άλικαρνασεύς

111. Ό πυθαγόρας δέ εξησεν εις την Ιταλίαν μετά την πεντηκοστήν Όλυμπιάδα. (Η πρώτη Όλυμπιάς ήρχισε κατά τό 777/776 π.Χ. Η πεντηκοστή Όλυμπιάς (εάν ή Όλυμπιάς έγινετο ανά 4 έτη) ήτο κατά τό 577 π.Χ.).

Πυθαγόρας δέ μετά την πεντηκοστήν Όλυμπιάδα διέτριπεν εν Ιταλία. (B, L VIII 2, C. Jacoby).

Στράβωνος Γεωγραφικών

(Loeb III, Hor. Leon. Jones). Geography of strabo.

112. Ηδξήθη δέ ή δόξα του Κρότωνος και από τό πληθος των Πυθαγορείων και από τον Μίλωνα, ό όποιος ήτο επιφανέστατος των άθλητών και μαθητής του Πυθαγόρου, όστις έμεινε εις την πόλιν (Κρότωνα) πολύν χρόνον.

προσέλαβε δέ ή δόξη και τό των Πυθαγορείων πληθος και Μιλων, επιφανέστατος μέν των άθλητών γεγονώς, όμιλητής δέ Πυθαγόρου διατριψαντος εν ή πόλει πολύν χρόνον (VI C 236, 12).

113. —Διότι λέγεται, ότι κάποιος Γέτης όνόματι Ζάλμοξις, έχρημάτισε δούλος του Πυθαγόρου, και παρ' αυτού έμαθε μερικά των ουρανίων ζητημάτων. (Έται, λαός κατοικών παρά τας έκβολάς του Δουνάβειως).

Λέγεται γάρ τινα των Γετών, όνομα Ζάλμοξιν, δουλεύσαι Πυθαγόρα και τινα των ουρανίων παρ' εκείνου μαθεΐν. (VII C 297, 5).

Φιλόστρατος, Τά εις τον Τυανέα Άπολλώνιον.

Άπολλωνίου του Τυανέως επιστολαί.

(Loeb II p. 426, F. C. Conybeare). Philostr. The life of Apollonius of Tyana.)

κγ' Κριτώνι

114. Ό Πυθαγόρας έλεγε ότι τό θειότατον των πραγμάτων είναι ή Ιατρική. Έάν δέ ή Ιατρική είναι τό θειότατον, πρέπει να φροντιζωμεν και διά την ψυχήν μαζί με τό σώμα, καθ' όσον τό ζήον δεν είναι δυνατόν να όγιαίνει, όταν τό καλύτερον

μέρος αὐτοῦ (ἡ ψυχὴ) εἶναι ἄρρωστο.

Τὸ θεϊότατον Πυθαγόρας ἰατρικὴν ἔφρασκε. εἰ δὲ ἰατρικὴ τὸ θεϊότατον, καὶ ψυχῆς ἐπιμελητέον μετὰ σώματος, ἢ τὸ ζῶον οὐκ ἂν ὑγιαίνει τῷ κρείττονι νοσοῦν.

Ἴσοκράτης. Βούσιρις 28.

115. Ἀλλὰ πολλοὶ καὶ ἐκ τῶν σημερινῶν καὶ ἐκ τῶν προηγουμένων, μεταξύ τῶν ὁποίων εἶναι καὶ ὁ Πυθαγόρας ὁ Σάμιος· ὁ ὁποῖος μεταβάς εἰς τὴν Αἴγυπτον καὶ γενόμενος μαθητῆς τῶν Αἴγυπτίων καὶ τὴν ἄλλην φιλοσοφίαν πρῶτος εἰς τοὺς Ἕλληνας ἐκόμισε, καὶ τὰ σχετικὰ μὲ τὰς θυσίας καὶ τὰς λατρείας τὰς γινόμενας εἰς τὰ Ἱερὰ ἐσπούδασεν ἐπιφανέστερον τῶν ἄλλων, νομίζων, ὅτι καὶ ἂν μὲ αὐτὰ δὲν εἶχε τίποτε νὰ κερδίσῃ ἀπὸ τοὺς θεοὺς, τοῦλάχιστον ὅμως μεταξύ τῶν ἀνθρώπων θὰ εὐδοκίμοιτο. Ὅπως καὶ συνέβη· διότι τόσον πολὺ ὑπερέβαλε κατὰ τὴν φήμην τοὺς ἄλλους ἀνθρώπους, ὥστε ὅλοι οἱ νεώτεροι νὰ θέλουν νὰ εἶναι μαθηταὶ του καὶ οἱ πρεσβύτεροι νὰ εὐχαριστοῦνται βλέποντες τὰ παιδιὰ των νὰ εἶναι μαθηταὶ του μᾶλλον, παρὰ νὰ ἀσχολοῦνται μὲ τὰς συνήθεις ἀσχολίας. Καὶ δι' αὐτὰ δὲν πρέπει νὰ ἀμφιβάλωμεν· διότι καὶ τώρα θαυμάζουν πολὺ περισσότερον τοὺς προσποιουμένους διὰ τῆς σιωπῆς ὅτι εἶναι μαθηταὶ του, παρὰ τοὺς ἐχοντας ἐπὶ τῷ λέγειν (διὰ τῆς ρητορικῆς) μεγίστην δόξαν.

[Σημείωσις. Ὁ τίτλος τοῦ ἔργου τοῦ Ἴσοκράτους Βούσιρις, ἔχει ληφθῆ ἐκ τῆς Αἴγυπτιακῆς πόλεως Βουσίριδος. Ἡ Βούσιρις ἔκειτο παρὰ τὰς δὲχθας κλάδου τοῦ Νείλου, εἰς τὸ μέσον περίπου τῆς ἀποστάσεως Μέμφιδος - Μεσογείου Θαλάσσης].

Πλούταρχος. Συμποσιακῶν προβλημάτων 8. 2. Ἦθ. 720 Α.

116. Διότι ὑπάρχει εἰς τὰ γεωμετρικώτατα θεωρήματα, μᾶλλον δὲ εἰς τὰ προβλήματα, ἢ πρότασις καθ' ἣν δύο εἰδῶν (σχημάτων) δοθέντων νὰ παραβληθῆ ἄλλο τρίτον, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι πρὸς μὲν τὸ ἕν ἴσον, πρὸς δὲ τὸ ἄλλο ὁμοιον, διὰ τὸ ὁποῖον λέγεται ὅτι, ὅταν ὁ Πυθαγόρας τὸ εὗρηκε ἔκαμε θυσίαν. Διότι τοῦτο τὸ θεωρήμα εἶναι γλαφυρότερον καὶ μουσικώτερον ἐκείνου τοῦ θεωρήματος, ὅπου ἀπέδειξε, ὅτι τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσας ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν δύο ἄλλων πλευρῶν.

Ἔστι γὰρ ἐν τοῖς γεωμετρικωτάτοις θεωρήμασι, μᾶλλον δὲ προβλήμασι, τὸ δεῦν εἰδῶν δοθέντων ἄλλο τρίτον παραβάλλειν τῷ μὲν ἴσον τῷ δ' ὁμοιον· ἐφ' ᾧ καὶ φασιν ἐξευρεθέντι θῆσαι τὸν Πυθαγόραν. πολὺ γὰρ ἐμέλει γλαφυρότερον τοῦτο καὶ μουσικώτερον ἐκείνου τοῦ θεωρήματος, ὃ τὴν ὑποτείνουσαν ἀπέδειξε ταῖς περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσον δυναμένην.

[Σημείωσις. Τὸ περίφημον τοῦτο θεωρήμα, τὸ ὁποῖον ὁ Πλούταρχος ὀνομάζει γλαφυρότερον καὶ μουσικώτερον τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος, διεσώθη εἰς τὰ Στοιχεῖα τοῦ Εὐκλείδου, 6 βιβλίον τῶν Στοιχείων, πρότασις 25 (πρόβλημα· διότι ὁ Εὐκλείδης μετὰ τὴν ἀπόδειξιν λέγει «ὅπερ ἔδει ποιῆσαι», ἐνῶ εἰς τὸ τέλος τῶν θεωρημάτων λέγει, «ὅπερ ἔδει δεῖξαι». Ἰδὲ Εὐαγγέλου Σ. Σταμάτη,

Ευκλείδου Γεωμετρία, Θεωρία ἀριθμῶν 6. 25. Ἐκεῖ τὰ δύο δοθέντα εἶδη εἶναι τὸ τρίγωνον $ΑΒΓ$ καὶ τὸ εὐθύγραμμον $Δ$. Τὸ τρίτον εἶδος (σχῆμα) εἶναι τὸ τρίγωνον $ΚΗΘ$, τὸ ὁποῖον εἶναι ὁμοιον πρὸς τὸ τρίγωνον $ΑΒΓ$ καὶ ἴσον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον $Δ$. Ἐχει δὲ τοῦτο παραβληθῆ παρὰ τὴν προέκτασιν τῆς $ΒΓ$, τὴν $ΓΖ$. Διὰ πρώτην φοράν εἰς τὴν Ἱστορίαν τῶν Μαθηματικῶν πληροφοροῦμεθα παρὰ τοῦ Πλουτάρχου ὅτι τὸ πρόβλημα τοῦτο τὸ ἀπέδειξεν ὁ Πυθαγόρας].



Εἰκὼν τοῦ Πυθαγόρου ἐκ τοιχογραφίας τοῦ Ῥαφαήλ ἐν τῷ Βατικανῷ.
Εὐγενής προσφορά τοῦ Σαμίου κ. Γεωργίου Μανῆ.

Η ΑΝΑΚΑΛΥΨΙΣ ΤΗΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΥΠΟ ΤΟΥ ΠΥΘΑΓΟΡΟΥ

Κατὰ τοὺς τελευταίους χρόνους ὁ διακεκριμένος Γερμανὸς Ἑλληγιστὴς Kurt von Fritz ἐδημοσίευσε πραγματείαν ὑπὸ τὸν τίτλον «Ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας»¹ ἔνθα ὑποστηρίζει, ὅτι τὴν ἀσυμμετρίαν εἰς τὰ Μαθηματικά ἀνεκάλυψεν ὁ Πυθαγόρειος Ἴππασος². Πρὸς τοῦτο ἐπικαλεῖται τὰς ἐξῆς τέσσαρας πληροφορίες :

1. Ἀνώνυμον σχόλιον εἰς τὸν Φιλάωνα τοῦ Πλάτωνος, ἀναφερόμενον εἰς ἔργον περὶ μουσικῆς τοῦ μαθητοῦ τοῦ Ἀριστοτέλους Ἀριστοξένου, ὅπου δηλοῦται, ὅτι πρῶτος ὁ Ἴππασος ἐξετέλεξε πείραμα ἀκουστικῆς μετὰ μεταλλικοῦς δίσκους τῆς αὐτῆς διαμέτρου,

2. Πληροφορίαν τοῦ Βοηθίου (480—524 μ. Χ.), καθ' ἣν ὁ Ἴππασος ἠσχολήθη μετὰ τὴν θεωρίαν κατασκευῆς τῆς μουσικῆς κλίμακος,

3. Πληροφορίαν τοῦ Ἰαμβλίχου, καθ' ἣν ὁ Ἴππασος ἠσχολήθη μετὰ τὴν θεωρίαν τῶν ἀναλογιῶν. καὶ

4. Πληροφορίαν τοῦ Ἰαμβλίχου, καθ' ἣν ὁ Ἴππασος ἦτο ἐπίσης ὁ πρῶτος ὅστις ἐσχεδίασε καὶ κατασκεύασε τὸ εἰς σφαῖραν ἐγγραφόμενον κανονικὸν δωδεκάεδρον καὶ ὅτι ἐδημοσίευσεν τοῦτο παρὰ τὰς ἀπαγορευτικὰς διατάξεις τῆς Πυθαγορείου Σχολῆς³.

Ἐν συνεχείᾳ προσθέτει ὁ Kurt von Fritz, ὅτι ἐκ τῶν τεσσάρων τούτων πληροφοριῶν ἡ πρώτη καὶ ἡ τετάρτη ἔχουσιν ἰδιαίτερον σπουδαιότητά τινα μόνον ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν πρώτην.

Καὶ αἱ τέσσαρες ἀνωτέρω πληροφορίες εἶναι ἑλλιπεῖς. Διότι ἀληθὲς εἶναι ὅτι πρῶτος ὁ Πυθαγόρας ἐξετέλεσε πειράματα μετὰ τὰ ἀγγεῖα καὶ τὸ μονόχορδον, ὡς πληροφορεῖ ἡμᾶς ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος⁴, ὅστις γράφει :

«τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους πρῶτος ἀνευρηκέναι δοκεῖ Πυθαγόρας ταύτας δὲ τὰς συμφωνίας οἱ μὲν ἀπὸ βαρῶν ἠξίουον λαμβάνειν, οἱ δὲ ἀπὸ μεγεθῶν, οἱ δὲ ἀπὸ κινήσεων [καὶ ἀριθμῶν], οἱ δὲ ἀπὸ ἀγγείων [καὶ μεγεθῶν]. Αἰσος δὲ ὁ Ἐρμιονεύς, ὡς φασί, καὶ οἱ περὶ τὸν Μεταποντῖνον Ἴππασον Πυθαγορικὸν ἄνδρα συνέπεισθαι τῶν κινήσεων τὰ τάχῃ καὶ τὰς βραδυτήτας δι' ὧν αἱ συμφωνίαι, ἐν ἀριθμοῦ ἠγνούμενος (sc. Πυθαγόρας) λόγους τοιοῦτους ἐλάμβανεν ἐπ' ἀγγείων».

Ὁ Kurt von Fritz δὲν ἔλαβεν ὑπ' ὄψιν τὸ κείμενον τοῦ Θεώνος τοῦ Σμυρναίου, σελ. 56, 9—10 καὶ 59, 11—12, ὅπου ἀναφέρεται, ὅτι πρῶτος ἐξετέλεσε τὰ σχετικὰ πειράματα ὁ Πυθαγόρας καὶ ὄχι ὁ Ἴππασος. Ὅθεν ἡ πρώτη ἐκ τῶν τεσσάρων ἀνωτέρω πληροφοριῶν εἶναι ἑλλιπὴς καὶ κατὰ συνέπειαν ἐξάλειφονται καὶ αἱ ὑπ' ἀριθμ. 2 καὶ 3 πληροφορίες, τῶν ὁποίων ἡ ἰσχὺς ἐξαρτᾶται ὑπὸ τοῦ Kurt von Fritz ἐκ τῆς πρώτης πληροφορίας.

1. Die Entdeckung der Inkommensurabilität, in O. Becker, Zur Geschichte der griechischen Mathematik, Darmstadt 1965, S. 271—307.

2. Ἴππασος ὁ Κροτωνιάτης ἢ Μεταποντῖνος ἢ Συβαρτίτης. Ἰαμβλίχου Περὶ Πυθαγορικοῦ βίου, p. 47, 3 καὶ 144, 20, Deubner.

3. Διὰ τὰς 4 πληροφορίες ἴδε καὶ H. Diels, Fr. Vorsokr. I 18 [8].

4. Theon Smyrnaeus, Expos. rer. mathem., 56, 9—59, 12, E. Hiller.

Ἄλλὰ καὶ ἡ τετάρτη πληροφορία, ἐκ τῶν ἀνωτέρω, εἶναι ἑλλιπής, διότι ὁ Ἰάμβλιχος⁵ λέγει τὰ ἑξῆς :

Ἐπεὶ δ' Ἰππιάδων λέγουσι, ὡς ἦν μὲν τῶν Πυθαγορείων, διὰ δὲ τὸ ἐξευκλεῖν καὶ γρηγοροῦσαι πρῶτος σφαιρίαν τὴν ἐκ τῶν δώδεκα πενταγώνων ἀπόλοιτο κατὰ θύλακταν ὡς ἀσπήςσας, δόξαν δὲ λάβει ὡς (εὐρών), εἶναι δὲ πάντα ἐκείνου τοῦ ἀνδρός⁶ προσαγορεύουσι γὰρ οὕτω τὸν Πυθαγόραν καὶ οὐ καλοῦσιν ὀνόματι.

Ὁ Kurt von Fritz δὲν ἔλαβεν ὑπ' ὄψει τὴν ἀνωτέρω φράσιν «δόξαν δὲ λάβει ὡς (εὐρών)», εἶναι δὲ πάντα ἐκείνου τοῦ ἀνδρός⁶ προσαγορεύουσι γὰρ οὕτω τὸν Πυθαγόραν καὶ οὐ καλοῦσιν ὀνόματι.

Μαρτυρεῖται ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἀνεκάλυψε τὴν ἀσυμμετρίαν ἔχομεν τοῦ Πρόκλου⁶ ὁ ὁποῖος γράφει :

ἀεὶ δὲ τοῖτοις Πυθαγόρας, ὡς δὴ καὶ τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν ἀνεῦρεν».

Ὅτι εἰς ἓν ἐκ τῶν χειρογράφων ὑπάρχει ἡ φράσις «τῶν ἀνά λόγον» ἀντὶ τῶν «ἀλόγων», τὴν ὁποῖαν H. Diels ἔχει περιλάβει εἰς τοὺς Vorsokratiker I 14 [4] p. 98, τοῦτο δὲν μεταβάλλει τὴν πληροφορίαν τοῦ Πρόκλου, διότι εἶναι φανερόν, ὅτι ἡ φράσις «τῶν ἀνά λόγον», οὐδεμίαν ἔννοιαν ἔχει ἐνταῦθα καὶ εἶναι πταῖσμα τοῦ ἀντιγράφου. Ὁ αὐτὸς Πρόκλος ἀναφέρει, ὅτι ὁ Πυθαγόρας⁷, ἐκτὸς τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος ἀνεκάλυψε καὶ τὰς ἀκεραίας λύσεις τῆς διοφαντικῆς ἐξισώσεως $x^2 = x^2 + y^2$. Αἱ ἀνακαλύψεις αὐταὶ ὑποδηλοῦσι καὶ τὸ μέγεθος τῶν μαθηματικῶν ἀνακαλύψεων τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων κατὰ τὸν 6ον καὶ 5ον αἰῶνα π. Χ., ἀφοῦ ὁ βίος τοῦ Πυθαγόρου τοποθετεῖται ἀπὸ 580—480 π. Χ. κατὰ τὰς περισοτέρας μαρτυρίας.

Ὅτι ἄλλαι πληροφορίες ἀποδίδουσιν εἰς τὸν Θεαιτήτον⁸ τὴν ἀνακάλυψιν καὶ ἐγγραφήν εἰς σφαῖραν τοῦ ὀκταέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, καὶ τὴν σπουδὴν τῶν ἀσυμμέτρων γενικῶς, τὴν περιεχομένην εἰς τὸ 10 βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, τοῦτο δὲν ἐπιδραῖ ἐπὶ τῆς πληροφορίας τοῦ Πρόκλου, ὅτι πρῶτος εὐρών τὴν ἀσυμμετρίαν εἶναι ὁ Πυθαγόρας.

Ὁ Πλάτων ἀναφέρει εἰς τὸν Θεαιτήτον (147 D 2—148 B 2), ὅτι κατ' ἀνακοίνωσιν τοῦ Θεαιτήτου, πρὸς τὸν διαλεγόμενον Σωκράτην, ὁ Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος ἀπεδείκνυε τὴν ἀσυμμετρίαν τῶν παραστάσεων $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$... $\sqrt{17}$. Τοῦτο ὑποδηλοῖ, ὅτι πολὺ πρὸ τῆς συνομιλίας ἐκείνης, ἡ ὁποία τοποθετεῖται περὶ τὸ 420 π. Χ., εἶχε γίνει ἡ ἀπόδειξις τῆς ἀσυμμετρίας τῆς $\sqrt{2}$, ἡ ὁποία προέκυψεν ὡς πρόβλημα μετὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος καὶ κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ τετραγώνου καὶ ἔξι τοῦ πενταγώνου. Τὸ τετράγωνον προηγείται τοῦ πενταγώνου, κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἔρευναν.

Ἐκ τῆς σπουδῆς κατὰ τὴν κατασκευὴν τετραγώνων προέκυψεν ἡ θεωρία τῶν πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν, τὴν ὁποίαν ἀναφέρουσιν ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος, ὁ Ἰάμβλιχος καὶ ὁ Πρόκλος⁹. Διὰ τῶν πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν ἀπο-

5. Ἰάμβλ. Περί τῆς Κοινῆς Μαθημ. Ἐπιστήμης. De comm. mathem. scient. 216. Festa 77, 18—24.

6. Πρόκλος εἰς Εὐκλείδην 65, 15—21. Friedlein.

7. Πρόκλος εἰς Εὐκλείδην 426, 1—9 καὶ 428, 7—21. Friedlein.

8. Εὐκλείδης, Elem. V 654. 1. Heiberg. καὶ V, 2 p. 294, 1—9, Heiberg—Stamatis.

9. Θέων Σμυρναῖος, 42, 10—45, 8, Hiller. Ἰάμβλιχος, Εἰς Νικομ. Ἀριθ. Βίβ. 128—130, Pistelli 94, 24—93, 7. Πρόκλος, Εἰς Πολιτεῖαν Πλάτ. II σελ. 24 κ.έ. 393 κ.έ. Kroll.

δεικνύεται και γεωμετρικῶς¹⁰ ἡ ἀσυμμετρία τῆς $\sqrt{2}$. Δὲν εἶναι γνωστὸν πῶς ὁ Πυθαγόρας ἀνακάλυψε τὴν ἀσυμμετρίαν. Ἀριθμητικῆ ἀπόδειξις τῆς ἀσυμμετρίας τῆς $\sqrt{2}$ μνημονεύεται παρὰ τοῦ Ἀριστοτέλους¹¹ καὶ τοῦ Εὐκλείδου¹².

Ἐνδιαφέρουσαν πραγματείαν περὶ τοῦ τρόπου τῆς ἀνακάλυψεως τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων ἐδημοσίευσεν ὁ H. J. Wasckies¹³, ὁ ὁποῖος ἰσχυρίζεται, ὅτι ἡ ἀνακάλυψις τῶν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν ἀνήκει εἰς τὰ πρῶτα ἐπιτευγμάτα τῶν Ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν.

Ἄ Kurt von Fritz στηρίζει τὴν γνώμην του, ὅτι ἡ ἀσυμμετρία ἀπεδείχθη πολὺ βραδύτερον τῆς ἐποχῆς τοῦ Πυθαγόρου καὶ εἰς ἐπιστολὴν πρὸς αὐτὸν τοῦ O. Neugebauer, ὅστις λέγει, ὅτι ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας θὰ ἔγινε τὸ ἑνωρίτερον περὶ τὰς ἀρχὰς τοῦ 4ου αἰ. π. X., διότι τὰ Ἑλληνικὰ Μαθηματικά κατὰ τὸν 5ον αἰῶνα ἦσαν μηδαμινὰ καὶ εὐτελῆ. Δηλαδή, ἡ ἐπινόησις τῆς ἀποδείξεως εἰς τὰ Μαθηματικά, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἓν ἐκ τῶν ὑψίστων ἐπιτευγμάτων τοῦ ἀνθρώπινου πνεύματος, ἡ γενομένη κατὰ τὸν 6ον αἰῶνα π. X., ὅτε μνημονεύονται ἀποδείξεις μαθηματικῶν προτάσεων γενόμεναι ὑπὸ τοῦ Θαλοῦ¹⁴, εἶναι κατὰ τὸν O. Neugebauer μῆδαμινὴ καὶ εὐτελής. Ὁ Ἐμμανουὴλ Κάντιος¹⁵ ἔχει ἀντίθετον γνώμην. Εἶναι ἄξιον παρατηρήσεως ἐν προκειμένῳ τὸ γραφόμενον ὑπὸ τοῦ O. Neugebauer, ὅτι καὶ οἱ Βαβυλώνιοι εἶχον εἰς τὰ Μαθηματικά των ἐν εἶδος ἀποδείξεως¹⁶. Λησμονεῖ ὁ συγγραφεὺς, ὅτι ἡ γνώμη του αὕτη ἀντιβιβίνει πρὸς τὸν νόμον τῆς Λογικῆς, τῆς τοῦ τρίτου ἀποκλείσεως (Principium exclusi tertii). Οἱ Βαβυλώνιοι ἦ εἶχον ἀπόδειξιν εἰς τὰ Μαθηματικά των ἢ δὲν εἶχον. Ἐνδιάμεσος κατάστασις δὲν ὑπάρχει.

Ἄλλὰ καὶ ὁ τετραγωνισμὸς τῶν μῆνίσκων τοῦ Ἰπποκράτους τοῦ Χίου, ἡ τετραγωνίζουσα καμπύλη τοῦ Ἰππίου τοῦ Ἡλείου, τὸ θεώρημα, ὅτι οἱ κύκλοι εἶναι πρὸς ἀλλήλους ὡς τὰ τετράγωνα τῶν διαμέτρων (El. 12, 2), τὸ Θυμαρίδειον Ἐπάνθημα, καὶ ἄλλαι μαθηματικαὶ ἀνακαλύψεις τῶν Ἑλλήνων, γενόμεναι κατὰ τὸν 5ον αἰ. π. X. δὲν εἶναι ἀνακαλύψεις εὐτελεῖς καὶ μηδαμιναί. Παρομοίως ἀντιλήψεις περὶ τῶν Ἑλληνικῶν Μαθηματικῶν ἔχει δημοσιεύσει ὁ O. Neugebauer¹⁷ καὶ ἀλλάχοῦ.

10. Otto Toeplitz, Die Entwicklung der Infinitesimalrechnung I, S. 2—5, Berlin 1949, Springer, Paul-Henri Michel, De Pythagore à Euclid, Paris 1950, p. 438—444. Εὐ. Σ. Σταμάτη, Εὐκλείδου Γεωμετρία - Θεωρία ἀριθμῶν, Στοιχείων τόμ. II σ. 8—14, Λοῦβαι 1953.

11. Ἀριστ. Ἀναλυτικὰ Πρότερα 41α 26. Bekker.

12. Εὐκλ. Στοιχείων 10, Παράρτημα 27.

13. Eine neue Hypothese zur Entdeckung der Inkommensurablen Grössen durch die Griechen, Archiv for History of Exact Sciences, vol. 7, Nr. 5, 1971, p. 325—353, Berlin, Springer.

14. Πρόλογος εἰς Εὐκλείδην, 157, 40. 250, 20. 299, 1. 352, 14. Friedlein.

15. Imm. Kant, Kritik der reinen Vernunft, Vorrede, von R. Schmidt, Leipzig 1944.

16. O. Neugebauer, Vorgriechische Mathematik I, Berlin 1934, S. 35. 168. 203. Springer.

17. O. Neugebauer, Zur geometrischen Algebra [Studien zur Geschichte der antiken Algebra III] in: Quellen und Studien zur Geschichte d. Mathematik, Astronomie, Physik, B 3, Berlin 1936, S. 258 f. Und Ev. S. Stamatidis, Über Euklid den Mathematiker, Das Altertum B 9. 1963. Heft 2. Berlin.

DIE ENTDECKUNG DER INKOMMENSURABILITÄT
DURCH PYTHAGORAS
ZUSAMMENFASSUNG

Der hervorragende Kenner der altgriechischen Literatur Kuyt vor.Fritz behauptet in einem Beitrag (Fussnote 1), dass die Entdeckung der Inkommensurabilität durch den Pythagoreer Hippasos gemacht wurde. Er stützt seine Meinung auf folgende vier Aussagen: 1) Anonymes Scholion in Plat. Phaedon, nachdem Hippasos als erster ein Experiment mit metallscheiben durchgeführt haben soll. 2) Boethius schreibt ihm eine Theorie der Tonleiter zu. 3) Iamblichos sagt, Hippasos habe sich mit der Theorie der Proportionen und Mittel beschäftigt, und. 4) Nach Iamblichos war Hippasos auch der erste, der den aus 12 regelmässigen Fünfecken bestehenden Kugelförmigen Körper zeichnete oder Konstruierte. Von dieser vier Aussagen sind die erste und die vierte besonders wichtig, während die zweite und dritte von einer gewissen Bedeutung in Verbindung mit der ersten sind, schreibt der Verfasser. Alle vier Aussagen sind mangelhaft, weil: der erste, der akustische Experimente mit metallscheiben gemacht hat, war Pythagoras und nicht Hippasos (F. note 4). Folglich verschwinden auch die Aussagen 2 und 3 deren Gültigkeit von der 1. Aussage abhängt. Die vierte Aussage ist auch mangelhaft, weil - wie Iamblichos schreibt - Hippasos auch als erster - der die konstruktion des regelmässigen dodekahedrons entdeckt hat - erscheinen wollte, während jedoch alles damit zusammenhängende jenem Mann zu verdanken ist, denn so redete man den Pythagoras an (F. note 5).

Zeugnis, dass Pythagoras der Entdecker der Inkommensurabilität ist, gibt Proklos (Fn. 6). Dass es in einem Manuskript der Satz $\alpha\nu\alpha \lambda\acute{o}\gamma\omega\nu$ statt $\acute{\alpha}\lambda\acute{o}\gamma\omega\nu$ gibt, stört die Aussage des Proklos nicht, weil der Satz $\alpha\nu\alpha \lambda\acute{o}\gamma\omega\nu$ hier keinen Sinn hat, und somit klar ist, dass es sich um einen Fehler des Abschreibers handelt. Die Untersuchung des Fünfecks setzt die Untersuchung des Quadrates voraus. Den geometrischen Beweis der Inkomm. von $\sqrt{2}$ entnimmt man durch die seiten- und Diagonalzahlen (F. n. 9 und 10).

Der Verfasser stützt seine Meinung, dass die Inkomm. zeitlich nach dem Leben des Pythagoras entdekt wurde, auch auf einen Brief O. Neugebauer's der schreibt, dass die griechische Mathematik im 5. Jahrhundert trivial war. Die Entdeckung des Beweises in der Mathematik im 6. Jahrhundert, die eine der höchsten Errungenschaften des menschlichen Geistes ist, ist nach O. Neugebauer trivial. Imm. Kant ist der gegenteiligen Meinung (F. n. 15). Thales von Milet hat im 6. Jahrhundert einpaar geometrische Sätze bewiesen (F. n. 14). Bemerkenswert ist das von O. Neugebauer früher geschriebene, dass die Babylonier in ihrer Mathematik eine Art von Beweise kannten. (F. n. 16). Diese Meinung stösst gegen das Gesetz der Logik, Principium exclusi tertii. Die Babylonier entweder kannten einen Beweis oder nicht. Einen intermediären Zustand gibt es nicht. Ähnliche Auffassungen hat O. Neugebauer auch früher veröffentlicht (F. note 17).

Der Satz Kreise verhalten sich wie die Quadrate über den Durchmesser (Elem. 12, 2), die Quatratur der Mödchen des Hippokrates von Chios, die Quadratrix des Hippias von Elis, das Epanthem von Thymaridas, und viele andere im 5. Jahrhundert bewiesene Sätze sind nach O. Neugebauer trivial!

ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑΙ

(Τριψήφιοι ἀριθμοὶ μόνοι των δηλοῦν χρονολογίαν ἀκριβῆς περίπου).

Ἄετιος	Α' αἰ.μ.Χ.
Ἀθηναῖος	200 μ.Χ.
Ἀλκμαίων	500 π.Χ.
Ἄμασις	570 π.Χ.
Ἀναξαγόρας	500-428 π.Χ.
Ἀναξίμανδρος	610-546 π.Χ.
Ἀνατόλιος	270 μ.Χ.
Ἀπολλώνιος Τρανεὺς	Α' αἰ.μ.Χ.
Ἀρίσταρχος Σάμιος	280 π.Χ.
Ἀριστόξενος	310 π.Χ.
Ἀριστοτέλης	384-322 π.Χ.
Ἀρχιμήδης	287-212 π.Χ.
Ἀρχύτας	380 π.Χ.
Βακχυλίδης	5 αἰ. π.Χ.
Δημόκριτος	470-370 π.Χ.
Δικαίαρχος	310 π.Χ.
Διογένης Λαέρτιος	240 μ.Χ.
Διονύσιος Ἀλικαρνασεύς	50 π.Χ.-30 μ.Χ.
Ἐκαταῖος	500 π.Χ.
Ἐκφαντος	500 π.Χ.
Ἐμπεδοκλῆς	493-433 π.Χ.
Ἐπαμεινώνδας, ἀπέθανε	362 π.Χ.
Ἐρατοσθένης	275-194 π.Χ.
Ἐρμοδάμας	7-6 αἰ.π.Χ.
Εὐδήμος (ὁ Ῥόδιος)	4-3 αἰ.π.Χ.
Εὐρυτος	420 π.Χ.
Ζήνων (ὁ Ἐλεάτης)	5 αἰ.π.Χ.
Ἡρακλείδης ὁ Ποντικός	390-310 π.Χ.
Ἡράκλειτος	500 π.Χ.
Ἡρόδοτος	480 π.Χ.
Ἡρων	Α' αἰ.μ.Χ.
Ἡσίοδος	900 ἢ 1000 π.Χ.
Θαλῆς	640-550 π.Χ.
Θέων Σμυρναῖος	130 μ.Χ.
Θυμαρίδας ἐκ Πάρου	490 π.Χ.
Ἰάμβλιχος	περίπου 250-325 μ.Χ.
Ἰκέτας	500 π.Χ.
Ἰππασος	490 π.Χ.
Ἰππίας ὁ Ἡλείος	5 αἰ. π.Χ.
Ἰσοκράτης	436-338 π.Χ.

Καμβύσης	540 π.Χ.
Λεύκιππος	460 π.Χ.
Λύσις	470 π.Χ.
Μέλισσος	5-4 αι. π.Χ.
Μητρόδωρος	400 π.Χ.
Νικόμαχος	100 μ.Χ.
Ξενοφάνης	470 π.Χ.
Όμηρος	900 ή 1000 π.Χ.
Παρμενίδης	450 π.Χ.
Πλάτων	427-347 π.Χ.
Πλούταρχος	περίπου 46-125 μ.Χ.
Πλωτίνος	205-269 μ.Χ.
Πολυκράτης	550 π.Χ.
Πορφύριος	232-305 μ.Χ.
Πρόκλος	410-485 μ.Χ.
Πρῶρος	500 π.Χ.
Πρωταγόρας	5 αι. π.Χ.
Πυθαγόρας	περίπου 610-490 π.Χ.
Στησίχορος	550 π.Χ.
Στοβαίος	5 αι. μ.Χ.
Στράβων	64 π.Χ.-20 μ.Χ.
Στράτων	290 π.Χ.
Σωκράτης	469-399 π.Χ.
Φαβωρίνος	80-150 μ.Χ.
Φερεκύδης	600 π.Χ.
Φιλόλαος	460 π.Χ.
Φιλόστρατος	2-3 αι. μ.Χ.

(Πηγαί: Pauly - Wissowa R.E., *Fragmente Vorsokratiker* I, II H. Diels, *The Oxford Classical Dictionary*).

ΕΠΙΜΕΤΡΟΝ

1. Τό ὑπό τινων νεωτέρων λεγόμενον, ὅτι οἱ Σημίται Βαβυλώνιοι ἐγνώριζον τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα κατὰ τὸ 1800 π.Χ. προξενεῖ τὴν θυμηδίαν. Διότι αἱ κατὰ τὸν παρελθόντα αἰῶνα εὑρεθεῖσαι εἰς Μεσοποταμίαν πινακίδες, αἱ περιέχουσαι μαθηματικὰς προτάσεις, εἰς τὰς ὁποίας πιθανῶς νά γίνεται μνεῖα τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος, προέρχονται κατὰ τὸ πλεῖστον ἐξ ἀρχαιοκαπηλείας καὶ συνεπῶς δὲν εἶναι δυνατόν νά γίνῃ χρονολόγησις τῆς γραφῆς αὐτῶν. (K. Vogel, Vorgriechische Mathem. II p. 13, Fussnote). Ἐξέτασιν τοῦ μαθηματικοῦ περιεχομένου τῶν πινακίδων αὐτῶν, φαίνεται, ὅτι τοῦτο προέρχεται ἐξ Ἑλληνικῶν γνώσεων, αἱ ὁποῖαι ἐφθασαν εἰς τὴν Μεσοποταμίαν κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν Σελευκιδῶν, μετὰ τὸν θάνατον δηλ. τοῦ Μεγάλου Ἀλεξάνδρου, 323 π.Χ. Ὁ πάπυρος τοῦ Rhid (Βρετανικὸν Μουσεῖον) καὶ ὁ πάπυρος τῆς Μόσχας, γραφέντες περὶ τὸ 1600 π.Χ. δὲν ἀναφέρουν τίποτε περὶ τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος. Τούναντιον αἱ γεωμετρικαὶ τῶν γνώσεις εἶναι τελείως ἀσήμαντοι.

2. Ὅτι ἡ Γεωμετρία ἐδρέθη πρῶτον εἰς τὴν Αἴγυπτον εἶναι πλάνη. Διότι οἱ Αἰγύπτιοι ὠμολόγησαν εἰς τὸν Σόλωνα, περὶ τὸ 580 π.Χ., ὅτι ἔλαβον τὸν πολιτισμὸν τῶν παρὰ τῶν Ἀθηναίων, πρὸ τοῦ κατακλυσμοῦ τοῦ Δευκαλίωνος, ὁ ὁποῖος χρονικῶς τοποθετεῖται ἐπτά ἢ δέκα χιλιάδας ἔτη π.Χ. (Πλάτων, Τίμαιος 23-25d). Ὁ Θαλῆς μετέβη εἰς τὴν Αἴγυπτον ὡς περιηγητῆς καὶ ὄχι διὰ σπουδᾶς. Ἀποδείξεις τούτου εἶναι, ὅτι ἐδίδαξεν εἰς τοὺς Αἰγυπτίους τὴν θεωρίαν τῶν ὁμοίων τριγῶνων, ὑπολογίσας τὸ ὕψος τῆς πυραμίδος ἐκ τῆς σκιᾶς αὐτῆς καὶ τῆς σκιᾶς τῆς ῥάβδου του. (Πλούταρχος, Ἠθικά 147 Α).

Ἐρευναι Σοβιετικῆς Ἀποστολῆς (1978) ἀπέδειξαν ὅτι πράγματι ἡ Ἀτλαντίς, κειμένη δυτικῶς τοῦ πορθμοῦ τοῦ Γιβραλτάρ, ἐβυθίσθη κατὰ τὸν κατακλυσμόν τοῦ Δευκαλίωνος καὶ ἐπομένως τὰ λεγόμενα περὶ αὐτῆς εἰς τὸν Τίμαιον δὲν εἶναι μῦθος τοῦ Πλάτωνος.

3. Ὁ μῦθος τῶν Βαβυλωνιακῶν Μαθηματικῶν ἐδημιουργήθη ὑπὸ τοῦ ἐξ Αὐστρίας προερχομένου κ. Ο. Neugebauer, ὁ ὁποῖος λέγει, ὅτι «ἐξ ὑποθέσεων καὶ ἐκ τῆς ἀναγνώσεως ἑνὸς ἐξ ἐλευθέρως ἀποδόσεως Βαβυλωνιακοῦ κειμένου, οἱ Βαβυλώνιοι ἐγνώριζον ὄχι μόνον τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα, ἀλλὰ εἶχον εἰς τὰ Μαθηματικά τῶν καὶ ἑν εἶδος ἀποδείξεως!» (Ο. Neugebauer, Vorgriechische Mathematik I, Berlin 1934, S. 35, 168, 203).

Ἐδῶ φαίνεται καθαρὰ τὸ μῖσος τοῦ κ. Neugebauer κατὰ τοῦ ἀρχαίου Ἑλληνικοῦ πνεύματος, διότι ἡ εἶχον ἀπόδειξιν εἰς τὰ Μαθηματικά τῶν οἱ Βαβυ-

1. Aus Vermutungen und freier Wiedergabe hat man geschlossen, dass die Babylonier nicht nur den Pythagoreischen Lehrsatz kannten, sondern sogar eine Art von Beweis in ihrer Mathematik hatten.

λώνιοι ἢ δὲν εἶχον. Μέσος δρος δὲν ὑπάρχει. Εἶδος ἀποδείξεως δὲν ὑπάρχει. Ἡ καρδιά τοῦ ἀνθρώπου ἢ πάλαι ἢ δὲν πάλαι. Κατὰ τὸν νόμον τῆς τοῦ τρίτου ἀποκλείσεως, τῆς Λογικῆς τοῦ Ἀριστοτέλους. Τὰ ἀνωτέρω γράφονται ὑπὸ τοῦ κ. Neugebauer, διότι, ἢ ἐπινόησις τῆς ἀποδείξεως εἰς τὰ Μαθηματικά, ἢ ὁποία ἀποτελεῖ ὕψιστον δημιούργημα τοῦ ἀνθρωπίνου πνεύματος, οφείλεται εἰς τὸν Θαλῆν τὸν Μιλήσιον καὶ ὄχι εἰς τοὺς Σημίτας Βαβυλωνίους. Ὁ Immanuel Kant εἰς τὸ βιβλίον του Κριτικὴ τοῦ Καθαροῦ Λόγου (Kritik der reinen Vernunft, Vorwort) γράφει ὅτι, εἶτε Θαλῆς ὠνομάζετο ὁ ἐπινοήσας τὴν ἀπόδειξιν εἰς τὰς Μαθηματικὰς προτάσεις, εἶτε ἄλλως πως, οὗτος ἔσχε μίαν ἀναλαμπήν. Πάντως ὁ ἐπινοήσας τὴν ἀπόδειξιν εἰς τὰ Μαθηματικά δὲν ἦτο Βαβυλώνιος, ἀλλὰ ἦτο Ἑλλη.

Καὶ συνεχίζει εἰς ἄλλο βιβλίον του ὁ κ. Neugebauer, ὁ ὁποῖος ἄνευ ἐντροπῆς εἰρωνεύεται τὰ Μαθηματικὰ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, λέγων: «Χωρὶς τὰς βαθυτάτας μαθηματικὰς γνώσεις τῶν Ἑλλήνων θὰ εἶχαμε κερδίσει 2000 ἔτη εἰς τὰ Μαθηματικά». Τόσον τὰ ὠπισθοδρόμησε τὸ Ἑλληνικὸν πνεῦμα! (O. Neugebauer, Zur geometrischen Algebra [Studien zur Geschichte der antiken Algebra III] in Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik B 3, Berlin 1936, 258 f.). Δὲν γράφει ποῖος ἠμπόδισε τοὺς Βαβυλωνίους νὰ προχωρήσουν τὰ Μαθηματικά των καὶ διατί;

Πιθανὸν ὁ κ. Neugebauer νὰ παρεσύρθη ἀπὸ τὸν ἐξ Αὐστρίας ἐπίσης προερχόμενον, μακαρίτην ἱστορικὸν τῆς Φυσικῆς Ἑρνέστον Μάχ (Ernst Mach), ὁ ὁποῖος γράφει, ὅτι τὸ ἀρχαίων Ἑλληνικὸν Πνεῦμα μᾶς ἐμποδίζει εἰς τὴν πρόδον τῶν Ἐπιστημῶν καὶ ὅτι πρέπει νὰ παύσωμεν νὰ ἀσχολούμεθα μὲ αὐτό. (Ernst Mach, Populäre Vorlesungen, 3. Aufl. J. A. Barth, Leipzig 1903, Aufsatz Nr. XVII). Ἀπάντησιν εἰς τὴν γνώμην αὐτὴν τοῦ μακαρίτου Μάχ παρέχει ὁ Erwin Schrödinger (Αὐστριακὸς, βραβεῖον Νόβελ Φυσικῆς 1933) εἰς τὸ βιβλίον του «Ἡ φύσις καὶ οἱ Ἕλληνες» (Die Natur und die Griechen, Paul Zsolnay Verlag, Wien 1955, Seite 38-40. Τὸ ἀρχικὸν τούτου βιβλίον ἐδημοσιεύθη ἐν Ἀγγλίᾳ κατὰ τὸ 1954 ὑπὸ τὸν τίτλον Nature and the Greeks, by Cambridge University Press).

Παρομοίαν κακοήθειαν παρατηροῦμεν καὶ εἰς τὸν κ. Evert M. Bruins (Ἄμστερντάμ), ὁ ὁποῖος ἄνευ ἐντροπῆς γράφει, ὅτι ὁ Εὐκλείδης δὲν ἦτο καθαρὸς μαθηματικὸς, ἀλλὰ ἓνας ἀξέστος πειραματικὸς Φυσικὸς. (Evert M. Bruins, La géométrie Non-Euclidienne dans l' Antiquité, in Publications de l' Université de Paris D 121 (1968), p 32-34).

2. Ohne die tiefsten mathematischen Leistungen der Griechen wären 2000 Jahre zu gewinnen gewesen.

Ὁ τάφος τοῦ Κεραμικοῦ

Εἰς τὸν Κεραμικόν, τὸ Ἐπίσημον Νεκροταφεῖον τῶν ἀρχαίων Ἀθηναίων, ὑπάρχει τάφος ἐνὸς Πυθαγόρου. Τὰ γνωρίσματα τοῦ τάφου εἶναι ὄλα Πυθαγορική ἐμπνεύσεως (σχῆμα τετράγωνον κλπ), ὡς διεπιστώσαμεν ἐκ προσωπικῆς ἐπισκέψεως. Δὲν πρόκειται ὁμοίως περὶ τοῦ Πυθαγόρου τοῦ Σαμίου. Εἰς τὸ μέσον τοῦ τάφου ὑψοῦται κατακορύφως μαρμαρινὴ πλάξ, (στηριζομένη εἰς τετράγωνον πλάκα) εἰκονίζουσα τὴν ψυχὴν, εἰς τὸ κάτω μέρος τῆς ὁποίας ἔχει χαραχθῆ ἐπίγραμμα ἀφιερωμένον εἰς τὸν Πυθαγόραν τῆς Σηλυμβρίας. Ὁ Πυθαγόρας αὐτὸς ἦτο πρεσβευτὴς ἐν Ἀθήναις τῆς πόλεως Σηλυμβρία (κειμένης ὀλίγα χιλιόμετρα δυτικῶς τοῦ Βυζαντίου), ὡς ἐπληροφορήθημεν παρὰ τοῦ ἐν Ἀθήναις Γερμανικοῦ Ἀρχαιολογικοῦ Ἰνστιτούτου. Κατὰ τὸν ἀρχαῖον Ἀθηναϊκὸν Νόμον οἱ ἐν Ἀθήναις θνήσκοντες πρεσβευταὶ τῶν ξένων Κρατῶν ἐθάπτοντο εἰς τὸ Ἐπίσημον Νεκροταφεῖον τοῦ Κεραμικοῦ.



SUMMARY

The context of the book is subdivided into three sections.

A. General expositions about Pythagoras.

B. Testimonia (total 116)

C. Epimetron. (Epilogue).

In the first part (A) special reference is made in the mathematical discoveries attributed to Pythagoras. These are;

1. The Pythagorean theorem., (test. 12, 13, 107, 116).
2. The discovery of the incommensurability (test. 11, 14).
3. The making of the five regular polyhedrons (test.11).
- 4.The making of the musical scale (test. 22, 23, 54).
5. Interminate equation of the second degree (test.15).
6. The problem of VI 25 of Euclides' Elements, which is: To construct one of the same figure similar to a given rectilinear figure and equal to another given rectilinear figure. (test.116).

The thought that in 1800 B.C., a few centuries after the establishment of Babylon, the Babylonians knew the Pythagorean theorem is absurd.

Concerning incommensurability, a short essay of mine is given (published for the first time in the annual «PLATON» vol. 29 (1977)).

There is a reference about the five regular polyhedra in the beginning of the scolia in the 13th book of Euclides' Elements. It is here that it is said that Pythagoras made the cube, the pyramid and the dodecahedron, while the octahedron and icosahedron are attributed to Theaetetus.

The information of Herodotus and other historians that Geometry was introduced from Egypt to Greece is faulse because the Egyptians themselves confessed to Solon (ca. 580 B.C) - that Egypt instead introduced its civilization from Athens before the flood of Deucalion, which ocured between 10th or 7th millennium B.C.

In the Epimetron it is prooved the faulstity of the malicious argument of the Austrian Otto Neugebauer, who shamelessly writes that the ancient Greeks prohibited the development of mathematical sciences for two thousand years and that the Babylonians had already a certain proof in their mathematics.

The same malignity we find expressed by Mr. Evert M. Bruins (Amsterdam), who shamelessly pretendes, that Euclid was not a pure mathematician, but only a trude experimental physicist. (E.M. Bruins, La géometrie Non - Euclidienne dans l' Antiquité, in Publications de l' Université de Paris D 121 (1968), p. 32, 34.

Finaly, it is referred that the grave of a Pythagorean in Cerameicus, the official Cemetary of Athens, does not belong to Pythagoras of Samos, but to an ambassador in Athens from Sylymbria, located a few miles west of Byzantium, named Pythagoras.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Γκίκας, Κων/νος* Εύ. Άλγεβρα , Άθήναι 1971.
- Ζερβός, Παναγιώτης Σπ.* 1) Σχέσις τῶν Μαθηματικῶν μέ τὰς λοιπὰς ἐπιστήμας καί τήν Φιλοσοφίαν, Δελτίον Ἑλλην. Μαθηματικῆς Ἑταιρείας, Μάιος 1919, Άθήναι. 2) Φιλοσοφία καί Ἐπιστήμη. Ἀναδημοσίευσις εἰς τὸ βιβλίον Σπυρίδωνος Π. Ζερβοῦ: Εἰσαγωγή εἰς τὰ Νεώτερα Μαθηματικά. Άθήναι 1972.
- Χαρίκλεια Παν. Ζερβοῦ.* Εἰσαγωγή εἰς τήν μελέτην τῆς ἀρχαίας Ἑλληνικῆς ποιήσεως, Άθήναι 1974, ἔκδ. Α. Καραβία.
- Ζερβός, Σπυρίδων Παν.* Στοιχειώδης εἰσαγωγή σέ ἔννοιαι καί προβλήματα τῆς θεμελιώσεως τῆς Λογικῆς καί τῶν Μαθηματικῶν. Περιοδικόν Ἑλληνικός Λόγος, διπλοῦν τεῦχος 8-9, Άθήναι 1973.
- ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ. Mathematical Journal of the Seminar P. ZERVOS, Athens Greece, 2, 1979. Editors, S. P. ZERVOS, R. C. VOREADOU.
- Κορδῆς, Δημήτριος Ν.* Ὁ Πυθαγόρειος πίναξ ὠλοκληρωμένος. Άθήναι 1973.
- Κωβαῖος, Μιχαήλ Κ.* Ἱστορία τῆς ἀριθμήσεως. Ἐγκυκλ. Περιοδικόν Ἥλιος, 147, 148 (1946), 173, 174, 175 (1947), 423 (1952) Άθήναι.
- Λιβέρης, Διονύσιος Ι.* Θεωρητική Γεωμετρία, Άθήναι 1974.
- Μάγειρας, Παναγιώτης Ν.* Εἰσαγωγή εἰς τήν Ἀριθμοθεωρίαν. Μέρη Α, Β. Άθήναι 1981, 1979.
- Μανιάς, Θεοφάνης Ν.* Ἄγνωστα μεγαλοουργήματα τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Άθήναι 1972.
- Moutsopoulos, Evangelhèlos.* La musique dans l' oeuvre de Platon, Paris 1959 (P. U. F).
- Μούκανος, Δημήτριος Δ.* Ὁ τρόπος τοῦ εἶναι τῶν μαθηματικῶν ἀντικειμένων κατὰ τὸν Πλάτωνα καί τὸν Ἀριστοτέλη, Άθήναι 1979.
- Πάλλας, Ἀριστείδης.* Μεγάλη Ἄλγεβρα τόμοι 3, Μεγάλη Γεωμετρία, Άθήναι 1971.
- Παντελάκης, Ἐμμανουήλ.* Πυθαγόρου Χρυσᾶ Ἐπι, Άθήναι 1938.
- Πασσᾶς, Ἰωάννης Δ.* Ὀρφικά. Τελευταῖος τόμος Ἐγκυκλοπαιδείας Ἥλιος, Άθήναι 1981.
- Τζάθας, Βίκτωρ.* Περί τοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀκεραίων δυνάμεων τῶν δρων ἀρμονικῆς καί ἀριθμητικῆς προόδου. Κορωπί. Ἀττικῆς 1970.
- Bachmakoba, Isab. Gr.* ΔΝΟΦΑΗΤ ΑΡΝΦΜΕΤΝΚΑ, Mockba 1974.
- Brumbaugh R. S.* Plato's Mathematical - Imagination, Bloomington, 1954.
- Burkert, W. Weisheit und Wissenschaft: Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon. Nürnberg 1962.
- Fowler, D. H.* Ratio in Early Greek Mathematics. Mathematics Institute Reprint, University of Warwick.

- Freudenthal, H.* Y avait-il une crise des fondements des mathématiques dans l'antiquité?, in Bulletin de la Société de Belgique, vol. 18, 1966, p. 43-45
- Friberg, Jöran.* A historically motivated study of families of Pythagorean or Babylonian Triples and their generating semigroups of P - or B- orthogonal matrices. Göteborg, Sweden 1980
- Fritz, Kurt von* : The Discovery of Incommensurability by Hippasus of Metapontium, in Annals of Mathematics vol. 46, (1945) p. 242-264.
- Gericke, Helmuth.* Geschichte des Zahlbegriffs, Btbl. Inst, Mannheim 1970.
- Gorman, Reter.* Pythagoras: A Life, London 1979.
- Hasse, H. und Scholz, H.* Die Grundlagenkrisis der griechischen Mathematik, in Kant Studien vol. 33, 1928, p. 4-43.
- Heidel, W. A.* The Pythagoreans and Greek Mathematics, in American Journal of Philology, vol. 61, 1940, P. 1-33.
- Heller, S.* Die Entdeckung der stetigen Teilung durch die Pythagoreer, in Abh. der Deutschen Akademie der Wiss. zu Berlin, vol. 6, 1958, p. 5-28.
- Hofmann, J. E.* Ergänzende Bemerkungen zum geometrischen Irrationalitätsbeweis der alten Griechen, in Centaurus, vol. 5, 1956, p. 59-72.
- Jones, R. M.* Incommensurable Numbers and the Epinomis, in American Journal of Philology, vol. 53, 1932, p. 612- 62
- Junge, G.* Von Hippasus bis Philolaus: Das Irrationale und die geometrischen Grundbegriffe, in Classica et Mediaevalia, vol. 19, 1958, P. 41-72.
- Kayas, Georges J.* Aristote et les géométries non euclidiennes avant et après Euclide, in Revue des Questions Scientifiques, vol. 147, 1976, p. 175-194.
- Knorr, Wilbur Richard.* The Pre - Euclidean Theory of Incommensurable Magnitudes, Cambridge, Mass. 1973.
- Lejeune, Albert.* Euclid et Ptolémée: deux stades de l'optique géométrique grecque. Louvain 1948.
- Miguel Parra Leon.* Pitagoras, Fundador de la ciencias matematicas, Caracas, 1966.
- Mugler, Charles.* Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des Grecs, Gauthier - Villars, Paris 1958.
- Neuenschwander E.* Zur Überlieferung der Archytas Lösung des delischen Problems, in Centaurus vol. 78, 1973, p. 1-5.
- Sachs, Eva.* Die fünf platonischen Körper, Berlin 1917.
- Schrödinger, Erwin.* Nature and the Greeks, Cambridge Univ. Press 1954. Die Natur und die Griechen, Zsolnay, Wien 1955.
- Szabó, Arpád.* Die Muse der Pythagoreer: Zur Frühgeschichte der Geometrie, in Historia Mathematica, vol. 1, 1971, p. 291-316.
- Thomas, Ivor.* Greek Mathematikal Works, I, Thales to Euclid 1939, 1951, 1957, 1967, 1980. II, From Aristarchus to Pappus 1941, 1951, 1957. Loeb Clas. Library, Cambridge Mass. Harvard University Press, London W. Heinemann.

- Töplitz, O.* Mathematik und Antike. In Die Antike vol. 1, 1925, p. 75-103.
- Vogel, Kurt.* Der Anteil von Byzanz an Erhaltung und weiter Bildung der griechischen Mathematik. Miscelanea mediaevalia, Bd 1, Antike und Orien im Mittelalter, ed. W. de Gruyter, Berlin 1962.
- Vogt, H.* Die Geometrie des Pythagoras. In Bibliotheca Mathematica, vol 9, 1908-1909, p. 15-54.
- Waerden, B. L. van der.* Die Pythagoreer. Artemis, Zürich - München, 1979.
- Waschkies, H. J.* Eine neue Hypothese zur Entdeckung der Incommensurablen Grössen durch die Griechen.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελίς
Πρόλογος	5
Πυθαγόρας	7
Μαρτυρίαι. Πρόβλημα, Ἐπιγράμματα Ξενοφάνη, Ἡράκλειτος	19
Ἡρόδοτος	21
Πλάτων, Ἀριστοτέλης, Πρόκλος, Εὐκλείδης, Ἡρών	21
Ἀπολλώνιος Τυανεύς, Ἀέτιος, Νικόμαχος	24
Θέων Σμυρναῖος	25
Ἰάμβλιχος. Περὶ τῆς Νικομάχου Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς	27
Ἰάμβλιχος. Περὶ τῆς Κοινῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης	28
Ἰάμβλιχος. Τὰ θεολογούμενα τῆς Ἀριθμητικῆς	29
Ἰάμβλιχος. Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου	29
Ἰάμβλιχος. Χριστιανικαὶ ῥήσεις. Ἡ μουσικὴ, ἡ φιλία	31
Διογένης Λαέρτιος	34
Ἰωάννης Στοβαῖος	37
Ἀθηναῖος, Διονύσιος Ἀλικαρνασεύς, Στράβων, Φιλόστρατος	41
Ἰσοκράτης, Πλούταρχος	44
Ἡ ἀνακάλυψις τῆς ἀσυμμετρίας ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρου	46
Χρονολογίαι	50
Ἐπίμετρον	52
Summary	55
Βιβλιογραφία	56