ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ ΣΤΑΜΑΤΗ

Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΘΥΜΑΡΙΔΑΣ Ο ΠΑΡΙΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΘΥΜΑΡΙΔΕΙΟΝ ΕΠΑΝΘΗΜΑ

Ἀνάτυπον
ἐκ τῆς Ἐπετηρίδος τῆς Ἑταιρείας Κυκλαδικῶν Μελετῶν
ΤΟΜΟΣ Α' 1961

ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΚΥΚΛΑΔΙΚΩΝ ΜΕΛΕΤΩΝ
ΝΙΚΗ ΤΗΣ ΔΗΛΟΥ
1958

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΤΥΠΟΙΣ Γ. Δ. ΚΥΠΡΑΙΟΥ
1961

ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ ΣΤΑΜΑΤΗ

Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΘΥΜΑΡΙΔΑΣ Ο ΠΑΡΙΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΘΥΜΑΡΙΔΕΙΟΝ ΕΠΑΝΘΗΜΑ

Ἀ ν ά τ υ π ο ν
ἐκ τῆς Ἐπετηρίδος τῆς Ἑταιρείας Κυκλαδικῶν Μελετῶν
ΤΟΜΟΣ Α΄ 1961

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΤΥΠΟΙΣ Γ. Δ. ΚΥΠΡΑΙΟΥ
1961

Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΘΥΜΑΡΙΔΑΣ Ο ΠΑΡΙΟΣ ΚΑΙ ΤΟ ΘΥΜΑΡΙΔΕΙΟΝ ΕΠΑΝΘΗΜΑ

Μεταξὺ τῶν τελευταίων Νεοπλατωνικῶν φιλοσόφων τῆς ἀρχαιότητος καταλέγεται καὶ ὁ ἐκ τῆς Χαλκίδος τῆς Κοίλης Συρίας καταγόμενος Ἰάμβλιχος (ἀποθανὼν περὶ τῷ 330 μ. Χ.). Τούτου σῴζονται πραγματεῖαί τινες, ἐν αἷς ἡ Ἰαμβλίχου περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς καὶ ἡ Ἰαμβλίχου περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου. Εἰς τὸ τέλος τῆς περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου πραγματείας του, ὁ Ἰάμβλιχος παρέχει κατάλογον τῶν εἰς αὐτὸν γνωστῶν μαθητῶν τοῦ Πυθαγόρου καὶ τῶν μεταγενεστέρων πως Πυθαγορείων. Εἰς τοὺς ἐκ τῆς νήσου Πάρου καταγομένους Πυθαγορείους ὁ Ἰάμβλιχος περιλαμβάνει τοὺς ἑξῆς : *Αἰήτιος, Φαινεκλῆς, Δεξίθεος, Ἀλκίμαχος, Δείναρχος, Μέτων, Τίμαιος, Τιμησιάναξ, Εὔμοιρος, Θυμαρίδας*. Ἅπαντες οὗτοι οἱ Πάριοι, ὡς καὶ οἱ λοιποὶ παρὰ τοῦ Ἰαμβλίχου μνημονευόμενοι Πυθαγόρειοι, δύνανται νὰ θεωρηθῶσι κατὰ τὴν σύγχρονον ἔκφρασιν, πτυχιοῦχοι τοῦ ἐν Κρότωνι τῆς Κάτω Ἰταλίας Πυθαγορείου Πανεπιστημίου. Περὶ τοῦ βίου καὶ τῆς ἐπιστημονικῆς δράσεως (καὶ τῶν τίτλων, ὡς συνηθίζεται νὰ λέγεται) τῶν Παρίων Πυθαγορείων οὐδὲν εἶναι γνωστόν. Μόνον ὁ Ἰάμβλιχος μνημονεύει εἰς τὴν πραγματείαν αὐτοῦ Ἰαμβλίχου, περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς, τρόπον ἐπιλύσεως ἐξισώσεων ἀλγεβρικῶν, τὸν ὁποῖον ἀποδίδει εἰς τὸν Θυμαρίδαν καὶ ὀνομάζει θυμαρίδειον ἐπάνθημα. Ἐκ τῶν πληροφοριῶν τούτων τοῦ Ἰαμβλίχου συνάγεται τὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ Θυμαρίδας ὁ Πάριος ἦτο ἐκ τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς ἀρχαιότητος. Πρό τινων ἐτῶν ὁ Θυμαρίδας ἐθεωρεῖτο ὡς ἀκμάσας κατὰ τοὺς πρώτους αἰῶνας μ. Χ. Ἤδη ὅμως ὑπάρχει ὁμοφωνία μεταξὺ τῶν μελετητῶν τῆς Ἱστορίας τῶν μαθηματικῶν, ὅτι ὁ Θυμαρίδας εἶναι ἐκ τῶν ἀμέσων μαθητῶν τοῦ Πυθαγόρου, ἡ δὲ ἀκμή του τοποθετεῖται περὶ τὸ ἔτος 500 π. Χ. Τὰ ἀλγεβρικὰ προβλήματα, τὴν λύσιν τῶν ὁποίων ὁ Ἰάμβλιχος ἀποδίδει εἰς τὸν Πάριον μαθηματικὸν Θυμαρίδαν εἶναι τὰ ἑξῆς (εἰς σύγχρονον διατύπωσιν) :

I. Δίδεται τὸ ἄθροισμα ν ἀγνώστων

$$x + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{\nu-1} = \Sigma$$

καὶ τὰ μερικὰ ἀθροίσματα

$$\begin{aligned} x + x_1 &= \Sigma_1 \\ x + x_2 &= \Sigma_2 \\ x + x_3 &= \Sigma_3 \\ &\dots\dots \\ &\dots\dots \\ &\dots\dots \\ x + x_{\nu-1} &= \Sigma_{\nu-1} \end{aligned}$$

Κατὰ τὸν Θυμαρίδαν ἡ λύσις τοῦ συστήματος εἶναι

$$x = \frac{(\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3 + \dots + \Sigma_{\nu-1}) - \Sigma}{\nu - 2} \qquad (1)$$

(ὅπου ν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων).

Ὁ ἀνωτέρω τύπος (1) ὀνομάζεται *Ἔφοδος* (δηλ. μέθοδος) τοῦ Θυμαριδείου Ἐπανθήματος.

II. Ἔστω πρὸς λύσιν τὸ σύστημα ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως

$$x + y = \alpha\,(z + u) \qquad (1)$$

$$x + z = \beta\,(y + u) \qquad (2)$$

$$x + u = \gamma\,(y + z) \qquad (3),$$ (σύγχρονος διατύπωσις).

Προσθέτει κατὰ μέλη τὰς δοθείσας ἐξισώσεις, ὅτε εἶναι

$$3x + y + z + u = \alpha\,(z+u) + \beta\,(y+u) + \gamma\,(y+z) \qquad (4)$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (2) καὶ (3) εἶναι

$$2x + z + u = \beta\,(y+u) + \gamma\,(y + z)$$

καὶ ἐκ ταύτης $2x = \beta\,(y+u) + \gamma\,(y+z) - (z+u)$ (5)

Ἀφαιρεῖ τὴν (5) ἀπὸ τῆς (4) κατὰ μέλη καὶ ἔχει

$$x + y + z + u = (\alpha+1)\,(z+u) \tag{6}$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (3) κατὰ μέλη λαμβάνει

$$2x + y + u = \alpha\,(z+u) + \gamma\,(y+z),$$ ἐξ ἧς εἶναι

$$2x = \alpha\,(z+u) + \gamma\,(y+z) - (y+u) \tag{7}$$

Δι' ἀφαιρέσεως τῆς (7) ἀπὸ τῆς (4) εἶναι

$$x + y + z + u = (\beta+1)\,(y+u) \tag{8}$$

Διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (2) εἶναι

$$2x + y + z = \alpha\,(z+u) + \beta\,(y+u)$$ ἐξ ἧς

$$2x = \alpha\,(z+u) + \beta\,(y+u) - (y+z) \tag{9}$$

Δι' ἀφαιρέσεως κατὰ μέλη ταύτης ἀπὸ τῆς (4) λαμβάνεται

$$x + y + z + u = (\gamma+1)\,(y+z) \tag{10}$$

Διὰ νὰ ὑπάρχωσιν ἀκέραιαι τιμαὶ τῶν ἀγνώστων πρέπει τὸ ἄθροισμα $x + y + z + u$ νὰ περιέχῃ ὡς παράγοντας τοὺς συντελεστὰς $(\alpha+1)$, $(\beta+1)$, $(\gamma+1)$. Ἐὰν καλέσωμεν E τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν συντελεστῶν τούτων δυνάμεθα νὰ θέσωμεν

$$E = x + y + z + u$$

ὁπότε ἐκ τῶν ἐξισώσεων (6), (8), (10) λαμβάνομεν

$$E = (\alpha+1)\,(z+u)$$
$$E = (\beta+1)\,(y+u)$$
$$E = (\gamma+1)\,(y+z)$$

Λύοντες τὰς ἐξισώσεις ταύτας ὡς πρὸς $(z+u)$, $(y+u)$, $(y+z)$ λαμβάνομεν

$$z + u = \frac{E}{\alpha+1},\quad y + u = \frac{E}{\beta+1},\quad y + z = \frac{E}{\gamma+1}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰς εὑρεθείσας τιμὰς εἰς τὰς ἐξισώσεις (1), (2), (3) λαμβάνομεν

$$x + y = \frac{\alpha}{\alpha+1} \cdot E = \Sigma_1 \tag{11}$$

$$x + z = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot E = \Sigma_2 \qquad (12)$$

$$x + u = \frac{\gamma}{\gamma + 1} \cdot E = \Sigma_3 \qquad (13)$$

Ἔχομεν δὲ λάβει $x + y + z + u = E$ (14)

Τὸ σύστημα ὅμως τῶν ἐξισώσεων (11), (12), (13), (14) εἶναι τῆς μορφῆς τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθήματος. Ὅθεν ἐφαρμόζοντες τὸ θυμαρίδειον Ἐπάνθημα (τύπος 1) ἔχομεν

$$x = \frac{E\left(\frac{\alpha}{\alpha + 1} + \frac{\beta}{\beta + 1} + \frac{\gamma}{\gamma + 1}\right) - E}{4 - 2}$$

Ἐὰν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ ἀριθμητοῦ εἶναι περιττὸς ἀριθμὸς ὁ x δὲν εἶναι ἀκέραιος. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν πρέπει ἀντὶ τοῦ E νὰ λαμβάνεται 2E.

Εἰς τὸ ὑπὸ τοῦ Ἰαμβλίχου μνημονευόμενον συγκεκριμένον παράδειγμα τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθήματος ἔχει τεθῆ εἰς τὸ ἀνωτέρω πρόβλημα $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = 4$, $\quad x + y + z + u = 2 . 3 . 4 . 5 = 120$

III. Τὸ τρίτον πρόβλημα τὸ μνημονευόμενον ὑπό τοῦ Ἰαμβλίχου καὶ ἀποδιδόμενον εἰς τὸν Πάριον μαθηματικὸν Θυμαρίδαν εἶναι ὅμοιον πρὸς τὸ προηγούμενον μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι οἱ ἀριθμητικοὶ συντελεσταὶ εἶναι κλασματικοὶ ἀριθμοὶ καὶ ἔχει ὡς κάτωθι (εἰς σύγχρονον διατύπωσιν):

$$x + y = \frac{3}{2}(z + u) \qquad (1)$$

$$x + z = \frac{4}{3}(y + u) \qquad (2)$$

$$x + u = \frac{5}{4}(y + z) \qquad (3)$$

Ἡ μέθοδος ἐπιλύσεως εἶναι οἵα καὶ τοῦ προηγουμένου προβλήματος. Προσθέτομεν τὰς δοθείσας ἐξισώσεις κατὰ μέλη ὅτε εἶναι

$$3x + y + z + u = \frac{3}{2}(z + u) + \frac{4}{3}(y + u) + \frac{5}{4}(y + z) \qquad (4)$$

Προσθέτομεν τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (3) καὶ λύοντες ὡς πρὸς 2x λαμβάνομεν $$2x=\frac{4}{3}(y+u)+\frac{5}{4}(y+z)-(z+u) \qquad (5)$$

Ἀφαιροῦμεν τὴν (5) ἀπὸ τῆς (4) κατὰ μέλη καὶ ἔχομεν

$$x+y+z+u=\frac{3}{2}(z+u)+(z+u) \text{ ἢ } =\frac{5}{2}(z+u) \qquad (6)$$

Ἐργαζόμενοι καθ᾽ὅμοιον τρόπον, διὰ προσθέσεως τῶν (1) καὶ (3) καὶ κατόπιν τῶν (1) καὶ (2), λαμβάνομεν

$$x+y+z+u=\frac{7}{3}(y+u) \qquad (7)$$

$$x+y+z+u=\frac{9}{4}(v+z) \qquad (8)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (6), (7), (8) λαμβάνομεν

$$2(x+y+z+u)=5(z+u) \qquad (9)$$

$$3(x+y+z+u)=7(y+u) \qquad (10)$$

$$4(x+y+z+u)=9(y+z) \qquad (11)$$

Καλοῦμεν E τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν συντελεστῶν 5, 7, 9 = 315 καὶ θέτομεν τὸ ἄθροισμα $x+y+z+u=E$ (=315) ὁπότε ἐκ τῶν ἐξισώσεων (9), (10) καὶ (11) λαμβάνεται

$$2E=5(z+u), \qquad 3E=7(y+u), \qquad 4E=9(y+z)$$

Ἐκ τῆς λύσεως τῶν ἐξισώσεων τούτων ὡς πρὸς $(z+u)$, $(y+u)$, $(y+z)$ εἶναι

$$z+u=\frac{2E}{5}, \qquad y+u=\frac{3E}{7}, \qquad y+z=\frac{4E}{9}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὰς ἐξισώσεις (1), (2), (3) λαμβάνομεν

$$x+y=\frac{3}{2}\cdot\frac{2E}{5}=\frac{3E}{5} \qquad 2)$$

$$x+z=\frac{4}{3}\cdot\frac{3E}{7}=\frac{4E}{7} \qquad (13)$$

$$x + u = \frac{5}{4} \cdot \frac{4\,E}{9} = \frac{5\,E}{9} \tag{14}$$

Ἔχει δὲ ληφθῇ $x + y + z + u = E\ (= 315)$ (15)

Τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (12), (13), (14), (15) εἶναι τῆς μορφῆς τοῦ θυμαριδείου Ἐπανθήματος. Ὅθεν ἐφαρμόζοντες τοῦτο (τύπος 1) ἔχομεν

$$x = \frac{E\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{5}{9}\right) - E}{\nu - 2}$$

Ἐπειδὴ $E = 315$ καὶ $\nu = 4$ (ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀγνώστων) δι' ἀντικαταστάσεως θὰ ἔχωμεν

$$x = \frac{315\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \frac{5}{3}\right) - 315}{2} = \frac{229}{2}$$

Ἐπειδὴ ὁ ἀριθμητὴς εἶναι περιττὸς ἀριθμὸς λαμβάνομεν 2 E διὰ νὰ ἔχωμεν ἀκεραίας λύσεις, ὁπότε εἶναι

$$x = \frac{\frac{630\,.\,544}{315} - 630}{2} = \frac{1088 - 630}{2} = 229$$

Ἀντικαθιστῶττες εἰς τὰς ἐξισώσεις (12), (13), (14) τὴν τιμὴν τοῦ x καὶ (2 E) = 630 εὑρίσκομεν $y = 149$, $z = 131$, $u = 121$.

Τὰ ἀνωτέρω, μόνα σῳζόμενα προβλήματα τοῦ Θυμαρίδου, μαρτυροῦσιν ἐπαρκῶς, ὅτι οὗτος ἀνήκει εἰς τὴν χορείαν τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς ἀρχαιότητος.

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΣΤΑΜΑΤΗΣ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ἰαμβλίχου, Χαλκιδέως τῆς Κοίλης Συρίας, Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου, σ. 145, L. Deubner, ἔκδ. Teubner, Λειψία.
2. Ἰαμβλίχου, ... Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς σ. 62 κ. ἑ. H. Pistelli, Teubner.
3. H. Diels, Fragmente d. Vorsokratiker, τόμ. I, σ. 147, ἔκδ. 1951.
4. Thomas Heath, A history of Greek mathematics I p. 94.
5. Joseph E. Hofmann, Geschichte der Mathematik I (Goeschen).
6. Εὐαγγέλου Σταμάτη, Τὸ θυμαρίδειον Ἐπάνθημα, Περιοδικὸν Πλάτων, Τεῦχος Α' 1952, σ. 123-142.