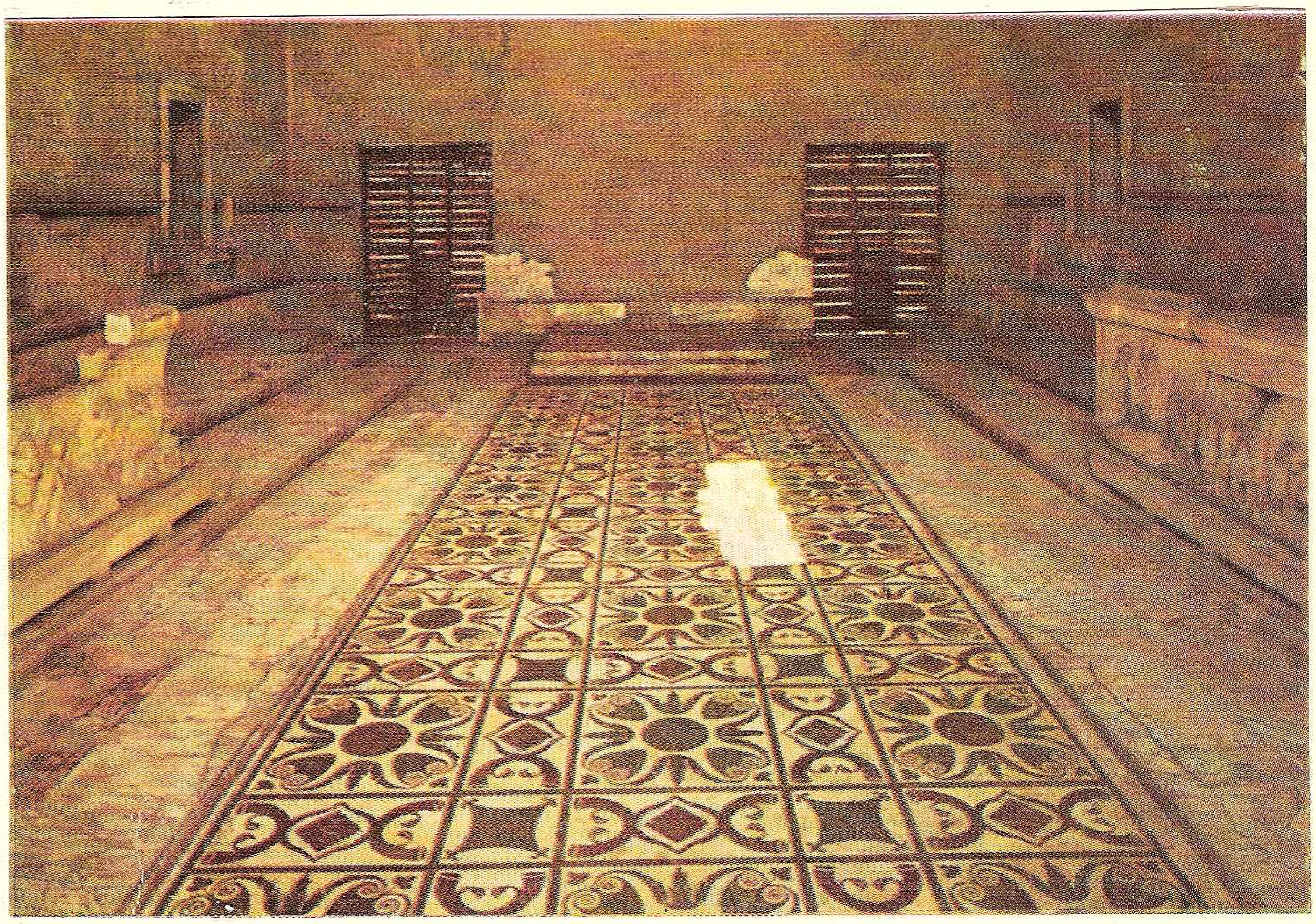


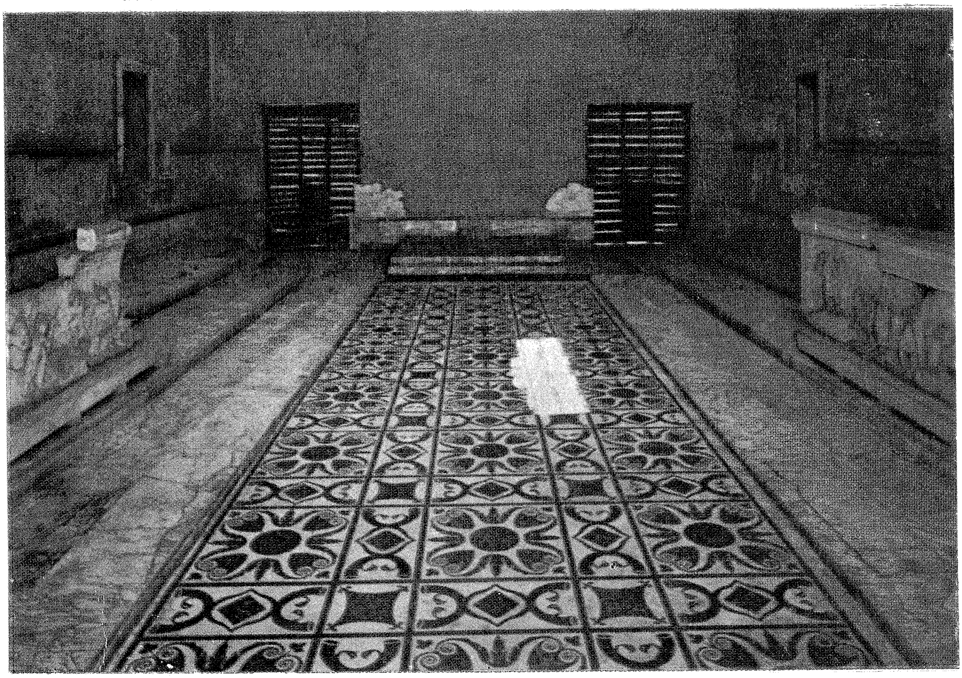
DAS ALTERTUM

Herausgegeben vom Zentralinstitut
für Alte Geschichte und Archäologie
der Akademie der Wissenschaften der DDR

BAND 19 · 1973 · HEFT 3

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Preis 5,– M · Sonderpreis DDR: 3,– M



DAS ALTERTUM

Herausgegeben vom Zentralinstitut
für Alte Geschichte und Archäologie
der Akademie der Wissenschaften der DDR

BAND 19 · 1973 · HEFT 3

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Preis 5,– M · Sonderpreis DDR: 3,– M

Inhalt

Umschlagbild: Inneres der römischen Senatorenkurie)283 u. Z. unter Diokletian erneuert). Links und rechts des Mosaikfußbodens die 3 Stufenreihen, auf denen sich die Sitze der Senatoren befanden, im Hintergrund das Podium des Vorsitzenden.

Verlag: Akademie-Verlag, 108 Berlin, Leipziger Straße 3—4; Fernruf: 220441; Telex-Nr.: 112020, Postscheckkonto: Berlin 35021. Die Zeitschrift erscheint vierteljährlich. Bezugspreis eines Heftes 5,— M; Sonderpreis für die DDR 3,— M. Veröffentlicht unter der Lizenznummer 1300 des Presseamtes beim Vorsitzenden des Ministerrates der Deutschen Demokratischen Republik. Bestellnummer dieses Heftes: 1036/19/3.
Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer", 582 Bad Langensalza.
Printed in the German Democratic Republic

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR
Zentralinstitut für Alte Geschichte und Archäologie

DAS ALTERTUM

BAND 19 · 1973 · HEFT 3

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

stehende Urgrund ist. Diesen Urgrund hat Platon in der „Politeia" die Idee des Guten genannt, im „Philebos" wieder das sich in Schönheit, Ebenmaß und Wahrheit offenbarende Gute geheißen (Phileb. 65 A 2), in seinen letzten Schriften dagegen hat er an Stelle jener abstrakten Substantiva gerne Ausdrücke gewählt, die die Personhaftigkeit dieses Urgrundes hervorheben. Nach Porphyrius war Platon freilich überzeugt, daß weder Ausdrücke wie das Gute, das Wahre, das Schöne oder das Eine noch auch irgendwelche anderen Bezeichnungen, die einer menschlichen Sprache entstammen, den Grund alles Seins einholen können[22].

[22] K. Gaiser, a. O. 532.

Diophantos der Mathematiker

Von Evangelos S. Stamatis

Nach der griechischen Tradition ist Thales von Milet (einer der sieben Weisen Griechenlands, der etwa im Jahre 600 v. u. Z. „blühte") durch seine Entdeckung, daß ein mathematischer Satz eines Beweises bedürftig ist, der Begründer der mathematischen Wissenschaft. Thales hat als erster die axiomatische Methode in die Mathematik eingeführt, d. h. er hat ein paar einfache Lehrsätze, die nicht bewiesen werden können, aber deren Wahrheit aus sich selbst ersichtlich ist, ersonnen. Euklid in seinen „Elementen" scheidet diese einfachen Lehrsätze in zwei Gruppen: in Postulate und in gewöhnliche Begriffe. Aristoteles nennt sie Axiome, und dieser Terminus hat sich in der mathematischen Wissenschaft eingebürgert.

Auf Grund der Axiome werden alle mathematischen Propositionen bewiesen. Nachdem man aber ein paar Lehrsätze bewiesen hat, kann man außer den Axiomen auch die bewiesenen Lehrsätze zum Beweis anderer Lehrsätze benutzen. Axiome sind z. B. folgende Sätze: 1. Wenn Gleichem Gleiches hinzugefügt wird, sind die Ganzen gleich. 2. Wenn von Gleichem Gleiches weggenommen wird, sind die Reste gleich.

Seit der Entdeckung durch Thales richteten die griechischen Mathematiker ihre volle Aufmerksamkeit auf die Erforschung der Geometrie. Die Arithmetik, d. h. die Zahlentheorie, wurde etwa fünfzig Jahre später (um 550 v. u. Z.) von Pythagoras und seinen Schülern und Anhängern, den sogenannten Pythagoreern, neben der Geometrie intensiv erforscht.

Die Hauptergebnisse der griechischen mathematischen Forschung in drei Jahrhunderten (etwa von 600—300 v. u. Z.) haben ihren Niederschlag in den „Elementen" Euklids gefunden. In diesem bewunderungswürdigen Werk sind die Hauptpropositionen der Geometrie und der Arithmetik systematisch zusammengestellt. Nur auf Grund der „Elemente" Euklids konnte man die weitere mathematische Forschung betreiben. Archimedes, Apollonios und die Epigonen dieser großen Mathematiker, wie auch viel später Descartes, Barrow, Newton, Leibniz und viele andere, konnten die mathematische Wissenschaft mit Hilfe der „Elemente" Euklids weiterentwickeln und fördern.

Über die mathematische Disziplin Algebra, die sich hauptsächlich mit der Auflösung von Gleichungen befaßt, finden wir bei Euklid kein einziges Wort. Die Griechen aber haben seit Pythagoras auch Algebra betrieben, entweder im geometrischen Gewand, d. h. mit geometrischen Beweisen und den dazugehörenden Figuren, oder im arithmetischen. Die zehn ersten Lehrsätze des 2. Buches der „Elemente" Euklids sind solche von reiner Algebra im heutigen gewöhnlichen algebraischen Sinn, und zwar Lehrsätze über Identitäten. Sie werden geometrisch, d. h. mit Hilfe von Figuren, bewiesen. Deshalb pflegt man diese und andere inhaltlich verwandte Lehrsätze die geometrische Algebra der Pythagoreer zu nennen.

Euklid hat uns in seinem 10. Buch der „Elemente" ein wunderbares Spezialgebiet der Algebra im geometrischen Gewand überliefert. Die Hauptzüge dieses Buches der „Elemente" schreibt man dem genialen, jung gestorbenen Athener Mathematiker Theaitetos zu. Beim 28. Lehrsatz finden wir zwei Zusätze algebraischen Inhalts von großer Bedeutung. Im ersten Zusatz handelt es sich um die Auffindung von ganzen Zahlen, die den pythagoreischen Lehrsatz bestätigen. Solche ganzen Zahlen sind z. B. die Zahlen 3, 4, 5 und 6, 8, 10. Im ersten Fall haben wir: drei ins Quadrat erhoben plus vier ins Quadrat erhoben ist gleich fünf im Quadrat ($3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 5 \cdot 5$, d. i. $9 + 16 = 25$). Im zweiten Fall haben wir: sechs ins Quadrat erhoben plus 8 ins Quadrat erhoben ist gleich zehn im Quadrat ($6 \cdot 6 + 8 \cdot 8 = 10 \cdot 10$, d. i. $36 + 64 = 100$). Die ganzen Zahlen 3 u. 4 bzw. 6 u. 8 entsprechen der Länge der senkrechten Seiten von zwei rechtwinkligen Dreiecken, und die Zahlen 5 bzw. 10 entsprechen der Länge der Hypotenusen dieser beiden Dreiecke.

Im zweiten Zusatz handelt es sich um die Auffindung von zwei ganzen Zahlen, deren Quadrate, wenn man sie addiert, keine Quadratzahl ergeben. Der griechische Philosoph und Schriftsteller Proklos (410—485 u. Z.) vermittelt uns die Nachricht, daß Pythagoras und Platon Gleichungen 2. Grades der sogenannten unbestimmten Analytik durch ganze Zahlen für die Unbekannten gelöst haben. Die diesbezügliche Stelle hat folgenden Wortlaut:

„Es werden aber gewisse Methoden zum Finden von solchen Dreiecken (die den pythagoreischen Lehrsatz mit ganzen Zahlen bestätigen) überliefert, von denen man die eine auf Platon, die andere auf Pythagoras zurückführt. Die pythagoreische geht von den ungeraden Zahlen aus. Sie nimmt nämlich die gegebene ungerade Zahl, die kleinere Kathete, bildet hiervon das Quadrat, subtrahiert davon 1 und nimmt die Hälfte des Restbetrages als die größere Kathete; addiert sie aber 1 dazu, so bildet sie die dritte Seite, die Hypotenuse. Sie nimmt z. B. die Zahl 3, erhebt sie zum Quadrat, subtrahiert 1 von 9 und nimmt die Hälfte davon, 4; und dazu addiert sie wieder 1 und erhält die Zahl 5, und so ist ein rechtwinkliges Dreieck gefunden mit den Seiten 3, 4, 5.

Die platonische Methode aber geht von den geraden Zahlen aus. Sie nimmt die gegebene gerade Zahl und bestimmt sie als eine von den beiden Katheten. Diese halbiert sie sodann und erhebt die Hälfte zum Quadrat; addiert sie nun 1 zum Quadrat, so erhält sie die Hypotenuse, subtrahiert sie davon 1, so erhält sie die andere der beiden Katheten. Sie nimmt z. B. die Zahl 4, erhebt die Hälfte davon, 2, zum Quadrat und erhält so 4. Subtrahiert sie 1, so erhält sie 3, addiert sie 1, so erhält sie 5 und hat so das gleiche Dreieck, das auch bei der anderen Methode erzielt wurde. Denn das Quadrat davon ist gleich dem Quadrat von 3 und dem Quadrat von 4 zusammen“[1].

Auch Thymaridas von der Insel Paros, ein Schüler des Pythagoras, hat schwierige algebraische Probleme gelöst, wie uns Iamblichos[2] berichtet. Er behandelte die Lösungen rein arithmetisch und benutzte keine algebraischen Zeichen und keine algebraische Sprache.

Erst viel später, im 3. Jahrhundert, hat sich die Auflösung von Gleichungen, d. h. die mathematische Disziplin Algebra, von der Geometrie und der Arithmetik losgelöst und sich als unabhängiger Zweig der Mathematik entwickelt. Diese Loslösung schreibt man dem genialen griechischen Mathematiker Diophantos aus Alexandrien zu. Diophantos war der erste Algebraiker im heutigen Sinn und hat sich große Verdienste um die Begründung der mathematischen Disziplin Algebra erworben. Er wirkte in seinem Heimatland und lebte 84 Jahre. Wir wissen nicht, wann er geboren ist. Aus verschiedenen Anzeichen setzt man seine Blüte etwa ins Jahr 250 u. Z. Die dürftigen Nachrichten über sein Leben erfahren wir aus folgender Inschrift, die man auf seinem Grabmal in Alexandrien fand:

„Dieses Grabmal bedeckt Diophantos. Ein Wunder zu schauen:
durch arithmetische Kunst lehrt uns sein Alter der Stein.
Knabe zu bleiben verlieh der Gott ihm ein Sechstel des Lebens;
nach einem Zwölftel sodann ließ er ihm sprießen den Bart,
ließ ihm nach weiterem Siebtel die Fackel der Hochzeit entzünden,
und fünf Jahre darauf schenkte er ihm einen Sohn.
Ach, der geliebte, unglückliche Sproß! Als halb er das Alter
hier seines Vaters erreicht, ward er, ein Kalter, verbrannt.
Nach vier Jahre den Schmerz durch Kunde der Zahlen beschwichtend,
langte am Ziele des Seins endlich er selber auch an.

Οὗτος τοι Διόφαντον ἔχες. τάφος ἆ μέγα θαῦμα·
καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγει.
ἕκτην κουρίζειν βιότου θεὸς ὤπασε μοίρην·
δωδεκάτην δ'ἐπιθεὶς μῆλα πόρεν χνοάειν·
τῇ δ'ἄρ' ἐφ' ἑβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἥψατο φέγγος,
ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτει.
αἰαῖ, τηλύγετον δειλὸν τέκος· ἥμισυ πατρός
τοῦδ' ἐκάη κρυερὸς μέτρον ἑλὼν βιότου·
πένθος δ' αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς
τῇδε πόσου σοφίῃ τέρμ' ἐπέρησε βίου.[3]

Die Verse schreibt man dem Epigrammschreiber Metrodoros zu, der im 4. Jahrhundert lebte. Aus obiger Inschrift entnimmt man, daß sich Diophantos im 33. Jahre seines Lebens verheiratete, im Alter von 38 Jahren einen Sohn bekam, der im Alter von 42 Jahren starb. 4 Jahre später starb Diophantos im Alter von 84 Jahren.

[1] Proklos, In Euclid. α', ed. Friedlein 1873, S. 428, 7. Übers. von P. L. Schönberger und komment. von M. Steck, Halle/S 1964, S. 464, 13.
[2] Iamblichos, In Nicomachi Arithm. Introd., ed. H. Pistelli, 1894, 62, 18 ff.
[3] Anthologia Graeca XIV 126, ed. H. Beckby, München 1958.

Das Hauptwerk des Diophantos trägt den Titel ,,Arithmetika" und ist in 13 Bücher geteilt, wie er selber am Ende seiner Einführung mitteilt. Von diesen 13 Büchern sind uns nur die ersten sechs erhalten. Es ist auffallend, daß Diophantos sein Hauptwerk in 13 Bücher geteilt hat, wie es Euklid für seine ,,Elemente" machte. 450 Jahre nach Euklid hat Klaudios Ptolemaios sein astronomisches Hauptwerk (,,Almagest") auch in 13 Bücher eingeteilt. Wir schließen aus dieser Einteilung, daß sowohl Ptolemaios wie auch Diophantos ihre Hauptwerke, Euklid nachahmend, als die Elemente der Astronomie bzw. der Algebra enthaltend betrachteten.

Nach einer genauen Untersuchung der Sprache und des Inhalts der ,,Arithmetika" sieht man, daß die erhaltenen sechs Bücher mit kleinen Änderungen und Kürzungen auf uns gekommen sind. Allem Anschein nach gehörten die ersten sechs Bücher der ,,Arithmetika" zum gewöhnlichen Lehrstoff der Algebra für Höhere Schulen bzw. Universitäten.

Es ist viel diskutiert worden, ob die sieben verlorenen Bücher der ,,Arithmetika" der Reihenfolge nach die letzten waren. Der deutsche Gelehrte G. H. F. Nesselmann[4] vertritt die Meinung, daß die verlorenen Bücher hinter dem ersten oder zweiten Buch standen. Er meint, daß es an dieser Stelle eine Lücke in der Kontinuität des Stoffes gibt. Es ist wahrscheinlich, daß man zwischen dem 1 und 3. Buch der ,,Arithmetika" ein paar Probleme setzen könnte, um die vermutete Kontinuität zu bewahren. Dies ist aber kein schlagendes Argument, daß Diophantos seine Algebra nicht weiterentwickelt habe. Es waren nach Nesselmann keine anderen schwierigeren Probleme der Algebra, die Diophantos nach dem 6. Buch behandelt haben könnte.

Wenn man bedenkt, daß im 10. Buch Euklids, also 500 Jahre vor Diophantos, sehr schwierige algebraische Probleme enthalten sind, so kommt man zu dem Schluß, daß auch in den verlorengegangenen Büchern des Diophantos Probleme enthalten waren, deren Inhalt wir nicht mehr imstande sind zu bestimmen.

Die Probleme des 6. Buches der ,,Arithmetika" besprechen die Konstruktion des rechtwinkligen Dreiecks durch rationale Zahlen, während 500 Jahre früher das 10. Buch der ,,Elemente" die Konstruktion desselben Dreiecks durch irrationale Größen behandelt. Diese Bemerkung erlaubt uns die Vermutung, daß Diophantos in den verlorenen Büchern der ,,Arithmetika" die Theorie der Konstruktion des rechtwinkligen Dreiecks im Anschluß an das 10. Buch Euklids weiterentwickelte, und zwar im algebraischen Sinn und nicht im geometrischen, wie es Euklid tat.

In den erhaltenen 6 Büchern der ,,Arithmetika" des Diophantos werden Gleichungen ersten und zweiten Grades gelöst. Die Lösung entsprechender Ungleichungen ist ihm bekannt. Es wird auch eine einfache Gleichung dritten Grades gelöst (5, 17). Meistens sind mehr gesuchte Unbekannte als gegebene Gleichungen, es gehören also diese Probleme der sogenannten unbestimmten Analytik an. Man nennt heute solche Gleichungen eines Problems mit mehr Unbekannten als gegebenen Gleichungen ,,diophantische Gleichungen", und man verlangt, daß

[4] G. H. F. Nesselmann, Die Algebra der Griechen, Berlin 1842, 265.

die Lösung durch ganze Zahlen geschieht, obwohl Diophantos das nirgends ausdrücklich verlangt.

Er kennt die negativen Zahlen und operiert mit ihnen. Doch bei der Lösung seiner Probleme vermeidet er immer die negativen Zahlen durch Anwendung sehr scharfsinniger Kunstgriffe. Er sucht immer positive Zahlen für die Lösungen seiner Probleme. Hochinteressant ist die in der Einführung der „Arithmetika" erhaltene Bemerkung, daß Minus mal Minus Plus und Minus mal Plus Minus ergibt.

Die „Arithmetika" hat Diophantos einem gewissen Dionysios gewidmet, den er als Ehrenvollsten bezeichnet. Die Einführung schließt er folgendermaßen: „Nun wollen wir aber den Weg zu den Problemen, deren wir eine große Fülle haben, beschreiten. Da es sich um viele und umfangreiche Probleme handelt, und da es deswegen lange dauert, bis sie von denjenigen, die sie studieren, im Gedächtnis behalten und beherrscht werden, so habe ich mich entschlossen, soweit wie möglich eine Teilung der Probleme vorzunehmen, mit den elementaren Problemen anzufangen und allmählich zu den schwierigen vorzuschreiten. So nämlich wird der Weg für den Anfänger leichter sein, und so wird der Stoff auch leichter im Gedächtnis bleiben. Wir behandeln den Stoff in 13 Büchern."

Um einen Eindruck vom Inhalt der „Arithmetika" zu vermitteln, geben wir den Wortlaut von sechs Problemen, ein Problem je Buch, wieder:

1, 30: Es sind zwei Zahlen zu finden, deren Differenz und Produkt gegebenen Zahlen gleich sind.
2, 8: Ein gegebenes Quadrat soll in eine Summe zweier Quadrate zerlegt werden.
3, 10: Es sind drei Zahlen von der Art zu finden, daß die Produkte je zweier von ihnen, vermehrt um eine gegebene Zahl, Quadrate ergeben.
4, 28: Es sind zwei Zahlen zu finden, deren Produkt, sowohl vermehrt als auch vermindert um die Summe der Zahlen, einen Kubus ergibt.
5, 24: Es sind drei Quadrate zu finden von der Art, daß die Produkte von je zweien von ihnen um 1 vermehrt, Quadrate ergeben.
6, 22: Es ist ein rechtwinkliges Dreieck zu finden, dessen Umfang ein Kubus ist, während die Summe des Umfanges und der Fläche ein Quadrat ist.

Diophantos ist der erste in der Geschichte der Algebra, der Symbole für algebraische Operationen oder Darstellungen eingeführt hat. Zur Bezeichnung einer Unbekannten benutzt er das Symbol ς (heute x). Wenn in demselben Problem zwei, drei oder noch mehr Unbekannte vorkommen, verwendet er dasselbe Symbol. Durch Anreihen der Operationen wird kein Mißverständnis hervorgerufen. Auch für andere algebraische Ausdrücke ist Diophantos originell und bahnbrechend. Um das Quadrat einer Zahl oder eines algebraischen Ausdrucks darzustellen, benutzt er den ersten Buchstaben des griechischen Wortes *Δύναμις* (= Potenz), versehen mit einem Ypsilon (y) als Exponent: Δ^{y}. Analog benutzt er, um den Kubus einer Zahl oder eines algebraischen Ausdrucks darzustellen, den ersten Buchstaben des griechischen Wortes für Kubus (*Κύβος*) auch mit einem Ypsilon als Exponent: K^{y}. Als Zeichen für das Wort Minus benutzt er das griechische Wort für den Großbuchstaben L, auf griechisch Λ, mit einer winkelhalbierenden Linie: ∕|∖.

Durch Kombination dieser Ausdrücke, d. h. der Symbole für Quadrat und Kubus, bildet er Ausdrücke für höhere Potenzen als drei, bis zur 6. Potenz. Es versteht sich, daß diese Methode für den Symbolismus von viel größeren Potenzen gereicht hätte. Diophantos benutzt aber in seinen Problemen nicht größere als die 6. Potenz.

Auch für die Bezeichnung von Brüchen algebraischer Relationen hat er besondere Symbole eingeführt, wie z. B.:

$$\mathrm{K}^{\mathrm{y}}\,\eta^{\mathrm{x}},\ \text{was}\ \frac{1}{8}\,\mathrm{x}^3\ \text{bedeutet.}$$

Man kann sich vorstellen, welche Schwierigkeiten Diophantos wegen des Mangels eines entsprechenden Symbolismus zu überwinden hatte, um die Operationen seiner Probleme auszudrücken. Um die Bedeutung der von Diophantos in die Algebra eingeführten Zeichen richtig zu würdigen, erwähnen wir, daß erst in der Renaissance, also mehr als 1250 Jahre nach Diophantos, die einfachsten Zeichen der Mathematik erfunden wurden. Die Zeichen z. B. für Plus (+) und Minus (—) erscheinen zum ersten Mal in einem Leitfaden der Arithmetik von I. W. Eger, herausgegeben im Jahre 1489. In der Abhandlung von Michael Stiefel[5] findet man den häufigen Gebrauch der Zeichen für Plus und Minus. Das Zeichen der Gleichheit (=) wurde erst vom Engländer Robert Recorde in seinem Leitfaden der Algebra im Jahre 1557 verwendet, der Gebrauch von Buchstaben statt Zahlen ist erst im 16. Jahrhundert in Westeuropa von François Viète (1540—1603) eingeführt. Es muß aber gleich hinzugefügt werden, daß die Buchstabenrechnung für allgemeine Zahlen etwa um 850 u. Z. vom byzantinischen Philosophen und Mathematiker Leo in Konstantinopel erfunden wurde, also etwa 750 Jahre früher als von Viète[6].

Es ist bekannt, daß Diophantos außer seinem Hauptwerk „Arithmetika", das die verschiedenen Kommentatoren *'Αριθμητική στοιχείωσις* (nach der Benennung der Elemente = *Στοιχεῖα* Euklids) nannten, noch drei Werke schrieb: 1. Über Vieleckzahlen (Polygonalzahlen), 2. *Πορίσματα* (= Ergebnisse), 3. *Μοριαστικά* (= Über Brüche). Von der Abhandlung „Vieleckzahlen", die algebraischen Inhalts ist, sind vier Lehrsätze erhalten. Die anderen zwei Abhandlungen sind verloren. Aus den „Arithmetika" (5, 3.4.5.16) erfahren wir, daß auch die „Porismata" algebraischen Inhalts waren. Die Abhandlung „Moriastika" wird in Scholien bei Jamblichos („In Nicomachi Arithm. Introd."[7]) erwähnt.

Wir können nicht behaupten, daß die Lösungsmethoden der „Arithmetika" ausschließlich auf Diophantos zurückgehen. Wir glauben, daß diese Methoden im Verlauf einiger Jahrhunderte von den Griechen entwickelt wurden. Allem Anschein nach hat Diophantos diese Methoden vervollkommnet und algebraisiert. Es gibt keine Anzeichen dafür, daß die Griechen vor Diophantos Symbole

---

[5] Arithmetica Integra auctore Mich. Stifelio cum Praefatione Phil. Melannchthon, Nürnberg 1544.

[6] Kurt Vogel, Buchstabenrechnung und indische Ziffern in Byzanz, Akt. d. XI. Intern. Byzant. Kongreß (1958), 1960, 660—664.

[7] H. Pistelli, a. O. S. 127, 11.

für algebraische Ausdrücke und gleichartige Methoden für die Auflösung algebraischer Probleme, wie sie bei Diophantos begegnen, kannten. Die Einführung eines Buchstabens für den Unbekannten einer Gleichung sowie anderer Zeichen für Potenzen und Brüche muß man dem Diophantos persönlich zuschreiben. Seine Originalität sowohl auf diesem Gebiet wie auch bei der Anwendung vieler scharfsinniger Kunstgriffe zur Lösung von schwierigen Aufgaben ist wohl unwiderlegbar.

Erst Diophantos hat durch sein Werk „Arithmetika“ der Algebra den Weg gewiesen. Mit Recht nennt man ihn den Vater der Algebra.

Daß die „Arithmetika“ des Diophantos ein bahnbrechendes Werk der Algebra waren, bezeugen die Kommentare aus vielen Jahrhunderten. Zuerst sind sie von der Mathematikerin und Philosophin Hypatia in Alexandrien kommentiert worden. Dieser Kommentar ist uns nicht erhalten. Wir erfahren von ihm aus dem byzantinischen Wörterbuch der Suda (s. v. Hypatia). Hypatia war die Tochter des Mathematikers Theon von Alexandrien und wurde von dem durch Religionsfanatiker aufgehetzten Pöbel Alexandriens im Jahre 415 gesteinigt, zerstückelt und verbrannt. Derselbe Pöbel hat auch die zweite Bibliothek der Stadt mit 90000 Bänden, das sogenannte Serapeion, verbrannt. Die erste Bibliothek mit 500000 Bänden fiel bei der Belagerung Alexandriens durch Julius Caesar im Jahre 47 v. u. Z. den Flammen zum Opfer.

Das Wort Algebra ist arabischen Ursprungs. Die Araber haben, als sie Ägypten besetzten und griechische Bücher in ihre Hände fielen, die „Arithmetika“ des Diophantos eifrig studiert. Mit Hilfe der indischen Symbole für die Zahlen, die man gewöhnlich arabische Ziffern nennt, weil sie durch die Araber nach Westeuropa gekommen sind, haben die Araber die Algebra neu geformt und sie später in Spanien eingeführt.

Von den griechischen Kommentatoren sind die Gelehrten, die in Konstantinopel gewirkt haben, zu nennen, wie beispielsweise Michael Psellos (11. Jahrhundert), Georg Pachymeres und Maximos Planudes (beide 13. Jahrhundert). Am Anfang des 15. Jahrhunderts sind im Bereich des Byzantinischen Reiches arithmetische Bücher im Umlauf, die bei vielen Problemen an verschiedene einfache Probleme der „Arithmetika“ des Diophantos anknüpfen. Das 16. Problem des 1. Buches der „Arithmetika“ beispielsweise finden wir anders formuliert als das 60. Problem einer Sammlung byzantinischer arithmetischer Probleme, die am Anfang des 15. Jahrhunderts in Umlauf war[8].

In Italien wurden die „Arithmetika“ des Diophantos mit arabischen Ziffern versehen von Leonardo von Pisa (Fibonazzi) etwa im Jahre 1200 eingeführt. Die um die Mitte des 13. Jahrhunderts in Italien herausgegebene „Algebra“ Fibonazzis enthält viele Probleme aus den „Arithmetika“ des Diophantos. Diophantos' Name wurde zum ersten Mal in Westeuropa im Jahre 1464 von dem deutschen Mathematiker Regiomontanus (Johannes Müller) in einem Brief an den Astronomen Bianchini, der im Dienste des Herzogs von Ferrara stand, erwähnt. Er schreibt, daß er in Venedig das mathematische Buch eines gewissen

[8] H. Hunger u. K. Vogel, Ein byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts, Wien 1963, 48.

Diophantos entdeckt habe, das noch nicht ins Lateinische übersetzt sei. In dieser Zeit waren in Italien Leitfäden der Algebra im Umlauf, welche viele Probleme der „Arithmetika“ des Diophantos enthielten, ohne ihn zu erwähnen.

Im Jahre 1556 machte der deutsche Mathematiker Joachim Camerarius in einem Brief darauf aufmerksam, daß in der Bibliothek des Vatikans die „Arithmetika“ des Diophantos vorhanden sind. Im Jahre 1572 gab der italienische Mathematiker Bombelli seine „Algebra“ heraus. In diesem Buch hat Bombelli von den 189 Problemen der sechs Bücher der „Arithmetika“ des Diophantos 143 übernommen, ohne die „Arithmetika“ zu zitieren[9].

In lateinischer Übersetzung wurden die „Arithmetika“ zum ersten Mal in Deutschland im Jahre 1575 von Wilhelm Holzmann veröffentlicht, der aus Liebe zu Griechenland seinen Namen in Wilhelm Xylander (Holz auf griechisch = *ξύλον* = xylon, ander = *ἀνήρ* = Mann) hellenisierte.

Der griechische Text der „Arithmetika“ mit den vier erhaltenen Lehrsätzen über Vieleckzahlen (d. h. über arithmetische Reihen und andere algebraische Operationen) wurde zum ersten Mal in Westeuropa in Paris im Jahre 1621 vom französischen Mathematiker Claude Gaspar Bachet nach einem Manuskript der Pariser Nationalbibliothek mit lateinischer Übersetzung herausgegeben. Bachet hat viel kommentiert. Auch Pierre Fermat hat die „Arithmetika“ eifrig studiert und kommentiert. Zum zweiten Mal wurde der Text mit der lateinischen Übersetzung von Samuel Fermat, dem Sohn von P. Fermat, in Toulouse im Jahre 1670 ediert. Die dritte Ausgabe, auch mit lateinischer Übersetzung, folgte in Leipzig (bei B. G. Teubner) vom französischen Mathematiker Paul Tannery in zwei Bänden: 1. Band 1893, 2. Band, der nur die Kommentare der Byzantiner und arithmetische Epigramme enthält, 1895. Diese Epigramme enthalten Probleme arithmetisch-algebraischer Natur, die vielen Problemen der „Arithmetika“ ähnlich sind. Ein solches Epigramm, dem Epigrammschreiber Metrodoros zugeschrieben, lautet:

„Schmied' einen Kranz mir, du Künser! Nimm Gold und Kupfer zur Mischung,
gieß auch Zinn noch hinzu und hartes Eisen! Denn sechzig
Mienen wiege der Kranz: Das Gold mit dem Kupfer zusammen
wiege zwei Viertel vom Ganzen; das Gold mit dem Zinne zusammen
wiege drei Viertel davon: das Gold mit dem Eisen hinwieder
wiege drei Fünftel vom Kranz. Nun sag mir genaustens, wieviel du
Gold benötigst dazu, wieviel von dem Kupfer, wieviel du
Zinn auch benötigst, und sag, wieviel Eisen brauchst du am Ende,
daß ein Kranz mir ersteht von sechzig Minen zusammen.“
(Antwort: Gold $30^1/_2$, Kupfer $9^1/_2$, Zinn $14^1/_2$, Eisen $5^1/_2$).

Τεῦξον μοι στέφανον χρυσὸν χαλκόν τε κεράσσας
κασσίτερόν θ' ἅμα τοῖσι πολύκμητόν τε σίδηρον,
μνῶν ἑξήκοντα· χρυσός δ' ἅμα κασσίτερός τε
τρισσὰ μέρη τετόρων· χρυσὸς δ' αὖτ' ἠδὲ σίδηρος
τόσσα μέρη τῶν πέντε. πόσον δ' ἄρα δεῖ σε κεράσσαι
λέξον τοῦ χρυσοῦ, χαλκοῦ πόσον, ἀλλ' ἔτι λέξον,
κασσιτέροιο πόσον, λοιποῦ πόσον εἰπὲ σιδήρου,
ὥστε σε τὸν στέφανον τεῦξαι μνῶν ἑξήκοντα.

(Anthologia Graeca XIV 49).

---

[9] P. ver Eecke, Diophante d'Alexandrie p. LXII—LXVII, Bruges 1926, 2. Aufl. von A. Blanchard, Paris 1959.

Einen köstlichen Kommentar finden wir am Ende des 2. Bandes der Edition der „Arithmetika" von Tannery. Es handelt sich um den Kommentar zum Problem 2, 8, welches wegen seiner Schwierigkeit den Grimm des anonymen Kommentators hervorrief: „Deine Seele, o Diophantos, sei mit der des Teufels, wegen der Schwierigkeit aller deiner Probleme, besonders aber wegen dieses Theorems."

Die vierte Edition wurde von mir im Jahre 1963 in Athen herausgebracht (Text, Übersetzung ins Neugriechische, Vieleckzahlen, Arithmetische Epigramme und umfangreicher Kommentar). In dieser Edition habe ich vier fehlende Probleme des 5. Buches der „Arithmetika" in der Sprache des Diophantos rekonstruiert.

Die Wirkung des Diophantos war für die Entwicklung der Algebra in Europa von entscheidender Bedeutung. Davon zeugen zunächst die aus den „Arithmetika" angeregten algebraischen Arbeiten der Araber, ferner wurden die französischen Mathematiker Bachet und P. Fermat bei der Kommentierung der „Arithmetika" und deren Lösungsmethoden sehr angeregt und fanden wichtige neue algebraische Lehrsätze. Euler hat in wunderbarer Weise die Lösungsmethoden des Diophantos weitergeführt, wie aus seiner „Vollständigen Anleitung zur Algebra"[10] hervorgeht.

[10] Revidierte Fassung von Jos. E. Hofmann, Stuttgart 1959. Von den neueren Herausgebern und Forschern der „Arithmetika" des Diophantos erwähnen wir: F. Th. Poselger (Leipzig), Otto Schulz (Berlin), G. H. F. Nesselmann (Berlin), Thomas Heath (Cambridge), G. Wertheim (Leipzig), Paul ver Eecke (Bruges), Arthur Czwalina (Göttingen). , Isabella Grigorjewna Bachmakowa (Moskau).

Martianus Capella und die mittelalterliche Schulbildung

Von James A. Willis

Die Überlieferung der lateinischen Klassiker verdanken wir im allgemeinen den Launen des Zufalls. Meisterstücke verschiedener Literaturgattungen sind fast spurlos verlorengegangen, während geschmackloses Machwerk in Hunderten von Handschriften überliefert worden ist. Die Tragödien des Pacuvius, Accius, Varius, die epischen Gedichte des Naevius und Ennius sind uns nur in kärglichen Bruchstücken zugänglich: Die schwülstigen Tragödien Senecas und das langatmige Epos des Silius Italicus sind dagegen so gut wie vollständig auf uns gekommen.

So weit ist dieses Schicksalsspiel gegangen, daß uns viele literarische Arbeiten erhalten blieben, deren Verfasser uns völlig unbekannt sind. So besitzen wir beispielsweise die fünf Bücher des von einem gewissen Manilius verfaßten astronomischen Gedichts; daß es unter dem Augusteischen Prinzipat geschrieben wurde, ist aus inneren Gründen sicher beweisbar, von irgendeinem Manilius aber, den wir als Autor annehmen dürfen, spricht niemand in der übrigen lateinischen Literatur. Es wäre nicht schwierig, ein langes Register von Unbekannten zusammenzustellen, die der Vernichtung entgangen sind, die so viele berühmte lateinische Schriftsteller betroffen hat. Nirgendwo aber in diesem Bereich

Die Mitarbeiter dieses Heftes:

Dia' Abau-Ghazi, Dr. phil., Kurator am Ägyptischen Museum Cairo; Cairo, 80 sh. el Manial-el Manial, Ägypten.

Friedrich Voigt, Dipl.-Theol., wissenschaftlicher Übersetzer; 2404 Kirchdorf/Poel, Kickelbergstr. 20.

Ernst Douda, Dr. phil., Studienrat am Gymnasium in Baden bei Wien; A-2500 Baden bei Wien, Flamminggasse 52, Österreich.

Evangelos S. Stamatis, Dr. rer. nat., Professor für Mathematik an der Universität Athen i. R., Korrespondierendes Mitglied der Académie Internationale d'Histoire des Sciences Paris; Athen 701, 3 Paraschou Str., Griechenland.

James A. Willis, Dr. phil., Professor für klassische Philologie an der Universität von West-Australien; Nedlands, 22 Bedford Street, West-Australien.

Gerhard Schmitt, Dr. phil., wissenschaftlicher Arbeitsleiter am Zentralinstitut für Alte Geschichte und Archäologie der Akademie der Wissenschaften der DDR; 1157 Berlin, Junker-Jörg-Str. 30.

Renate Fienhold, Diplomlehrer für Deutsch und Latein, wissenschaftliche Assistentin an der Sektion Kulturwissenschaften/Germanistik, Lehrbereich Germanistisches Ausländerstudium, der Universität Leipzig; 701 Leipzig, Gerberstr. 16/825.

Detlev Blanke, Diplomlehrer für Deutsch und Geographie, Leiter der Abteilung Esperanto im Kulturbund der DDR; 1058 Berlin, Wolliner Str. 13/14.

Ugo Piacentini, Dr. phil., wissenschaftlicher Oberassistent an der Sektion Philologien/Germanistik, Lehrbereich Latinistik-Gräzistik, der Universität Berlin; 102 Berlin, Mollstr. 6.

Hans-Dietrich Schultz, Dipl. phil., wissenschaftlicher Mitarbeiter am Münzkabinett der Staatlichen Museen zu Berlin; 102 Berlin, Leninplatz 20.